

Таким образом, предлагаемая авторами методика визуализации позволяет получать на одном экране не налагающиеся друг на друга интерференционные и теневые изображения процесса, в результате чего расширяются экспериментальные возможности теневых приборов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Васильев. Теневые методы. М., «Наука», 1968.
2. Ю. К. Ермилов и др. Устройство для исследования газовых неоднородностей.— Авт. свид. № 200816. Бюл. изобрет., 1967, № 17.
3. Л. Е. Легу и др. Теневые и интерференционные системы из унифицированных узлов.— «Оптико-мех. пром-сть», 1972, № 9.
4. Б. В. Наумов. Передаточная характеристика и чувствительность фотоэлектрического теневого прибора.— «Оптико-мех. пром-сть», 1970, № 10.
5. В. С. Игнатовский. Влияние формы и положения источника света при измерениях интерференц-компаратором Кестерса. М., Стандартгиз, 1935.
6. R. Landwehr. Lage und Sichtbarkeit von Keilinterferenzen bei instrumenteller Beobachtung.— «Optica Acta», 1959, Bd 6, S. 52.

Поступила в редакцию 5 февраля 1975 г.

УДК 621.378.9

И. С. БАРБАНЕЛЬ, В. В. КУЛИКОВ

(Ленинград)

### О ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ СОГЛАСОВАННЫХ ФИЛЬТРОВ

**Введение.** Устройства согласованной оптической фильтрации в настоящее время хорошо известны и находят широкое применение в различных областях техники. Голографические транспаранты, являющиеся их основным элементом, могут быть охарактеризованы набором параметров [1, 2], рассмотрению одного из которых, а именно, дифракционной эффективности амплитудных голографических согласованных фильтров (ГСФ), и посвящена данная работа.

Транспаранты для устройств согласованной голографической фильтрации [1] имеют неравномерное в плоскости регистрации распределение поля, и строго сформулированные ранее [1] задачи оптимизации их в общем случае успешно разрешаются на ЭВМ стандартными методами нелинейного программирования (в частности, симплекс-методом).

В настоящей статье доказывается, что, по крайней мере, дифракционная эффективность ГСФ может оптимизироваться графоаналитическим методом [1], разработанным ранее для случая равномерно распределенных полей.

Возможность такого утверждения математически доказывается ниже, проверяется экспериментом и объясняется тем фактом, что при оптимизации дифракционной деятельности ГСФ предполагается регистрация последних в режиме «без отсечки», т. е. с сохранением информации обо всем регистрируемом спектре.

Этот режим даже при нелинейности процесса регистрации\* обеспечивает меньший уровень нелинейных искажений, нежели режим «с от-

\* Использование только линейного участка не позволяет реализовать достижимые значения дифракционной эффективности ГСФ.

сечкой», хотя последний принципиально может обеспечить больший уровень дифракционной эффективности.

Доказанная в работе возможность оптимизации указанного параметра ГСФ графоаналитическим методом заманчива тем, что при сохранении строгости решения и результатов обеспечивает существенное упрощение первого, позволяет обойтись без применения ЭВМ и дает выигрыш во времени расчета.

**Математическое обоснование.** Дифракционная эффективность  $\eta$  амплитудного голографического фильтра [1] определяется соотношением

$$\eta = \frac{\iint_{(S_r)} \left[ \int_0^\pi F [H_0 (1 + 2af(x, y) \cos \Phi + a^2 f^2(x, y))] \cos \Phi d\Phi \right]^2 f^2(x, y) dx dy}{\iint_{(S_r)} f^2(x, y) dx dy}, \quad (1)$$

где  $F$  — функция амплитудного пропускания регистрирующей среды, заданная на интервале экспозиций  $[H_1; H_2]$  (отметим, что для реальных сред  $F$  считается монотонной и не имеющей перегибов);  $H_0$  — экспозиция, соответствующая опорному пучку;  $a_0 = A_1/A_0$  — отношение амплитуд предметного и опорного пучков соответственно;  $\Phi$  — разность фазовых функций предметного и опорного пучков;  $S_r$  — площадь голограмм в плоскости регистрации, удовлетворяющая по определению условию

$$0 \leq f(x, y) \leq 1. \quad (2)$$

Задача нахождения оптимальных значений  $\eta$  состоит [1, 2] в оптимизации функционала \* (1) варьированием параметров  $H_0$  и  $a$  режима регистрации в интервале  $[H_1; H_2]$  изменения функции  $F$ . При этом на варьлируемые параметры регистрации для обеспечения режима «без отсечки», т. е. внутри динамического диапазона носителя, накладываются ограничения вида [1, 2]

$$\begin{cases} H_0 [1 + af(x, y)_{\max}]^2 \leq H_2; \\ H_0 [1 - af(x, y)_{\max}]^2 \geq H_1. \end{cases} \quad (3)$$

В такой постановке задача представляет собой стандартную задачу нелинейного программирования и успешно разрешается на ЭВМ.

Можно доказать, что в силу особенностей функционала (1) задачу оптимизации  $\eta$  можно существенно упростить. Действительно, произведем оценку функционала (1), введя для сокращения записи обобщенную пространственную координату  $\vec{x}$ . Тогда

$$\eta_m = \max_{(H_0; a)} \eta \leq \max_{(H_0; a)} \max_{(\vec{x})} \left\{ \int_0^\pi F [H_0 (1 + 2af(\vec{x}) \cos \Phi + a^2 f^2(\vec{x}))] \cos \Phi d\Phi \right\}^2 \frac{\int_{(S_r)} f^2(\vec{x}) d\vec{x}}{\int_{(S_r)} f^2(\vec{x}) d\vec{x}} = \max_{(H_0; a)} \max_{(\vec{x})} M, \quad (4)$$

где  $M$  — интегральный оператор по  $\Phi$ .

\* Отметим, что соотношение (1) и ряд последующих являются функционалами лишь в общем случае варьирования  $F$ ; при фиксированной  $F$  они преобразуются в функции варьлируемых параметров режима регистрации.

Найдем максимум  $M$  по пространственным координатам, принимая во внимание, что  $H_0 \neq H_0(\vec{x})$  и  $a \neq a(\vec{x})$ .

Первая частная производная от  $M$  по пространственным координатам имеет вид

$$G = 2B_1 \int_0^\pi B_2 B_3 \cos \Phi d\Phi, \quad (5)$$

где

$$B_1 = \int_0^\pi F [H_0 (1 + 2af(\vec{x}) \cos \Phi + a^2 f^2(\vec{x}))] \cos \Phi d\Phi; \quad (6)$$

$$B_2 = F'_H [H_0 (1 + 2af(\vec{x}) \cos \Phi + a^2 f^2(\vec{x}))]; \quad (7)$$

$$B_3 = \left\{ H_0 \left[ 2af'_x(\vec{x}) \cos \Phi + 2a^2 f(\vec{x}) f'_x(\vec{x}) \right] \right\}. \quad (8)$$

Приравнивание (5) к нулю дает искомый максимум по  $\vec{x}$ . Нетрудно видеть, что  $B_1 \equiv 0$  (для любых  $H_0$  и  $a$ ) лишь при  $F[F_0; a] \equiv \text{const}$  (отсутствие модуляции); т. е. при  $H_0 = 0$ , при  $a = 0$  или  $f(\vec{x}) \equiv 0$  или же при  $F$ , не содержащей при разложении члена с  $\cos \Phi$ . Оба эти подслучая лишены физического смысла, ибо  $\eta$  в каждом из них обращается в нуль. Равенство нулю  $H_0$  и  $a$  для произвольных значений второго сомножителя в  $G$  может выполняться в следующих случаях:

$$\text{а) } B_2 \equiv 0; \quad \text{б) } B_3 \equiv 0; \quad (9)$$

$$\text{в) } B_2 B_3 \equiv \text{const}; \quad \text{г) } B_2 B_3$$

— нечетная функция на интервале  $[0; \pi]$  относительно точки  $\pi/2$ .

Формула (9а) не выполняется в силу того, что  $F[H_0; a] \neq \text{const}$ ,  $B_2 B_3 \neq \text{const}$ , ибо последнее возможно лишь при весьма специальных видах функции  $F$  [см. соотношения (7) и (8)], а для реальных сред с  $F$ , монотонно убывающей (негативный процесс), или  $F$ , монотонно возрастающей (позитивный процесс), это не имеет места.

Формула (9д) также не выполняется, ибо  $B_3$  является монотонно убывающей функцией на интервале  $[0; \pi]$ , а  $F'_H$  при монотонном изменении  $F$  знака не меняет (т. е. остается либо отрицательной — для негативного процесса, либо положительной — для позитивного \*).

Таким образом, параметр  $G$  может быть равен нулю при выполнении условия (9б), что для любых  $H_0$  и  $a$  и всех  $\Phi$  осуществляется лишь при

$$f'_x(\vec{x}) = 0, \quad (10)$$

т. е. координатные точки, подозрительные на экстремум для функции распределения  $f(\vec{x})$  и оператора  $M$  совпадают.

Далее необходимо отдельно рассмотреть подслучаи  $F'_H > 0$  (позитивный процесс) и  $F'_H < 0$  (негативный процесс).

Для первого подслучая вследствие монотонности  $F$  последняя является монотонно возрастающей, и тогда

$$B_1 > 0. \quad (11)$$

\* Напомним, что функция  $F$  по определению не имеет перегибов.

Учитывая также, что  $H_0 > 0$ ;  $a > 0$  и  $F_H > 0$ , имеем

$$\left. \int_0^\pi B_2 B_3 \cos \Phi d\Phi \right\} \begin{array}{l} > 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) > 0; \\ < 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) < 0. \end{array} \quad (12)$$

Принимая во внимание (5), (11) и (12), получаем

$$\begin{array}{l} G > 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) > 0; \\ G < 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) < 0. \end{array} \quad (13)$$

Для подслучая негативного процесса ( $F_H < 0$ ) функция  $F$  монотонно убывает и

$$B_1 < 0, \quad (14)$$

а интеграл

$$\left. \int_0^\pi B_2 B_3 \cos \Phi d\Phi \right\} \begin{array}{l} > 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) < 0; \\ < 0 \text{ при } \dot{f}_{\vec{x}}(\vec{x}) > 0. \end{array} \quad (15)$$

Подставляя (15) и (14) в (5), получаем то же самое условие (13).

Таким образом, учитывая (13), (10) и (5), можно утверждать, что  $M$  возрастает при возрастании функций распределения  $f(\vec{x})$  и достигает максимума при достижении максимума последних для любых произвольных значений параметров  $H_0$  и  $a$  как для случая позитивного, так и для случая негативного процессов регистрации. Используя (4), (10) и (13), имеем

$$\eta_m = \max_{(H_0; a)} \eta \leq \max_{(H_0; a)} \left[ \int_0^\pi F [H_0 (1 + 2af_{\max} \cos \Phi + a^2 f_{\max}^2)] \cos \Phi d\Phi \right]^2. \quad (16)$$

Последняя функция при наличии ограничений (3) легко поддается оптимизации предложенным нами методом (см. [1]), сводящимся к графоаналитическому расчету; в результате чего получаем оптимальные значения варьируемых параметров  $\hat{H}_0$  и  $\hat{a}$ .

Таким образом, верхняя граница  $\eta_m$ , равная

$$\left[ \int_0^\pi F [\hat{H}_0 (1 + 2\hat{a}f(\vec{x})_{\max} \cos \Phi + \hat{a}^2 f^2(\vec{x})_{\max})] \cos \Phi d\Phi \right]^2, \quad (17)$$

достигается лишь при  $f(\vec{x}) \equiv f(\vec{x})_{\max}$ , что совпадает с полученным нами ранее результатом [2] и указывает путь создания оптимального по  $\eta$  согласованного фильтра с равномерным амплитудным распределением в спектральной плоскости.

Для более общего случая  $f(\vec{x}) \neq f(\vec{x})_{\max}$  отмечаем, что  $\eta_m$  достигается при  $\max M$  для всех  $\vec{x}$ . Далее, учитывая справедливые при любых произвольных значениях  $H_0$  и  $a$  соотношения (10) и (13), имеем, что  $M$  представляет собой монотонную функцию по  $f(\vec{x})$ . Отмечая также, что  $f(\vec{x})$  не влияет на область (3)\*, целесообразно выбрать оптимальные значения  $H_0$  и  $a$  при  $f(\vec{x}) = f(\vec{x})_{\max}$ , т. е.  $\hat{H}_0$  и  $\hat{a}$ .

\* На нее влияет лишь максимальное значение  $f(\vec{x})$ .

При этом при всех прочих  $\vec{x}$   $M$  остается максимальной по  $H_0$  и  $a$ . Последнее вытекает из исследования  $\frac{\partial M}{\partial H_0}$  и  $\frac{\partial M}{\partial a}$ , проводимого аналогично  $\frac{\partial M}{\partial x}$  и указывающего на монотонный рост  $M$  (для всех  $\vec{x}$ ) с ростом  $H_0$  и  $a$ , т. е. на обеспечение экстремума  $M$  на границах области (3), не зависящих от  $\vec{x}$ .

Иными словами, если проводить оптимизацию по  $H_0$  и  $a$  для произвольно фиксированного  $f_0 < f_{\max}$ , то  $H_0$  и  $a$  ищутся на границах той же области (3)\*. При графоаналитическом доказательстве этого факта задача интерпретируется как задача отыскания оптимума  $M$  по  $H_0$  и  $a$  при наличии (3) для монотонного по параметру семейства функций  $\{M[f(\vec{x}_0); H_0; a]\}$ ;  $\{f(\vec{x}_0)\}$  — монотонно возрастающая последовательность значений функции распределения  $f(\vec{x})$ , для которой в силу (13)  $M$  монотонно возрастает при любых  $H_0$  и  $a$ .

Таким образом, для  $f(\vec{x}) \neq f(\vec{x})_{\max}$  выражение для  $\eta_m$  определяется соотношением

$$\eta_m = \frac{\int_{(S_r)} f_2(\vec{x}) \left[ \int_0^\pi F[\hat{H}_0(1 + 2\hat{a}f(\vec{x})\cos\Phi + \hat{a}^2f^2(\vec{x}))] \cos\Phi d\Phi \right]^2 d\vec{x}}{\int_{(S_r)} f^2(\vec{x}) d\vec{x}}, \quad (18)$$

т. е. оптимальные значения варьируемых параметров для функционалов  $\eta$  (1) и  $M$  (4) совпадают.

Следовательно, оптимизация (1) по параметрам регистрации при ограничениях (3) для монотонных функций процесса регистрации тождественна оптимизации внутреннего оператора  $M$  при тех же ограничениях (3). Функция  $M$  достаточно несложно оптимизируется с применением описанного нами в [1] метода графоаналитического расчета, что позволяет при оптимизации полного функционала обойтись без использования ЭВМ, т. е. существенно упростить процесс решения.

Таким образом, в данном разделе нами доказано, что для ГСФ, которые имеют неравномерное в плоскости регистрации распределение поля, пригоден аппарат оптимизации, разработанный ранее для полей с равномерным распределением.

**Экспериментальное исследование.** Для подтверждения математических предпосылок, изложенных в первом разделе, на ЭВМ были рассчитаны оптимальные по параметрам  $H_0$  и  $a$  условия записи амплитудных голографических согласованных фильтров. Такие фильтры были изготовлены на фотопластинках «Микрат-ВР» для трех объектов: миры, отпечатка пальцев и буквы, изображения и спектры которых приведены на рис. 1. Решение задачи на ЭВМ проводилось в постановке (1)–(3). Результаты расчета были проверены на экспериментальной установке.

**Расчет параметров на ЭВМ.** Для вычисления дифракционной эффективности  $\eta$  ГСФ и определения оптимальных значений параметров регистрации  $H_0$  и  $a$  необходимо ввести в ЭВМ зависимость коэффициен-

\* Если же искать экстремум для  $f_0(\vec{x}) < f_{\max}$  на границах области

$$\begin{cases} H_0(1+af_0)^2 \leq H_2; \\ H_0(1-af_0)^2 \geq H_1, \end{cases}$$

то значения  $f(\vec{x}) > f_0$  окажутся отсеченными.

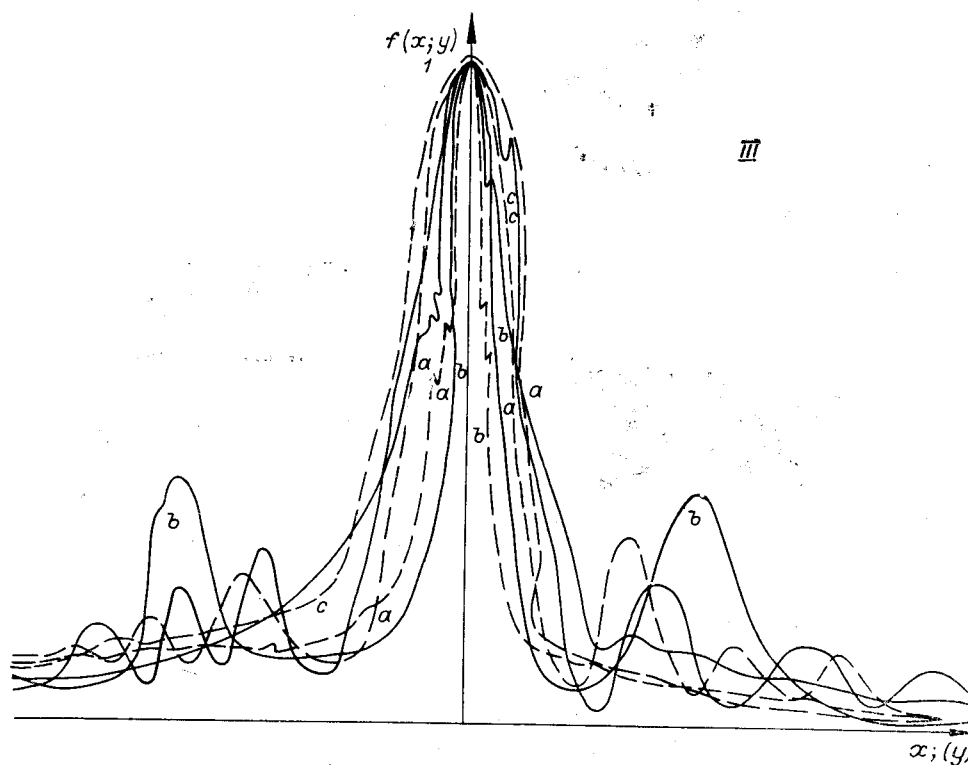
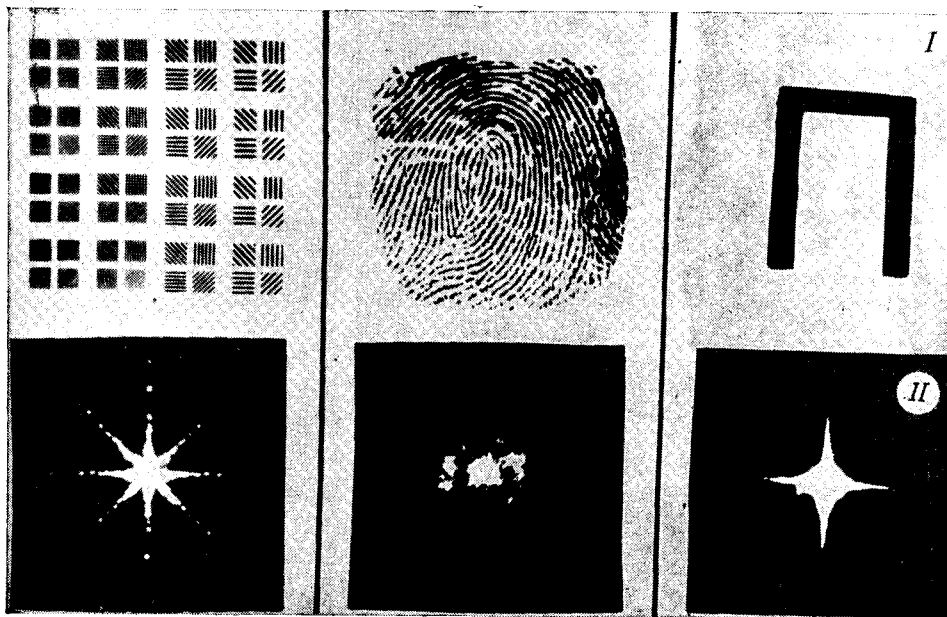


Рис. 1. Исследуемые объекты:

*I* — изображения объектов, *II* — пространственные спектры, *III* — координатные сечения нормированных пространственных спектров по осям (сплошная линия — по оси  $x$ , штриховая — по оси  $y$ ).

та пропускания конкретного фотоматериала от экспозиции. Для снятия этой зависимости была собрана экспериментальная установка, показанная на рис. 2. Функционирует схема следующим образом. Световой пучок, создаваемый ОКГ 1 и коллиматорной системой 2, 3, падает на диафрагму 4, а затем на светоделительный куб 5 с коэффициентом деле-

ния 50%. Прошедший световой пучок экспонировал фотопластинку «Микрат-ВР», а отраженный — падал на ФЭУ, ток которого регистрировался с помощью микроамперметра. В результате была получена зависимость амплитудного пропускания фотоматериала от экспозиции  $H$  (величина  $H$  определялась как произведение величины тока ФЭУ на время экспозиции.) Полученная кривая представлена на рис. 3.

Для ввода в ЭВМ полученная кривая аппроксимировалась на интервале экспозиции [102; 825] функцией вида  $0,935 \exp \{-0,037H\}$ . Спектральные распределения исследуемых объектов в плоскости регистрации регистрировались сканирующим фотоприемником (рис. 4), и полученные зависимости после квантования по координатам вводились в ЭВМ.

Для всех распределений  $\{f(x; y)\}$  полученные в результате машинного расчета оптимальные значения параметров регистрации совпали с точностью до седьмого знака и составили  $H_0 = 390$  мкА·с,  $a = 0,484$ , что доказывает независимость оптимального режима регистрации от вида функции  $\{f(x; y)\}$ .

В дальнейшем аналитически исследовался вопрос учета влияния отклонения коэффициента амплитудного пропускания конкретного фотоносителя. С этой целью производилась оптимизация  $\eta$  для трех выбранных объектов  $f_i(x; y)$  в постановке (1) — (3) с учетом равномерного \* отклонения коэффициента пропускания от исходного значения на  $\pm 3\%$ ;  $\pm 6\%$ ;  $\pm 12\%$  (рис. 5).

Значения  $H_0$  и  $a$  для всего набора функций  $\{f\}$  и каждого значения величины отклонения совпали между собой, но при переходе от подслучая к подслучаю менялись.

*Экспериментальная проверка расчетных данных.* Для экспериментальной проверки расчетных данных использовалась стандартная схема согласованной фильтрации по В. Люгту [3] с некоторыми дополнениями. Установка для этой цели была создана по схеме рис. 4.

В данной схеме был поставлен непрозрачный экран 6 и изменена затемняющая часть диафрагмы 4 так, что свет, прошедший через светоделительный куб 5, падал на транспарант 8 с записью анализируемого изображения. С помощью преобразующей линзы 9 и зеркала 10 была составлена общепринятая схема записи ГСФ. При расчете на ЭВМ, описанном выше, были определены оптимальные значения величин  $a$  и  $H_0$  (отношение амплитуд предметного и опорного пучков и экспозиции по опорному пучку соответственно), которые составили для данного материала:  $a = 0,484$ ;  $H_0 = 390$  мкА·с. Так как коэффициент деления света кубом 5 равен 50%, то по показаниям микроамперметра (МА), равным 78 мкА, измеряющего ток ФЭУ, определялось соответствующее время экспозиции  $t_s = 390/78 = 5$  с. Соотношения предметного и опорного пучков задавались с помощью светофильтра 11. На описанной установке получены девять согласованных фильтров, по три на каждый исследуемый объект. Измерение дифракционной эффективности производилось в задней фокальной плоскости линзы 13 с помощью фотоприемника 14. Результаты измерений сведены в таблицу.

Экспериментальные значения  $\eta$  ГСФ при  $a = 0,484$

Объекты	$H_0$ (мкА·с)		
	300	390	520
Мира, %	2	2,38	1,9
Отпечаток, %	1,8	2,45	2
Буква, %	1,9	2,35	1,8

Таким образом, для рассмотренных объектов были определены наибольшие значения дифракционной эффективности, которые были получены при  $H_0 = 390$  мкА·с,  $a = 0,484$ , что сов-

\* Отметим, что для случая голографических согласованных фильтров случай равномерного отклонения кривой  $F$  не является наилучшим, однако учет неравномерного по площади отклонения потребовал бы введения статистического подхода и в данной работе не рассматривался.

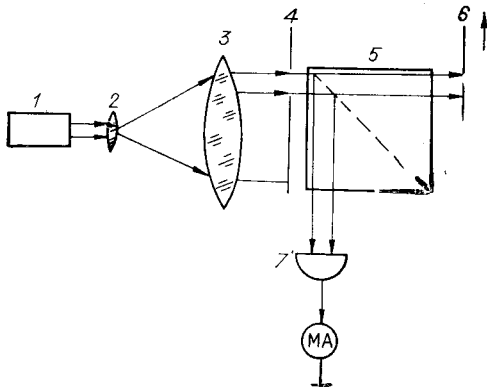


Рис. 2. Принципиальная схема установки для снятия характеристической кривой: 1 — ОКГ, 2, 3 — коллиматорная система, 4 — диафрагма, 5 — светоделительный куб, 6 — фотопластинка, 7 — ФЭУ.

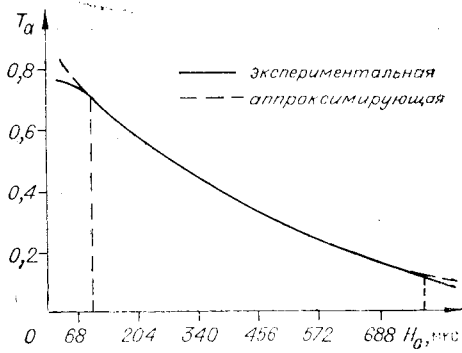


Рис. 3. Экспериментально полученная кривая амплитудного пропускания фотопластинки «Микрат-ВР» и ее аппроксимирующая.

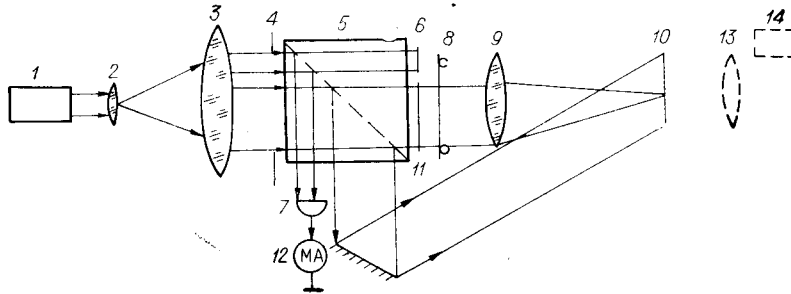


Рис. 4. Экспериментальная установка:

1 — ОКГ, 2, 3 — коллиматорная система, 4 — диафрагма, 5 — светоделительный элемент, 6 — непрозрачный экран, 7 — ФЭУ, 8 — транспарант с анализируемым изображением, 9 — преобразующая линза, 10 — зеркало, 11 — светофильтр, 12 — микроамперметр, 13 — преобразующая линза, 14 — фотоприемник.

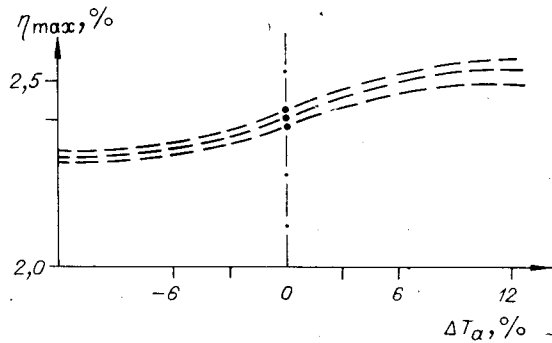


Рис. 5. Оптимальные значения дифракционной эффективности для различных подслучаев равномерного по площади отклонения кривой амплитудного пропускания от истинной.



падает с данными расчета на ЭВМ. Использование одного и того же ФЭУ при снятии характеристической кривой фотоматериала и при получении ГСФ избавляет от необходимости учета спектральной зависимости системы измерения и позволяет точно контролировать мощность лазерного излучения.

## ВЫВОДЫ

1. Оптимизацию  $\eta$  ГСФ по  $H_0$  и  $a$  предлагается проводить методом оптимизации для равномерно распределенных полей (как для случая негативного, так и для позитивного фотопроцессов), для чего применим разработанный нами метод [1], не требующий применения ЭВМ.

2. Оптимальный режим для  $\eta$  не зависит от вида функции  $f(x; y)$ , а зависит лишь от  $[f(x; y)]_{\max}$ .

3. Абсолютные значения максимальной  $\eta$  в отличие от значений параметров регистрации зависят от вида  $f(x; y)$ .

4. Сделанные утверждения и сведения задачи к случаю равномерно распределенных полей прямо не распространяемы на случаи наличия дополнительных ограничений на параметры ГСФ, а также случаи внесения в процесс регистрации дополнительной модуляции с целью специальной коррекции характеристики ГСФ.

5. Разброс функции процесса регистрации  $F$  для любой из функций набора  $\{f\}$  мало сказывается на величине  $\eta_{\max}$ .

В заключение считаем своим долгом выразить признательность Э. И. Крупицкому и З. М. Красновскому за внимание и полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Крупицкий, И. С. Барбанель. Оптимизация режима записи тонких амплитудных голограмм методом нелинейного программирования.— «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1973, вып. 4.
2. Э. И. Крупицкий, И. С. Барбанель. Теория максимизации дифракционной эффективности тонкослойных амплитудных голограмм.— «Опт. и спектр.», 1972, т. XXXIII, вып. 3.
3. E. V. Lugt. Signal detection by complex spatial filtering.— "IEEE Trans.", 1964, vol. IT-10 (№ 2), p. 139.

Поступила в редакцию 20 декабря 1974 г.

УДК 621.378:681.322.5

А. В. КУЗЬМЕНКО

(Киев)

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА В КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИКЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

**Введение.** В настоящее время большое внимание уделяется изучению когерентно-оптических вычислительных устройств, в которых сравнительно просто удается реализовать целый ряд математических операций. Из них мы назовем лишь интегральные преобразования класса