

В. А. АРБУЗОВ, В. А. ФЕДОРОВ

(Новосибирск)

ОПТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИЗОТРОПНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГИЛЬБЕРТА

В ряде случаев наибольшая информация о наблюдаемом изображении заключена в его производных. Для получения в реальном масштабе времени пространственных производных от изображений разработаны соответствующие оптические системы [1, 2]. В тех случаях, когда исследуются быстро изменяющиеся изображения, получение которых к тому же связано с большими экономическими затратами, вопрос об изотропности характеристик «дифференцирующих» оптических систем особенно важен. К числу изотропных систем можно отнести системы, «вычисляющие» градиент

$$|\nabla \dot{g}(x, y)|^2 = \left| \frac{\partial \dot{g}(x, y)}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \dot{g}(x, y)}{\partial y} \right|^2 \quad (1)$$

комплексной функции $\dot{g}(x, y)$ прозрачности просвечиваемого носителя изображения (кювета и т. д.).

Реализовать такую систему достаточно трудно, так как требуются амплитудные маски с широким изменением оптической плотности. Энергетический к. п. д. такой системы в случае обработки низкочастотных изображений очень мал. Это объясняется тем, что амплитудная маска «поглощает» низкочастотные компоненты пространственного частотного спектра изображения. В них сосредоточена основная световая энергия. Ослабить эти недостатки, сохраняя свойство изотропности системы, можно путем изъятия из такой системы амплитудных масок при одновременном сохранении фазовых. Такие системы назовем «фазовыми аналогами» исходных систем. Принимая во внимание соотношение (1), а также то, что фазовый аналог системы, вычисляющей первую частотную производную, представляет собой систему, реализующую одномерное Гильберт-преобразование, можно написать соотношение

$$|\Gamma_{\nabla}[\dot{g}(x, y)]|^2 = |\Gamma_x[\dot{g}(x, y)]|^2 + |\Gamma_y[\dot{g}(x, y)]|^2, \quad (2)$$

которое далее будем называть изотропным преобразованием Гильберта. Здесь

$$\Gamma_x[\dot{g}(x, y)] = \frac{1}{\pi} v.p. \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x', y') \delta(y' - y)}{x - x'} dx' dy' = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x', y)}{x - x'} dx'; \quad (3)$$

$$\Gamma_y[\dot{g}(x, y)] = \frac{1}{\pi} v.p. \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x', y') \delta(x' - x)}{y - y'} dx' dy' = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x, y')}{y - y'} dy'. \quad (4)$$

В этом смысле известное двумерное преобразование Гильберта является фазовым аналогом системы, вычисляющей смешанную производную, и, следовательно, оно не обладает свойством изотропности [3]. Преобразование Гильберта можно отнести к категории дифференцирующих систем.

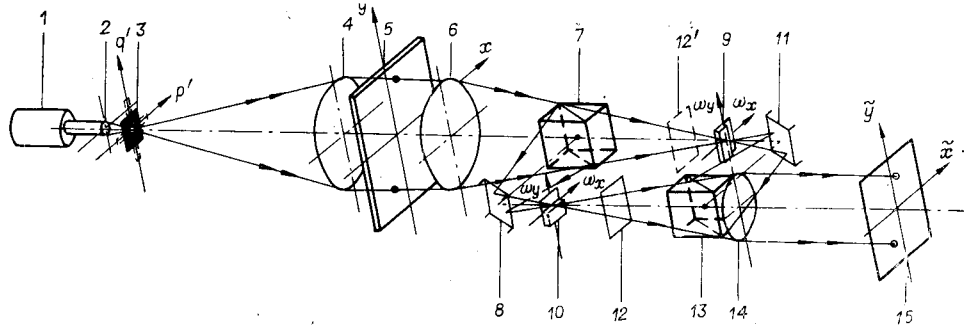


Рис. 1.

На рис. 1 изображена предложенная авторами схема [4], реализующая изотропное преобразование Гильберта [1 — лазер; 2 — микро-объектив; 3 — точечная диафрагма; 4 — коллимирующий объектив; 5 — входной транспарант с изменяющимся амплитудным коэффициентом пропускания $\dot{g}(x', y')$; 6 — объектив прямого Фурье-преобразования (основной объектив теневого прибора); 7 — светоделительный кубик; 9 и 10 — полуволновые фазовые ножи (пластинки), описываемые функцией прозрачности $j \operatorname{sgn} \omega_y I(\omega_y)$ и $j \operatorname{sgn} \omega_x I(\omega_x)$ соответственно (выполненные, например, путем напыления на стеклянную подложку диэлектрической пленки, толщина и показатель преломления которой удовлетворяют условию изменения фазы проходящих через нее лучей монохроматического света по отношению к изменению фазы лучей света, прошедших мимо нее, которое составляет π , т. е. 180°); 8 и 11 — отражающие зеркала, выравнивающие оптическую длину пути обоих каналов; 12 — полуволновая поляризационная фазовая пластинка; 13 — поляризационный светоделительный кубик; 14 — объектив обратного преобразования Фурье (восстанавливающий объектив теневого прибора) и квадратирующего элемента 15 (фотоэмульсии), находящегося в общей выходной плоскости оптической системы].

В данной когерентной оптической системе сфокусированный микрообъективом лазерный пучок света в центре точечной диафрагмы формирует точечный источник монохроматического линейно-поляризованного света. Излучение источника света, сформированного таким образом, коллимируется объективом 4 и создает когерентное освещающее поле (т. е. плоскую монохроматическую волну с постоянной по полю амплитудой \vec{E}), которое, просвечивая транспарант 5, на его выходной плоскости повторяет закон изменения входного сигнала (изображения) как $\vec{E}g(z', y')$, где \rightarrow означает горизонтальную поляризацию освещающего потока.

Световой поток с таким амплитудным распределением в плоскости его сечения воспринимается объективом 6, который в своей задней фокальной плоскости, совпадающей при этом с плоскостью изображения точечного источника света, формирует световую модель пространственно-частотного спектра входной функции $\dot{g}(x', y')$, т. е.

$$\dot{G}(\omega_x, \omega_y) = \frac{\vec{E}}{\lambda f_0} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') e^{-i(\omega_x x' + \omega_y y')} dx' dy', \quad (5)$$

где $\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda f_0} p$; $\omega_y = \frac{2\pi}{\lambda f_0} q$ — круговые пространственные частоты; f_0 — фокусное расстояние основного объектива; λ — длина волны лазерного излучения.

Выходящий из объектива 6 световой поток далее с помощью светоделительного кубика 7 и зеркала 8 расщепляется на два идентичных.

(по энергетике) потока, создавая при этом две частотные плоскости такой оптической системы, в которых с ортогональной ориентацией друг к другу расположены полуволновые фазовые ножи 9 и 10, соответственно перекрывающие отрицательные частотные полуплоскости относительно оси координат ω_y в первом канале и оси координат ω_x во втором. Распределение комплексной амплитуды светового потока на выходе таких фазовых фильтров в первом и во втором каналах при этом определяется соответственно как

$$\dot{G}_1(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{G}(\omega_x, \omega_y) \dot{H}_1(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{G}(\omega_x, \omega_y) j \operatorname{sgn} \omega_x l(\omega_y) \quad (6)$$

и

$$\dot{G}_2(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{G}(\omega_x, \omega_y) \dot{H}_2(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{G}(\omega_x, \omega_y) j \operatorname{sgn} \omega_y l(\omega_x), \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ -1 \text{ при } \omega_i < 0; \end{array} \right\}$$

$l(\omega_i)$ — одномерная единичная функция. При дальнейшем прохождении светового потока во втором канале через полуволновую поляризационную фазовую пластинку 12 происходит поворот плоскости поляризации этого потока на 90° , т. е. $\vec{E} \rightarrow E^\uparrow$. Далее эти два потока с помощью зеркала 11 и поляризационного кубика 13 (отражающего полностью поляризованный в горизонтальной плоскости световой поток первого канала и пропускающий соответственно полностью поляризованный уже в вертикальной плоскости световой поток второго канала) совмещаются. Объектив 14, воспринимая этот суммарный световой поток, на выходной плоскости оптической системы (т. е. на плоскости проектирования этим объективом входного изображения) формирует двумерные Фурье-образы фазово-модулированных пространственно-частотных спектров входного сигнала [5, 6], т. е.

$$\begin{aligned} \dot{f}(x, y) &= \frac{1}{\lambda f_B} \iint_{-\infty}^{\infty} [\dot{G}_1(\omega_x, \omega_y) + \dot{G}_2(\omega_x, \omega_y)] \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_B} (px + qy) \right] dpdq = \\ &= \frac{\vec{E}}{\sqrt{2} \lambda^2 f_0 f_B} \iint_{-\infty}^{\infty} g(x', y') \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} j \operatorname{sgn} \omega_x l(\omega_y) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_B} (px + qy) \right] dqdq \right\} \times \\ &\quad \times \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_0} (px' + qy') \right] dx' dy' + \frac{E^\uparrow}{\sqrt{2} \lambda^2 f_0 f_B} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \times \\ &\quad \times \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} j l(\omega_x) \operatorname{sgn} \omega_y \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_B} (px + qy) \right] dpdq \right\} \times \\ &\quad \times \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_0} (px' + qy') \right] dx' dy', \quad (9) \end{aligned}$$

где f_B — фокусное расстояние восстанавливающего объектива 14. Определяя увеличение телескопической системы как

$$M = \frac{d_i}{d_o} = \frac{f_B + f_0}{f_B + \frac{f_B^2}{f_0}} = \frac{f_0}{f_B} \quad (10)$$

и подставляя это соотношение в выражение (9), получим упрощенный вид выходного сигнала

$$\begin{aligned} \dot{f}(x, y) = & \frac{\vec{E}M}{\sqrt{2} \cdot 4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \iint_{-\infty}^{\infty} j1(\omega_y) \operatorname{sgn} \omega_x \exp\{-j[\omega_x(x' + Mx) + \\ & + \omega_y(y' + My)]\} d\omega_x d\omega_y dx' dy' + \\ & + \frac{E^\dagger M}{\sqrt{2} \cdot 4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \iint_{-\infty}^{\infty} j1(\omega_x) \operatorname{sgn} \omega_y \exp\{-j[\omega_x(x' + Mx) + \\ & + \omega_y(y' + My)]\} d\omega_x d\omega_y dx' dy'. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая, что внутренние интегралы в (11) есть произведения двух обобщенных функций вида *v.p.* $\frac{1}{\pi t}$ и $\delta(t)$ [7]:

$$\begin{aligned} & \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn} \omega_x \exp[-j\omega_x(x' + Mx)] d\omega_x \frac{1}{2\pi} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} 1(\omega_y) \exp[-j\omega_y(y' + My)] d\omega_y = -\frac{\delta[y' - (-My)]}{\pi[x' - (-Mx)]}, \\ & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1(\omega_x) \exp[-j\omega_x(x' + Mx)] d\omega_x \frac{j}{2\pi} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn} \omega_y \exp[-j\omega_y(y' + My)] d\omega_y = -\frac{\delta[x' - (-Mx)]}{\pi[y' - (-My)]}, \end{aligned}$$

получаем

$$\begin{aligned} \dot{f}(x, y) = & \frac{\vec{E}M}{\sqrt{2}} \text{v.p.} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \frac{\delta[y' - (My)]}{\pi[(-xM) - x']} dx' dy' + \\ & + \frac{E^\dagger M}{\sqrt{2}} \text{v.p.} \iint_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \frac{\delta[x' - (-Mx)]}{\pi[(-My) - y']} dx' dy' = \\ = & \frac{\vec{E}M}{\sqrt{2}} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x', -My)}{\pi[(-Mx) - x']} dx' + \frac{E^\dagger M}{\sqrt{2}} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(-Mx, y')}{\pi[(-My) - y']} dy'. \end{aligned} \quad (12)$$

Сравнивая полученные интегральные члены в выражениях (12) с (3) и (4), нетрудно заметить, что амплитудное распределение выходного сигнала (12) такой оптической системы пропорционально сумме уменьшенных (в масштабе) и перевернутых одномерных Гильберт-образов входного сигнала $\dot{g}(x', y')$, вычисленных соответственно вдоль взаимно-ортогональных направлений x и y :

$$\dot{f}(x, y) = \frac{M\vec{E}}{\sqrt{2}} \Gamma_x[\dot{g}(-Mx, -My)] + \frac{ME^\dagger}{\sqrt{2}} \Gamma_y[\dot{g}(-Mx, -My)]. \quad (13)$$

Распределение интенсивности такого выходного сигнала соответственно равно

$$\begin{aligned} I(x, y) = & \frac{M^2 E^2}{2} |\Gamma_x[\dot{g}(-Mx, -My)]|^2 + \frac{M^2 E^2}{2} |\Gamma_y[\dot{g}(-Mx, -My)]|^2 + \\ & + M^2 |\Gamma_x[\dot{g}(-Mx, -My)]| |\Gamma_y[\dot{g}(-Mx, -My)]| \vec{E}E^\dagger \cos[\varphi_1(x, y) + \varphi_2(x, y)], \end{aligned} \quad (14)$$

где последний интерференционный член в силу ортогональной поляризации световых потоков \vec{E} и E^\dagger равен 0. Таким образом, распределение интенсивности света выходного сигнала, получаемое на регистрирующем материале 15, с точностью до константы $\frac{E^2 M^2}{2}$ соответствует квадрату модуля функции, являющейся изотропным Гильберт-образом входного сигнала, описываемого выражением (2), т. е.

$$I(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{1}{2} M^2 E^2 |\Gamma_\nabla [\dot{g}(-Mx, -My)]|^2 = \tilde{E}^2 |\Gamma_\nabla [\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2, \quad (15)$$

где $\tilde{x} = -Mx$, $\tilde{y} = -My$ — приведенные координаты; $\tilde{E} = \frac{M}{\sqrt{2}} E$ — амплитуда выходного светового поля.

Описанному устройству присущи некоторые специфические недостатки когерентных систем оптической обработки информации, как, например, появление в выходном сигнале-изображении пространственного шума (лазерной зернистости), возникающего при пространственно-когерентном освещении входного транспаранта, когда сказывается влияние мельчайших загрязнений, пылинок, царапин на объективах, а также микронеровности кромок фазовых ножей в местах проектирования точечного источника света. С целью устранения этих недостатков такой точечный источник света может быть заменен на крестовидный, составленный из двух пересекающихся под прямым углом щелевых источников, излучающих каждый по отдельности взаимно-ортогонально поляризованный свет (например, горизонтальная щель при этом излучает свет, поляризованный в горизонтальной плоскости, а вертикальная щель — соответственно в вертикальной). Формируемое при этом освещающее входной транспарант световое поле можно представить в виде суммы плоских монохроматических волн, создаваемых отдельными точечными источниками света, расположенными в различных точках плоскости (p', q') крестовидного источника света (т. е. вдоль соответствующих ему щелевых источников света):

$$\begin{aligned} \dot{E}(x', y') = & \sum_{r=1}^m \vec{E}_r \exp \left\{ -j \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} x' p'_r + \varphi_r(t) \right] \right\} + \\ & + \sum_{l=1}^n E_l^\dagger \exp \left\{ -j \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} y' q'_l + \varphi_l(t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где \vec{E}_r , E_l^\dagger ; $\varphi_r(t)$, $\varphi_l(t)$ — амплитуды и фазовые соотношения плоских монохроматических волн, создаваемых r -м и l -м точечными источниками света, расположенными соответственно в точках $(p'_r, 0)$ и $(0, q'_l)$ горизонтальной и вертикальной щели; f_k — фокусное расстояние коллимирующего объектива 4. Учитывая, что обычно в таких устройствах в качестве коллимирующего и основного объективов используются объективы с одинаковыми параметрами, в дальнейшем предположим $f_k = f_0$.

Суммарный световой поток, пройдя входной транспарант, воспринимается основным объективом 6 и далее расщепляется с помощью поляризационного кубика 7 (используемого в данном устройстве вместо обычного светоделительного кубика) на два ортогонально поляризованных потока. При этом вертикально поляризованная составляющая потока, пройдя полностью поляризационный кубик, в частотной плоскости первого канала формирует световую модель суммы двумерных Фурье-образов входного сигнала, сдвинутых друг относительно друга вдоль кромки фазового ножа, расположенного в этой плоскости параллельно изображению вертикального щелевого источника. Отраженная часть светового потока, соответствующая его горизонтально поляризованной

тогда распределение комплексной амплитуды световых потоков, получаемых на выходной плоскости таких фазовых фильтров 9 и 10, может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{G}_1^\dagger(\omega_x, \omega_y) = \sum_{l=1}^n j \dot{G}^\dagger(\omega_x, \omega_y - \omega_l) \operatorname{sgn} \omega_x 1(\omega_y) e^{-j\varphi_l(t)} \quad (17)$$

и

$$\dot{G}_2^\dagger(\omega_x, \omega_y) = \sum_{r=1}^m j \dot{G}^\dagger(\omega_x - \omega_r, \omega_y) \operatorname{sgn} \omega_y 1(\omega_x) e^{-j\varphi_r(t)}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{G}^\dagger(\omega_x, \omega_y - \omega_l) &= \frac{\vec{E}_l^\dagger}{\lambda f_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_0} (px' + qy') \right] \times \\ &\quad \times \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_k} q_l y' \right] dx' dy'; \\ \dot{G}^\dagger(\omega_x - \omega_r, \omega_y) &= \frac{\vec{E}_r^\dagger}{\lambda f_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_0} (px' + qy') \right] \times \\ &\quad \times \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_k} p_r x' \right] dx' dy' \end{aligned}$$

— смещенные Фурье-образы входного сигнала соответственно вдоль осей координат ω_x и ω_y частотной плоскости с параметрами сдвига

$$\omega_r = \frac{2\pi}{\lambda f_0} p_r = -\frac{2\pi}{\lambda f_k} p_r'; \quad \omega_l = \frac{2\pi}{\lambda f_0} q_l = -\frac{2\pi}{\lambda f_k} q_l'. \quad (19)$$

При дальнейшем прохождении этих световых потоков соответственно через полуволновые поляризационные фазовые пластинки 12 и 12' (12' введена дополнительно в первый канал данного устройства последовательно с фазовым ножом 9) происходит поворот их плоскости по-

ляризации на 90° , т. е. $\dot{G}_1^\dagger \rightarrow \dot{G}_1$ и $\dot{G}_2^\dagger \rightarrow \dot{G}_2$. Как и в рассмотренном выше устройстве, взаимно-ортогонально поляризованные световые потоки с помощью поляризационного кубика 13 совмещаются и, воспринимаясь восстанавливающим объективом 14, на его выходной плоскости формируют суммарное распределение амплитуды света, представляющего собой двумерный Фурье-образ суммы функций \dot{G}_1 и \dot{G}_2 , т. е.

$$\dot{f}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{1}{\lambda f_b} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{G}_1(\omega_x, \omega_y) + \dot{G}_2(\omega_x, \omega_y)] \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f_b} (px + qy) \right] dp dq.$$

Используя ранее полученные соотношения (17), (18), а также (9) — (15), окончательно получаем

$$\dot{f}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{l=1}^n M \vec{E}_l \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \exp \{ j [\omega_l y' - \varphi_l(t)] \} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j \operatorname{sgn} \omega_x \exp[-j\omega_x(x' + Mx)] d\omega_x \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1(\omega_y) \times \right. \\
& \times \left. \exp[-j(\omega_y y' + My)] d\omega_y \right\} dx' dy' + \sum_{r=1}^m ME_r^\dagger \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(x', y') \times \\
& \times \exp\{j[\omega_r x' - \varphi_r(t)]\} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1(\omega_x) \exp[-j\omega_x(x' + Mx)] d\omega_x \times \right. \\
& \times \left. \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j \operatorname{sgn} \omega_y \exp[-j\omega_y(y' + My)] d\omega_y \right\} dx' dy' = \\
& = \sum_{i=1}^n M\vec{E}_i \exp\{j[\omega_i \tilde{y} - \varphi_i(t)]\} \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(x', \tilde{y})}{\tilde{x} - x'} dx' + \\
& + \sum_{r=1}^m ME_r^\dagger \exp\{j[\omega_r \tilde{x} - \varphi_r(t)]\} \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{g}(\tilde{x}, y')}{\tilde{y} - y'} dy' = \\
& = \Gamma_X[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})] \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \exp\{j[\omega_i \tilde{y} - \varphi_i(t)]\} + \Gamma_Y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})] \times \\
& \times \sum_{r=1}^m \vec{E}_r^\dagger \exp\{j[\omega_r \tilde{x} - \varphi_r(t)]\}, \tag{20}
\end{aligned}$$

где $\vec{E}_i = ME_i$ — парциальные амплитуды световых волн в выходной плоскости; $\tilde{x} = -Mx$ и $\tilde{y} = -My$ — приведенные координаты; $\Gamma_X[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]$ и $\Gamma_Y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]$ — одномерные преобразования Гильберта, вытекающие из соотношений (3) и (4). Соответственно тогда распределение усредненной за время наблюдения T (экспозиции) интенсивности света в выходной плоскости 15 данного устройства можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
I(\tilde{x}, \tilde{y}) &= |\overline{\Gamma_X[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]}|^2 \sum_{i=1}^n \vec{E}_i^2 + |\Gamma_Y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2 \sum_{r=1}^m \vec{E}_r^2 + |\Gamma_X[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2 \times \\
& \times \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{E}_l \vec{E}_i \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} (q'_i - q'_l) \tilde{y} + \varphi_{li}(t) \right] dt + |\Gamma_Y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2 \times \\
& \times \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{r=1}^m \sum_{k=1}^m \vec{E}_r^\dagger \vec{E}_k \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} (p'_r - p'_k) \tilde{x} + \varphi_{rk}(t) \right] dt + \\
& + \operatorname{Re} \{ \Gamma_X[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})] \Gamma_Y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})] \} \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{l=1}^n \sum_{r=1}^m \vec{E}_l \vec{E}_r^\dagger \cos \times \\
& \times \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} (q'_l \tilde{y} - p'_r \tilde{x}) + \varphi_{lr}(t) \right] dt, \tag{21}
\end{aligned}$$

где $\varphi_{lk}(t) = \varphi_l(t) - \varphi_k(t)$ — относительная разность фаз двух точечных источников монохроматического света, расположенных в различных точках плоскости (p', q') крестовидного источника света.

Последний интегральный (интерференционный) член в выражении (2), как и в случае применения точечного источника света, также обращается в нуль в силу ортогональной поляризации интерферирующих световых волн \vec{E}_l и \vec{E}_r^\dagger . Учитывая это обстоятельство, нетрудно заметить, что в целом данное устройство при условии равенства энергий

световых потоков (коллимированных пучков), исходящих соответственно из горизонтального и вертикального щелевого источника, т. е.

$$\iint_{\Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \tilde{E}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n \tilde{E}_i \tilde{E}_i \frac{1}{T} \int_0^T \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} (q_i - q'_i) \tilde{y} + \varphi_{ii}(t) \right] dt \right\} \tilde{x} \tilde{y} =$$

$$= \iint_{\Omega} \left\{ \sum_{r=1}^m \tilde{E}_r^2 + 2 \sum_{r=1}^m \sum_{k=1}^m \tilde{E}_r \tilde{E}_k \frac{1}{T} \int_0^T \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda f_k} (p'_r - p'_k) \tilde{x} + \varphi_{rk}(t) \right] dt \right\} \tilde{x} \tilde{y}, \quad (22)$$

реализует вычисление квадрата модуля двумерной функции, являющейся изотропным Гильберт-образом входного сигнала. Однако в случае применения пространственно-когерентного крестовидного источника света получаемое при этом изображение изотропного преобразования Гильберта входного сигнала будет иметь зернистую (шумовую) структуру, так как разность фазовых соотношений $\varphi_i(t)$ и $\varphi_k(t)$, принимающих, вообще говоря, случайные значения для разных точек в плоскости крестовидного источника, в данном случае не зависит от времени, и картина интерференции, получаемая за счет первых двух интегральных составляющих выражения (22), стабильна во времени и имеет вид шумового сигнала в пространстве. Поэтому с целью устранения этого недостатка в данном устройстве целесообразнее использовать некогерентный крестовидный источник света, получаемый, например, путем проектирования в центральный участок щелевых диафрагм изображения самосветящихся протяженных объектов либо путем внесения в плоскость пространственно-когерентного крестовидного источника вращающегося (или колеблющегося) матового стекла. Тогда разность фазовых соотношений $\varphi_{rk}(t)$ каждой пары некогерентных между собой точечных источников света изменяется во времени случайным образом, принимая при этом равновероятные значения в пределах $\pm\pi$, и интегральные члены в (21), усредняющие во времени такую «бегущую» интерференционную картину, обращаются в нуль. Следовательно, выходной сигнал данного устройства тогда можно представить в следующем виде:

$$I(x, y) = M^2 A [|\Gamma_x[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2 + |\Gamma_y[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2] = M^2 A |\Gamma_v[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2, \quad (23)$$

где $A = \sum_{i=1}^n E_i^2 = \sum_{r=1}^m E_r^2$ — яркость освещающего входной транспарант светового поля, создаваемого отдельно либо горизонтальным, либо вертикальным «самосветящимся» щелевым источником света.

Как уже отмечалось выше, такие «дифференцирующие» функциональные преобразователи, осуществляющие вычисление производных, а также аналогичные им операции, могут использоваться, в частности, для выделения контуров оптических изображений, а также для повышения контраста (резкости) изображений [8] путем добавления к исходному изображению некоторой доли его производной, т. е. его контурного изображения. В связи с этим представляется интересным выяснить возможность реализации таких операций с помощью рассматриваемых устройств. Такого рода операция основана на вычислении суммы двух изображений, представленных каждый в виде квадратов модулей исходной функции (входного сигнала) и ее изотропного Гильберт-образа, т. е.

$$|\Phi_v(\tilde{x}, \tilde{y}, \alpha, \beta)|^2 = \alpha |\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})|^2 + \beta |\Gamma_v[\dot{g}(\tilde{x}, \tilde{y})]|^2, \quad (24)$$

где α, β — коэффициенты пропорциональности, показывающие соответственно доли исходного изображения и его «производной» в результирующем изображении. В дальнейшем такое функциональное преобра-

зование, описываемое выражением (24), для простоты (краткости) определим как изотропное преобразование Фуко — Гильберта. Из этого соотношения видно, что, регулируя параметры α и β , вообще говоря, можно достичь желаемого эффекта наилучшего «подчеркивания» контуров и т. п.

Нетрудно показать, что при обработке с помощью рассматриваемых устройств чисто амплитудных изображений (т. е. в том случае, когда распределение коэффициента пропускания входного транспаранта описывается только действительной функцией либо чисто мнимой функцией $\hat{g}(\hat{x}, \hat{y})$) эта операция изотропного преобразования Фуко — Гильберта сравнительно просто реализуется введением в частотные плоскости обоих каналов оптической системы (см. рис. 1) вместо полуволновых (идеально прозрачных) фазовых ножей 9 и 10 «полупрозрачных» ножей с некоторым коэффициентом амплитудного пропускания τ :

а) либо сдвигающих, как и прежние ножи, фазу θ проходящих через них лучей света на π нечетное число раз, т. е. $\theta = (2k-1)\pi$;

б) либо сдвигающих фазу на π четное число раз, включая, конечно, и нулевой сдвиг, т. е. $\theta = 0; 2k\pi$.

Весовые коэффициенты α и β , определяющие соответственно доли этих изображений в результирующем выходном сигнале, от параметров τ и θ этих ножей зависят следующим образом:

$$\alpha = \begin{cases} \frac{(1-\tau)^2}{2} & \text{при } \theta = (2k-1)\pi; \\ \frac{(1+\tau)^2}{2} & \text{при } \theta = 2k\pi; \end{cases} \quad \beta = \begin{cases} \frac{(1+\tau)^2}{4} & \text{при } \theta = (2k-1)\pi; \\ \frac{(1-\tau)^2}{4} & \text{при } \theta = 2k\pi. \end{cases} \quad (25)$$

Один из возможных вариантов технической реализации таких амплитудно-фазовых (силуэтных) фильтров с регулируемой прозрачностью основан на использовании фазовых пластинок Кастлера [9]. Каждый из этих фильтров состоит из линейного поляризатора P и анализатора A со скрещенными под прямым углом осями пропускания PP' и AA' , а также составной пластины L , расположенной между ними в плоскости изображения одного из щелевых источников света (рис. 2, а). Составная пластина L , в свою очередь, образована из двух расположенных рядом двоякопреломляющих пластинок 1 и 2 (например, изготовленных из кристаллического кварца), идентичных по толщине, каждая из которых перекрывает соответственно отрицательную и положительную частотную полуплоскость оптической системы. Ось пропускания PP' поляризатора P (см. рис. 2, б) ориентирована относительно осей наибольшей скорости F_1F_1' и F_2F_2' поляризационных фазо-

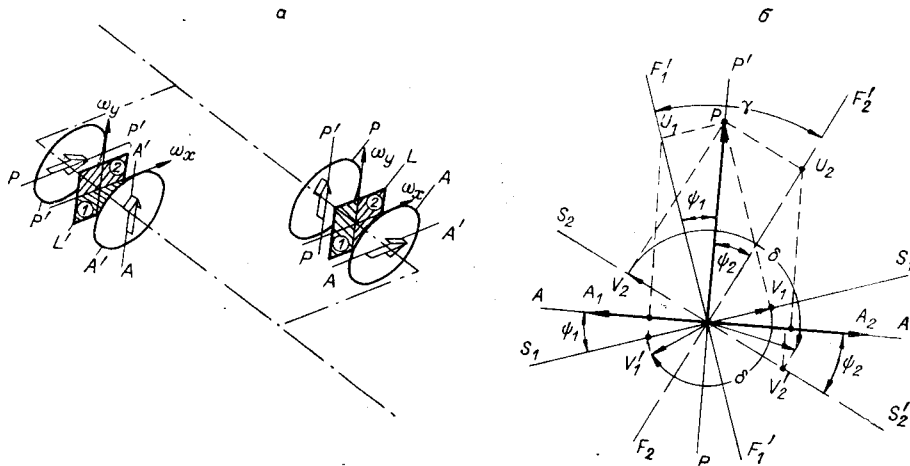


Рис. 2.

вых пластинок 1 и 2 соответственно под углами $\psi_1 = \psi$ и $\psi_2 = \gamma - \psi_1 = \gamma - \psi$, где γ — угол между одноименными осями наибольшей и наименьшей скорости (S_1S_1' и S_2S_2') пластинок 1 и 2 (равный в данном случае 45°). Тогда коэффициенты пропускания τ_i и фазовые сдвиги θ_i этих амплитудно-фазовых ножей выражаются через параметры ψ и ψ_2 :

$$\theta_2 = \begin{cases} \pi & \text{при } \frac{\pi}{8} \leq \psi \leq \frac{\pi}{4}, \text{ т. е. } -\frac{\pi}{8} \leq \psi_2 \leq 0; \\ 0 & \text{при } \frac{\pi}{4} \leq \psi \leq \frac{3}{8}\pi, \text{ т. е. } 0 \leq \psi_2 \leq \frac{\pi}{8}. \end{cases} \quad (28)$$

В первом случае, т. е. в случае изменения угла ψ , отсчитываемого между осью пропускания поляроида P и оптической осью F_1F_1' двоякопреломляющей пластинки 1 (либо 2), в пределах от $-\frac{\pi}{8}$ до $\frac{\pi}{8}$, такой амплитудно-фазовый нож расположен в отрицательной частотной полуплоскости, а в случае изменения ψ в пределах от $\frac{\pi}{8}$ до $\frac{3}{8}\pi$, наоборот, — в положительной частотной полуплоскости. При этом коэффициенты пропускания этих ножей по мере увеличения угла ψ в указанных выше пределах варьируются от 1 до 0 по «модульному» закону.

Таким образом, проведенный анализ принципа действия поляризационных амплитудно-фазовых фильтров Кастлера показывает, что применение их в качестве фильтрующих масок 9 и 10 в рассмотренном нами оптическом функциональном преобразователе позволяет в конечном итоге сравнительно просто регулировать весовые коэффициенты α и β в пределах ($0 \leq \alpha \leq 2$) и ($1 \geq \beta \geq 0$), т. е. позволяет моделировать изотропное преобразование Фуко — Гильберта $|\Phi_\nabla(\tilde{x}, \tilde{y}, \alpha, \beta)|^2$ с регулируемыми параметрами α и β .

Предложенная методика реализации изотропного преобразования Гильберта (ПГ) проверялась путем создания действующего макета по схеме, изображенной на рис. 3. В качестве источников света использовались две лампы накаливания с нитевидным святящимся телом. Фазовая модуляция осуществлялась с помощью рассмотренных выше широкополосных фазовых пластинок Кастлера, изготовленных из слюды с толщиной 60 мк. Общий вид макета изображен на рис. 4. Способность системы осуществлять изотропное ПГ иллюстрируется рис. 5, а—в. Два первых снимка показывают работу одномерных преобразователей Гильберта (работа в белом свете). Из рисунков видно, что одномерные преобразователи реагируют только на горизонтальную либо вертикальную составляющую градиента оптической плотности преобразуемого изображения. Эффект изотропного (со всех сторон) оконтуривания амплитудного объекта с помощью предложенной методики показан на рис. 5, в. Преобразование Гильберта особенно эффективно при визуализации низкочастотных слабых фазовых неоднородностей исследуемой оптической среды. В этой области приборы, реализующие ПГ, являются наиболее чувствительными из всех известных оптических схем.

В заключение заметим, что изотропное ПГ можно осуществлять и с помощью кольцевидной дифракционной решетки «со сбоем» [10]. Однако это преобразование является не чистым ПГ, а ПГ, усредненным по углу. Быстрый переход к одномерному режиму преобразования в

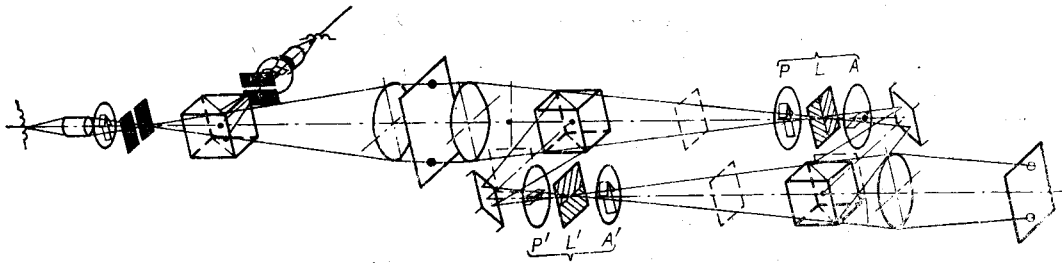


Рис. 3.

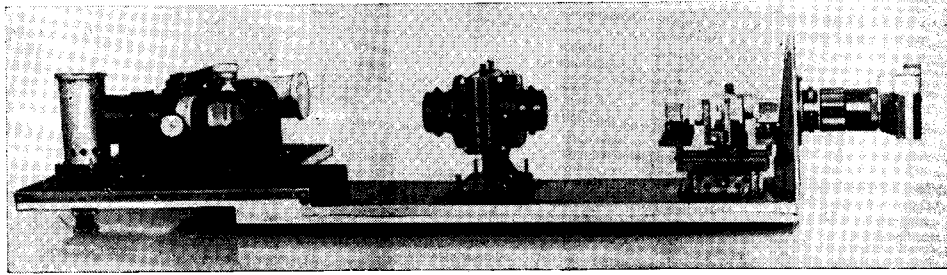


Рис. 4.

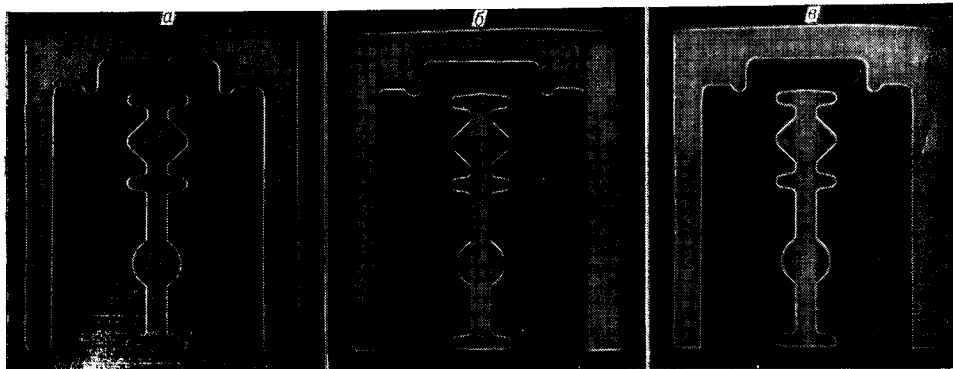


Рис. 5.

такой системе затруднителен. Кроме того, в отличие от [10] описанная схема при введении дополнительных амплитудных масок позволяет моделировать градиент обрабатываемого сигнала-изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. K. T. Eu, A. W. Lohmann. Spatial filtering effects by means of hologram copying.—"Opt. Commun.", 1973, vol. 8, № 3.
2. G. R. Eglychi, F. P. Carlson. Linear vector operations in coherent optical data processing systems.—"Appl. Opt.", 1970, vol. 9, № 3.
3. W. F. Haagen. Edge enhancement of photographic imagery.—"Wescon Technical Papers", part 3, Session 25/2, p. 1—10.
4. В. А. Арбузов, В. А. Федоров. Оптический способ повышения контраста изображений.— Авт. свид. № 412582. Бюл. изобрет., 1974, № 3.
5. Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. М., «Мир», 1970.
6. Г. Кондратенков. Обработка информации когерентными оптическими системами. М., «Сов. радио», 1972.
7. Л. М. Сороко. Основы голографии и когерентной оптики. М., «Наука», 1971.
8. Г. Г. Вайнштейн. Пространственная фильтрация изображений средствами аналоговой вычислительной техники.— В кн.: Иконика. М., «Наука», 1970.
9. Y. Belvaux, S. Lowenthal. White light Hilbert transform.—"Appl. Opt.", 1971, vol. 10, № 3.
10. J. K. T. Eu, A. W. Lohmann. Isotropic Hilbert spatial filtering.—"Opt. Commun.", 1973, vol. 9, № 3.

Поступила в редакцию 24 апреля 1975 г.