

Б. И. ШВЕЦКИЙ, А. Я. ШРАМКОВ  
(Львов)

## О ВЫБОРЕ СООТНОШЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПОВЕРЯЕМОГО И ОБРАЗЦОВОГО ПРИБОРОВ

При поверке электроизмерительных приборов соотношение между допустимыми погрешностями образцового ( $\delta_2$ ) и поверяемого приборов ( $\delta_1$ ) принимают, как правило,  $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}$  а в отдельных случаях и  $\frac{1}{10}$ . Эти соотношения вытекают, как известно [1], из критерия ничтожных случайных погрешностей. При выборе соотношения 1:3 погрешность образцового прибора ввиду ее относительной малости практически не увеличивает значения общей погрешности и поэтому может не учитываться в конечных результатах, поскольку вероятность выхода общей погрешности за допуск весьма мала и не превышает (при нормальном законе распределения) 0,27%.

Однако во многих случаях поверочной практики, например при выпуске некоторых типов точных цифровых приборов, предельные погрешности образцового прибора или установки и поверяемого прибора могут оказаться сравнимыми между собой ( $\frac{1}{3} \leq \frac{\delta_2}{\delta_1} \leq 1$ ), т. е. критерий ничтожных погрешностей не соблюдается. Очевидно, в этих случаях погрешность должна учитываться, согласно [2], по уравнению

$$\delta_g = \pm (\delta_1 - \delta_2). \quad (1)$$

где  $\delta_g$  — предельное значение допустимой погрешности, которую в дальнейшем будем именовать технологическим допуском на погрешность поверяемого прибора. Из (1) видно, что технологический допуск  $\delta_g$  уменьшается с увеличением соотношения  $\frac{\delta_2}{\delta_1}$ , выбор которого определяется главным образом технологическими соображениями, а также экономической целесообразностью. При производстве приборов и их ремонте уменьшение технологического допуска, естественно, несколько усложнит их подгонку и регулировку, однако повысит их действительную точность и метрологическую надежность, поскольку в этом случае всегда  $\delta_g < \delta_1$ .

Таким образом, задача о выборе соотношения между погрешностями образцового и поверяемого приборов приводится к двум случаям. В первом случае, когда  $\frac{\delta_2}{\delta_1} < \frac{1}{3}$ , погрешность образцового прибора не учитывается ввиду своей относительной малости, и, следовательно, установленная при поверке погрешность может быть полностью отнесена к поверяемому прибору. Во втором случае при соизмеримости обеих погрешностей предельная погрешность образцового прибора должна быть учтена путем соответствующего уменьшения допустимой погрешности поверяемого прибора.

Рассмотрим далее общий подход к определению соотношения между указанными погрешностями. Можно указать общее решение данной задачи, при котором допустимое значение погрешности образцового прибора распределяется на так называемую учитываемую и неучитываемую части, а рассмотренные ранее соотношения вытекают из общего решения как частные предельные случаи.

Так, если допустимую погрешность образцового прибора представить как состоящую из двух частей:

$$\delta_2 = \delta'_2 + \delta''_2, \quad (2)$$

где  $\delta'_2$  — учитываемая часть погрешности, а  $\delta''_2$  — неучитываемая ее часть, то, согласно (1), допустимая погрешность поверяемого прибора (технологический допуск) составит

$$\delta = \pm (\delta_1 - \delta'_2), \quad (3)$$

а неучитываемая часть погрешности в соответствии с критерием ничтожных погрешностей должна удовлетворять условию

$$k = \frac{\delta''_2}{\delta} \leq \frac{1}{3}. \quad (4)$$

Из уравнений (2), (3), (4), исключив  $\delta$ , можно получить значение учитываемой части погрешности образцового прибора.

$$\delta'_2 = \frac{\delta_2 - k\delta_1}{1 - k} = \delta_1 \frac{n - k}{1 - k} \quad (5)$$

и значение неучитываемой части его погрешности

$$\delta_2'' = \frac{k}{1-k} (\delta_1 - \delta_2) = \delta_1 \frac{k(1-n)}{1-k}, \quad (6)$$

где величина  $n = \frac{\delta_2}{\delta_1}$  равна отношению погрешностей образцового и поверяемого приборов ( $0 \leq n \leq 1$ ). Отметим, что в (5) и (6)  $k=n$  в интервале  $0 \leq n < \frac{1}{3}$  и  $k=\frac{1}{3}$  в интервале  $\frac{1}{3} \leq n \leq 1$ . Учитываемая часть погрешности  $\delta_2'$  уменьшает технологический допуск  $\delta$  по сравнению с его исходным значением  $\delta_1$ :

$$\gamma = \frac{\delta}{\delta_1} = \frac{1-n}{1-k}, \quad (7)$$

где  $\gamma$  — коэффициент, характеризующий относительное уменьшение допустимой погрешности поверяемого прибора.

Уравнения (5), (6) и (7) для интервала  $\frac{1}{3} \leq n \leq 1$  имеют вид:

$$\delta_2 = \frac{3\delta_2 - \delta_1}{2}; \quad (5')$$

$$\delta_2' = \frac{\delta_1 - \delta_2}{2}; \quad (6')$$

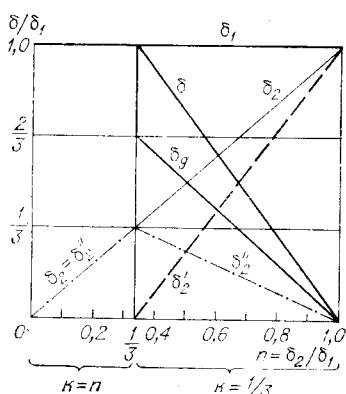
$$\gamma = \frac{3}{2}(1-n). \quad (7')$$

На рисунке представлены графики зависимостей (1), (2), (3), (5) и (6) в функции от  $n$ . Из рассмотрения графиков и уравнений следует, что в интервале значений  $n$ , лежащих от  $\frac{1}{3}$  до  $1,0$ , технологический допуск  $\delta$ , определенный по описанной методике, изменяется линейно, уменьшаясь пропорционально  $n$  от значения  $\delta_1$  до  $0$ . Важно отметить, что вблизи точки  $n = \frac{1}{3}$  не наблюдается скачка технологического допуска  $\delta$ , как это имеет место для  $\delta_g$  в (1). Это объясняется распределением  $\delta_2$  между двумя составляющими —  $\delta_2'$  и  $\delta_2''$ , из которых неучитываемая часть  $\delta_2''$  всегда пренебрежимо мала по сравнению с технологическим допуском ( $\delta_2'' = \frac{1}{3}\delta$ ). Благодаря этому исключается возможность ошибочного отнесения к числу годных приборов, не удовлетворяющих своему классу точности.

Из сравнения (7) с (1) вытекает весьма важный вывод о том, что технологический допуск  $\delta$  в 1,5 раза шире  $\delta_g$ , определенного по (1), что является более предпочтительным и экономически более целесообразным при производстве приборов, так как при их градуировке и подгонке расширенный допуск облегчает и удешевляет изготовление приборов.

В качестве примера рассмотрим случай, когда  $\delta_1 = \pm 0,20\%$  и  $\delta_2 = \pm 0,10\%$  ( $n=0,5$ ). Технологический допуск, согласно (1), будет равен  $\delta_g = 0,20 - 0,10 = 0,10\%$ . Это означает, что при поверке приборов с допустимой погрешностью  $\pm 0,20\%$  только те из них будут признаны годными (с вероятностью 99,73%), измеренные значения погрешностей которых не превышают  $\pm 0,10\%$ . Согласно (7), учитя не всю, а только часть погрешности образцового прибора, технологический допуск можно расширить до  $\delta = \pm 0,15\%$ , т. е. в 1,5 раза. В этом случае годными при поверке с прежней вероятностью будут признаны приборы, погрешности которых не превышают  $\pm 0,15\%$ .

Полученные здесь соотношения имеют большое значение при выпуске некоторых видов точных приборов (класса 0,05 и выше), когда погрешности поверочной установки и поверяемых приборов могут оказаться сравнимыми из-за невозможности обеспечить трехкратный запас по точности. Это обстоятельство, однако, как показано, не должно явиться препятствием для серийного производства приборов повышенной точности. Изложенная методика позволяет в этом случае установить обоснованный допуск на погрешность приборов, обеспечивающий необходимый запас точности, достаточный как на стадии разработки приборов, так и для нормального их производства.



## ВЫВОДЫ

Разделение допустимой погрешности образцового прибора на учитываемую и неучитываемую части дает возможность расширить технологический допуск для проверяемого прибора в 1,5 раза по сравнению со случаем, когда погрешность образцового прибора учитывается целиком. Изложенный метод позволяет обосновать технологический допуск при производстве и поверке приборов для произвольного соотношения погрешностей образцового и проверяемого приборов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Маликов. Основы метрологии. М., Изд-во Комитета стандартов, 1949.
2. Б. И. Швейцкий. Электронные измерительные приборы с цифровым отсчетом. Киев, «Техника», 1970.

Поступило в редакцию 18 апреля 1971 г.,  
окончательный вариант — 23 ноября 1972 г.

УДК 389 : 51

В. В. ЛЕОНОВ, В. А. ФИРСАНОВ, А. Б. ШАЕВИЧ  
(Свердловск)

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ГРАДУИРОВОЧНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Большой класс автоматических измерений основан на градуировании — установлении зависимости между двумя величинами по экспериментальным данным и ее использовании. Установление подобной зависимости является типичной задачей и при обработке результатов измерений.

Наиболее вероятные значения характеристики зависимости оцениваются с помощью специальных приемов, например методом наименьших квадратов. Однако в этой области имеются и другие практически важные задачи. Часто необходимо установить, какие погрешности средств измерений, применяемых для нахождения параметров градуировочной зависимости, могут быть допущены, если вначале задана ее погрешность. Эта задача важна для разработчиков средств измерений (особенно массовых, включая автоматические), поскольку как недостаточная, так и избыточная точность экономически не оправданы.

При определении градуировочной кривой разыскивается функция  $y(x; a_0, a_1, \dots, a_m)$ , наилучшим образом (в смысле заданного критерия) аппроксимирующая экспериментальные результаты, заданные набором пар  $\{x_i, y_i\}, i = 1, 2, \dots, n$ . Обычным подходом к решению таких задач является применение метода наименьших квадратов (МНК), который при соблюдении известных условий [1] дает точное решение задачи. Хотя эти условия в практике обработки результатов измерений выполняются сравнительно редко, приближенное решение достаточно близко к точному и, как правило, вполне пригодно для целей применения.

Согласно МНК, решение минимизирует величину

$$S^2 = \sum_{i=1}^n p_i [y(x_i; a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i]^2, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad (1)$$

и определяется из следующих уравнений:

$$\frac{\partial S^2}{\partial a_j} = 0, \quad j = 0, 1, \dots, m. \quad (2)$$

Решение системы уравнений (2) дает оценки  $a_0, a_1, \dots, a_m$  и тем самым искомую градуировочную функцию  $y(x; a_0, a_1, \dots, a_m)$ .

Поскольку  $y(x; a_0, a_1, \dots, a_m)$  линейна по параметрам  $a_j$ , то и решение системы (2) также линейно по  $y_i$ . Следовательно, градуировочную функцию можно представить в виде

$$y(x) = \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i(x) y_i, \quad (3)$$