

можно определить фазовое распределение в корреляционной функции.

На рис. 6, б представлено изображение, соответствующее импульсному отклику фильтра, записанного с избыточностью на фотопластике с локальным фазовым дефектом.

ВЫВОДЫ

Проведенные исследования показали возможность широкого применения фотопластика для построения динамических и адаптивных систем пространственной фильтрации. Для дальнейшего усовершенствования этих систем необходимо улучшение параметров фотопластических носителей и в первую очередь — их цикличности. Это позволит создать гибкие электронно-оптические комплексы, управляющие функции в которых могут быть переданы ЭВМ, а исполняющим элементом будет когерентно-оптический коррелометр с динамическим фильтром.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Б. Гуревич, В. К. Соколов. Оптические методы обработки информации.— В кн.: Оптические методы обработки информации. Л., «Наука», 1974.
2. A. Vander Lugt. Optical processing.— In: Proceedings Development in Holography. SPIE Seminar Proceedings, 1971, vol. 25, p. 117.
3. T. C. Lee. Holographic recording on thermoplastic films.— "Appl. Opt.", 1974, vol. 13, № 4, p. 888.
4. W. T. Maloney, R. L. Gravel. Submillisecond development of thermoplastic recordings.— "Appl. Opt.", 1974, vol. 13, № 11, p. 2471.
5. W. S. Colburn, E. N. Tompkins. Improved thermoplastic-photoconductor devices for holographic recording.— "Appl. Opt.", 1974, vol. 13, № 12, p. 2934.
6. T. L. Credelle, F. W. Spong. Thermoplastic media for holographic recording.— "RCA Rev.", 1972, vol. 33, p. 206.
7. Н. Г. Находкин, Н. Г. Кувшинский, И. М. Почерняев. Управляемые фазовые термопластические среды для регистрации и обработки информации.— В кн.: Способы записи информации на бессеребряных носителях. Вып. 5. Киев, «Выща школа», 1974, с. 3—19.
8. W. I. Hannan. Embossed holographic movies.— Материалы V Всесоюзной школы по голографии. Л., ЛИЯФ, 1973. 359 с.
9. А. С. Островский, Е. К. Шмарев. Амплитудный синтез голографических дифракционных решеток.— В кн.: Проблемы голографии. Вып. 6. М., МИРЭА, 1976.

*Поступила в редакцию 9 сентября 1975 г.;
окончательный вариант — 11 ноября 1975 г.*

УДК 772.773:631.325.5

А. В. КУЗЬМЕНКО, Н. Г. НАХОДКИН

(Киев)

ОПТИЧЕСКИЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СИЛУЭТНО-КОНТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Введение. Исходные формулы. Известно, что задание действительной функции одной переменной $y=z(x)$ в виде силуэтного или контурного изображений (рис. 1, 2) может быть использовано для получения Фурье-спектра этой функции в когерентном оптическом вычислительном

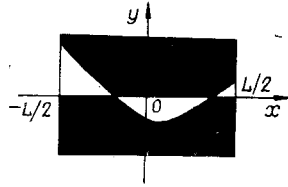


Рис. 1. Силуэтное представление функции $y = z(x)$.

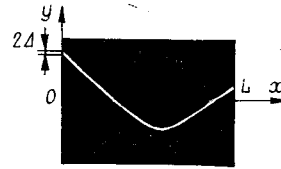


Рис. 2. Контурное представление функции $y = z(x)$.

устройстве (КОВУ) [1—3]. В простейшем случае КОВУ, служащее для этой цели, представляет собой однолинзовую Фурье-схему, выполняющую Фурье-преобразование над функцией амплитудного пропускания $t(x, y)$ входного транспаранта. При этом спектр $Z(\omega_x)$ функции $z(x)$, получающийся в виде амплитудно-фазового распределения волнового поля, лежит в узкой области, расположенной вдоль оси ω_x частотной плоскости КОВУ. Теоретическое обоснование и результаты экспериментального изучения работы этой системы, а также других, более сложных систем изложены в [1—3].

В настоящей работе ставится обратная (по отношению к рассмотренной в [1—3]) задача получения в КОВУ силуэтного или контурного изображений функции $z(x)$ по заданному спектру $Z(\omega_x)$ этой функции. К необходимости рассмотрения этой задачи мы пришли в процессе изучения вопросов регистрации и визуализации функций решения дифференциальных уравнений, получаемых в гибридной системе ЭВМ—КОВУ операционным методом [4]. Вместе с тем, как будет ясно из последующего изложения, решение обратной задачи представляет также и самостоятельный интерес.

Ниже описывается оптическая схема КОВУ для получения силуэта функции по ее спектру и проводится анализ ее работы. Показывается, что после внесения некоторых изменений предложенная схема может быть использована для получения контура функции (см. рис. 2).

1. Если нам задан некоторый транспарант с функцией амплитудного пропускания

$$t_1(x, y) = \text{rect}(x/L) \text{rect}\{[y - z(x)/2]/z(x)\} \text{sign}(y) \quad (1)$$

(см. рис. 1), где

$$\text{rect} \frac{z}{z_0} = \begin{cases} 1 & \text{для } |z| \leq z_0/2; \\ 0 & \text{для остальных } z; \end{cases}$$

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} 1 & \text{для } y > 0; \\ 0 & \text{для } y = 0; \\ -1 & \text{для } y < 0, \end{cases}$$

то, помещая его в КОВУ, реализующее операцию преобразования Фурье, можно получить спектр

$$T_1(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) \exp[-j(\omega_x x + \omega_y y)] dx dy. \quad (2)$$

Точно так же, располагая спектром $T_1(\omega_x, \omega_y)$, в том же КОВУ можно получить распределение поля, описываемое функцией

$$t_1(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_1(\omega_x, \omega_y) \exp[j(\omega_x x + \omega_y y)] d\omega_x d\omega_y. \quad (3)$$

В формулах (2), (3) $\omega_x = (2\pi/\lambda f)x$, $\omega_y = (2\pi/\lambda f)y$ — пространственные частоты, f — фокусное расстояние линзы КОВУ, x, y — координаты фокальной плоскости линзы, λ — длина волны света.

Используя (1), вычислим интеграл (2) и подставим в полученный результат Фурье-представление функции $z(x)$:

$$z(x) = \int_{-\Delta\omega_x}^{\Delta\omega_x} Z(\omega_x) \exp(j\omega_x x) d\omega_x, \quad (4)$$

где $2\Delta\omega_x$ — ширина спектра функции (отметим, что формула (4), строго говоря, приближенная). Получим

$$T_1(\omega_x, -\omega_y) = \frac{1}{j\omega_y} \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left[j\omega_y \int_{-\Delta\omega_x}^{\Delta\omega_x} Z(\omega_x) \exp(j\omega_x x) d\omega_x \right] \times \\ \times \exp(-j\omega_x x) dx = \frac{1}{j\omega_y} L \frac{\sin(\omega_x L/2)}{\omega_x L/2}. \quad (5)$$

2. Если транспарант имеет функцию амплитудного пропускания

$$t_2(x, y) = \text{rect} \left[\frac{x - L/2}{L} \right] \text{rect} \left[\frac{y - z(x)}{2\Delta} \right] \quad (6)$$

(см. рис. 2), то по аналогии с (5) его спектр можно представить в виде

$$T_2(\omega_x, -\omega_y) = 2\Delta \frac{\sin(\omega_y \Delta)}{\omega_y \Delta} \int_0^L \exp \left[j\omega_y \int_{-\Delta\omega_x}^{\Delta\omega_x} Z(\omega_x) \exp(j\omega_x x) d\omega_x \right] \exp(-j\omega_x x) dx. \quad (7)$$

Анализ работы оптической схемы. 1. Из формул (3), (5), (7) видно, что наличия спектра $Z(\omega_x)$ в принципе достаточно для того, чтобы реализовать в КОВУ процедуру вычисления по нему функции $t_1(t_2)$, т. е. решить задачу определения силуэта (контура) функции $z(x)$. На рис. 3 изображена оптическая схема КОВУ для вычисления силуэта функции $z(x)$, построенная на основе анализа формул (5), (3). В этой схеме линзы L_2, L_3, L_4, L_6 сферические, линзы L_1, L_5 цилиндрические. Оптическая схема, реализующая процесс вычисления контура функции, может быть построена по аналогии с предыдущей схемой и принципиально от нее не отличается. Имеющиеся несущественные различия в ее построении будут указаны ниже.

В схеме, приведенной на рис. 3, осуществляется не что иное, как процесс последовательного вычисления по заданной функции $Z(\omega_x)$ вначале функции $T_1(\omega_x, -\omega_y)$ [по формуле (5)], а затем функции

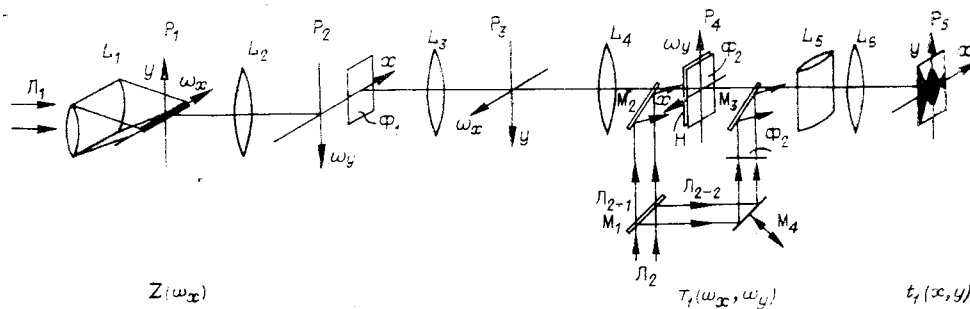


Рис. 3. Схема оптического вычислителя, служащего для получения силуэта функции $y = z(x)$ по ее спектру $Z(\omega_x)$.

$t_1(x, y)$ [по формуле (3)]. При этом два слагаемых $T_1(\omega_x, -\omega_y)$ вычисляются независимо друг от друга.

Процесс вычислений в схеме начинается с вычисления 1-го члена правой части (5), содержащего $Z(\omega_x)$. Для этого спектр $Z(\omega_x)$, выполненный в виде одномерной Фурье-голограммы (обычной или синтезированной), имеющей частотные размеры $2\Delta\omega_x$, помещается в плоскость P_1 . Голограмма освещается волновым фронтом, формируемым линзой L_1 . В плоскости P_2 изображение функции $z(x)$ выделяется в 1-м или более высоком порядке дифракции (что может иметь место в случае синтезированной голограммы) посредством прямоугольной диафрагмы, содержащей амплитудный фильтр Φ_1 с функцией пропускания, пропорциональной ω_y . Размеры диафрагмы, выделяющей изображение, должны быть связаны с характеристиками голограммы и линзы * таким образом, чтобы распределение поля по оси ω_y в плоскости изображения (до фильтра) было достаточно равномерным. Распределение поля, существующее на выходе фильтра Φ_1 , посредством двойного преобразования Фурье переносится в плоскость P_4 .

В плоскости P_4 требуется выполнить операцию преобразования функции $\omega_y z(x)$ в функцию $\exp(j\omega_y z(x))$. Очевидно, что такого типа нелинейное преобразование функции, заданной в виде распределения амплитуды поля, в оптической системе без применения регистрирующей среды осуществить нельзя. Покажем, что близкий в конечном итоге к нужному результат можно получить, осуществляя линейно-фазовую голографическую запись ** и последующее восстановление этой функции. Реализуется эта процедура обычными методами [6]. С помощью луча L_{2-1} и полупрозрачного зеркала M_2 в сигнальную волну $\omega_y z(x)$ вводится опорная волна $z_0 \exp(j\omega_0 x)$ (ω_0 характеризует угол наклона волнового фронта, z_0 — его амплитуду), а затем в плоскости P_4 производится регистрация интерференционной картины на соответствующую фазовую среду. Пропускание полученной фазовой голограммы H с точностью до постоянного фазового множителя будет описываться функцией

$$t_H(x, \omega_y) = \text{rect}(x/L) \text{rect}(\omega_y/\Omega_y) \exp j\beta [(\omega_y z(x))^2 + 2\omega_y z_0 z(x) \cos \omega_0 x], \quad (8)$$

где β — коэффициент, характеризующий зависимость фазы амплитудного пропускания голограммы от интенсивности регистрируемой интерференционной картины; $L \times \Omega_y$ — размеры голограммы по осям x, ω_y .

В P_4 на голограмму H накладывается амплитудный фильтр Φ_2 с пропусканием, пропорциональным $1/j\omega_y$. При освещении голограммы волной $z_0 \exp(j\omega_0 x)$ (луч L_1 при этом должен быть перекрыт) на выходе фильтра в P_4 получаем распределение поля

$$E_{H\Phi} = (1/j\omega_y) t_H(x, \omega_y) z_0 \exp j\omega_0 x. \quad (9)$$

Это распределение посредством астигматической системы, состоящей из линз L_5, L_6 , по координате x проектируется в плоскость P_5 , а по координате ω_y подвергается Фурье-преобразованию. В результате поле в плоскости P_5 описывается следующим выражением:

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} E_{H\Phi} \exp(j\omega_y y) d\omega_y = 4\pi^2 z_0 \exp(j\omega_0 x) \text{rect} \frac{x}{L} (f_1 \otimes f_2).$$

* Здесь и в дальнейшем предполагается, что линзы не вносят апертурных ограничений.

** В определении типа записи мы следуем терминологии, принятой в [5].

Здесь

$$f_1 = \Omega_y (\sin y \Omega_y / 2) / (y \Omega_y / 2);$$

$$f_2 = \frac{1}{2 \sqrt{\pi \beta} z(x)} \operatorname{sign}(y) \otimes \exp j \left[\frac{\pi}{4} - \frac{(y + 2\beta z_0 z(x) \cos \omega_0 x)^2}{4\beta z^2(x)} \right] =$$

$$= C + S + j(C - S),$$

где

$$S = S \left[\frac{1}{2 \sqrt{\beta} |z(x)|} (y + 2\beta z_0 z(x) \cos \omega_0 x) \right];$$

$$C = C \left[\frac{1}{2 \sqrt{\beta} |z(x)|} (y + 2\beta z_0 z(x) \cos \omega_0 x) \right]$$

— синус- и косинус-интегралы Френеля, зависящие от x как от параметра; знак \otimes означает свертку.

Поле E_1 складывается в P_5 с полем, обусловленным наличием 2-го члена в формуле (5) для T_1 , которое [с учетом преобразования (3)] легко формируется путем пропускания луча L_{2-2} через фильтр Φ_2 и систему линз L_5, L_6 . При этом в P_5 имеем

$$E_2 = 2\pi \bar{z}_0 \exp(j\omega_0 x) \operatorname{rect}(x/L) f_1 \otimes \operatorname{sign}(y)$$

(\bar{z}_0 — амплитуда поля в луче L_{2-2}).

Суммарное поле в P_5 , которое должно сформировать нам функцию, близкую к $t_1(x, y)$, выглядит следующим образом:

$$E = E_1 - E_2 = A_0 \exp(j\omega_0 x) \operatorname{rect}(x/L) f_1 \otimes [C + S - \operatorname{sign}(y) + j(C - S)], \quad (10)$$

где $A_0 = 4\pi^3 z_0$.*

Измеряемой (наблюдаемой) величиной в реальной оптической системе будет величина $|E|^2$. Если не учитывать влияния апертуры в плоскостях P_2 и P_4 по оси ω_y , то для $|E|^2$ получаем простую формулу

$$|E|^2 = A_0^2 \operatorname{rect} \frac{x}{L} \{ [\operatorname{sign}(y) - (C + S)]^2 + (C - S)^2 \}. \quad (11)$$

Прежде чем приступить к анализу (11), оценим порядок величины ω_0 , входящей в аргумент функций S и C . По определению $\omega_0 = 2\pi \sin \theta / \lambda$, где θ — угол наклона плоской опорной (восстанавливающей) волны к плоскости голограммы H при ее записи (восстановлении). Выбор θ определяется разрешающей способностью регистратора и полосой пространственных частот голографируемой функции. Для реальных регистрирующих сред и голографируемых функций θ составляет порядка $10-20^\circ$, что при $\lambda = 0,6328$ мкм, например, дает $\omega_0 \sim 1700-3400$ рад/мм. Таким образом, на каждом миллиметре вдоль оси x плоскости P_5 в области существования функции $|E|^2$ укладывается $\sim 300-600$ периодов функции $\cos \omega_0 x$.

Зафиксируем в (11) переменную x в некоторой точке $x = x_0$ ($|x_0| \leq L/2$), в которой $\cos \omega_0 x_0 = -1$, а также перейдем к новой переменной $y' = y/2\beta z_0$. Тогда для S и C в (11) будем иметь:

$$S = S \left[\frac{\sqrt{\beta} z_0}{|z(x_0)|} (y' - z(x_0)) \right];$$

$$C = C \left[\frac{\sqrt{\beta} z_0}{|z(x_0)|} (y' - z(x_0)) \right]. \quad (12)$$

* При записи (10) на \bar{z}_0 наложено условие $\bar{z}_0 = 2\pi^2 z_0$, что соответствует соблюдению в физической системе определенного соотношения между интенсивностями лучей L_{2-1} и L_{2-2} . Противоположные знаки при E_1 и E_2 обеспечиваются юстировкой зеркала M_4 .

Если теперь функцию $t_1(x, y)$ записать в отличном от выражения (1), но эквивалентном ему виде

y' и более или менее отличаются лишь вблизи точки $y' = z(x_0)$. Это подтверждается также численными расчетами (рис. 4). Переход в (11) от точки x_0 к $x_0 + \delta x$, в которой $\cos \omega_0(x_0 + \delta x) = 1$, приводит к инверсии функции $|E|^2$ относительно точки $y' = 0$ при незначительном изменении ее функциональной зависимости от y' (поскольку $z(x)$ — функция гладкая, а $\delta x = \pi/\omega_0$ — малая величина). Внутри интервала $x_0, x_0 + \delta x$ функция $|E|^2$ отображает функцию $z(x) \cos \omega_0 x$.

На основе сказанного можно заключить, что картина распределения интенсивности в плоскости P_5 будет представлять собой прямой и инвертированный относительно оси x силуэты функции $y' = z(x)$. Наличие наряду с прямым инвертированного силуэта, а также не связанных с апертурой искажений их картины объясняется тем, что вместо операции $\omega_y z \rightarrow \exp j\omega_y z$ в плоскости P_4 осуществляется фазовая голографическая запись и восстановление функции $\omega_y z$.

На множитель $\sqrt{\beta} z_0 / |z(x_0)|$ в (12) следует обратить особое внимание. Из поведения функций S и C ясно [7], что, чем больше этот множитель, тем ближе функция $|E|^2$ к t_1^2 (см. рис. 4). Физически это означает:

а) При записи голограммы H следует обеспечивать максимально возможную величину отношения $z_0^2 / [\omega_y z(x)]^2$ (интенсивности опорного луча к средней интенсивности сигнала луча), что в нашей схеме соответствует максимальному приближению функции $\exp[(\omega_y z)^2 + 2z_0 \omega_y z \cos \omega_0 x]$ к требуемой $\exp j\omega_y z$. В обычной схеме фазовой голографии максимизация этого отношения приводит к подавлению интермодуляционного шума в восстановленном изображении [8].

б) Для регистрации голограммы H лучше всего использовать среды с характеристикой фазового сдвига $\varphi = \varphi(\epsilon)$ (ϵ — экспозиция), обладающей большой крутизной $d\varphi/d\epsilon \sim \beta$.

Из апертурных искажений, имеющих место в любой, в том числе и в нашей оптической системе, отдельно следует выделить искажения, связанные с конечностью апертуры по оси ω_y в P_4 , приводящей к тому,

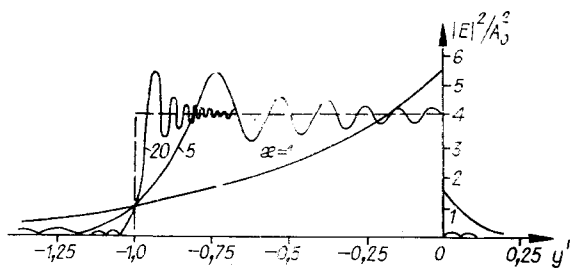


Рис. 4. Графики функции $|E(x_0, y')|^2 / A_0^2$ для случая $z(x_0) = -1$ и трех значений параметра $x = \sqrt{\beta} z_0 / |z(x_0)|$. Штриховая линия соответствует функции $4t_1^2(x_0, y')$.

что при восстановлении в P_5 функции $\text{sign}(y)$ [см. (10)], имеющей разрыв 1-го рода в точке $y = 0$, будет проявляться так называемый эффект Гиббса [6]. Однако в отличие от искажений, связанных с голографической обработкой поля в P_4 , которые нельзя устранить полностью, этот эффект может быть полностью подавлен методами аподизации.

* Функция $t_1^2(x, y')$ так же, как и $t_1(x, y')$, воспроизводит силуэт функции $z(x)$.

2. Как указывалось в п. 1, внося некоторые изменения в оптическую схему, приведенную на рис. 3, можно получить схему для вычисления контура функции $z(x)$. Изменения, которые необходимо внести, очевидны из сравнения формул (5) и (7). Нужно заменить фильтр Φ_2 в P_4 и удалить систему, состоящую из зеркал M_1, M_3, M_4 и второго фильтра Φ_2 . Трудность практической реализации функции пропускания $\sin \omega_y \Delta / \omega_y \Delta$ нового фильтра Φ_2 устраняется соответствующим подбором величин: 2Δ — ширины контура, f_6 — фокусного расстояния линзы L_6 . Их следует выбирать такими, чтобы рабочий участок фильтра описывался лишь неотрицательной центральной частью функции $\sin \omega_y \Delta / \omega_y \Delta$. Аналитическое рассмотрение, аналогичное проделанному в п. 1, показывает, что искажения краев контура $z(x)$ в этом случае будут носить такой же характер, как и искажения огибающей силуэта $z(x)$, получаемого в предыдущей схеме.

Заключение. В работе предложена идея и описана схемная реализация оптического вычислителя для получения силуэтно-контурных изображений действительных функций одной переменной. Этот вычислитель можно рассматривать как некоторый «оптический осциллограф» для записи и визуального наблюдения этих функций, существующих в форме одномерных пространственных распределений амплитуды оптического поля.

Ясно, что применение такого вычислителя на практике может быть целесообразным лишь при использовании в плоскости P_4 регистрирующей среды, обеспечивающей работу вычислителя в реальном времени [9].

Экспериментальные исследования позволят выявить возможности и недостатки вычислителя.

Авторы выражают благодарность В. Н. Курашову за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. V. Felstead. Optical Fourier transformation of area-modulated spatial functions.—“Appl. Opt.”, 1971, vol. 10, № 11, p. 2468—2475.
2. Н. С. Гибин, А. Г. Козачок, Е. С. Нежевенко, Ю. Н. Солодкин, П. Е. Твердохлеб, Ю. В. Чугуй. Анализ спектров одномерных сигналов оптическими методами.—«Автометрия», 1971, № 1, с. 64—70.
3. E. V. Felstead, K. O. Hill, A. U. Tenpe-Sens. On-dimensional optical Fourier transforms of line tracings.—“Optica Acta”, 1974, vol. 21, № 2, p. 85—103.
4. Н. Г. Находкин, А. В. Кузьменко, В. Н. Курашов, И. М. Почерняев. Операционный метод решения дифференциальных уравнений в системе ЦВМ — когерентное оптическое устройство.—«Опт. и спектр.», 1976, т. 40, вып. 4.
5. H. Dammann. Phase holograms of diffuse objects.—“J. Opt. Soc. Am.”, 1970, vol. 60, № 12, p. 1635—1639.
6. Л. М. Сороко. Основы голографии и когерентной оптики. М., «Наука», 1971, с. 602—616.
7. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. М., «Наука», 1971.
8. J. Upatnieks, C. Leonard. Diffraction efficiency and contrast for dielectric holograms.—“J. Opt. Soc. Am.”, 1970, vol. 60, № 3, p. 297—305.
9. Н. Г. Находкин, Н. Г. Кувшинский, И. М. Почерняев. Управляемые фазовые термопластические среды для регистрации и обработки информации.— В кн.: Способы записи информации на бессеребряных носителях. Вып. 5. Киев, «Выща школа», 1974, с. 3—19.

Поступила в редакцию 14 апреля 1975 г.;
окончательный вариант — 28 октября 1975 г.