

В. С. КИРИЧУК, В. П. КОСЫХ

(Новосибирск)

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ МИКРООБЪЕКТОВ ПРИ СЧИТЫВАНИИ ИХ КОНЕЧНОЙ АПЕРТУРОЙ

Введение. В задачах тонкого анализа микрообъектов при помощи считывания их изображений с последующей обработкой на ЭВМ, как правило, приходится учитывать конечную апертуру считывающего устройства.

$$g(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h(x - \xi, y - \eta) dx dy, \quad (1)$$

где $h(u, v)$ — апертурная функция считывающего пятна. Это интегрирование «растягивает» края контрастных изображений, так что для измерения размеров объектов и локализации их краев необходимо учесть влияние конечных размеров пятна. При известной функции $h(u, v)$ эта проблема может быть решена как классическая обратная задача путем сплошного сканирования и последующего численного решения уравнения (1). Однако в некоторых случаях, например при обработке двухградационных изображений простой формы, могут быть предложены более простые методы решения.

Ниже рассматривается одна из таких задач — измерение размеров контрастных микрообъектов круглой формы. Считывание изображений производится по адаптивному алгоритму, т. е. траектория движения считывающего луча определяется самим анализируемым изображением. Такой способ оказывается более эффективным по сравнению со сплошным сканированием, так как существенно повышает быстродействие и снижает требуемый объем оперативной памяти ЭВМ. Вместо решения обратной задачи здесь удастся использовать достаточно простой метод измерения с последующей коррекцией результатов.

Метод измерений. В основу алгоритма измерения размеров двухградационных (по пропусканию) микрообъектов естественно положить пороговый метод измерений, т. е. фиксировать некоторый уровень пропускания $\tau_{\text{пор}}$ и считать информативными только точки, в которых $\tau(x, y) \leq \tau_{\text{пор}}$. При измерении размеров частиц выбор порогового уровня должен обеспечивать локализацию края изображения. Так как распределение интенсивности света в сканирующем пятне близко к центрально-симметричному, для достаточно крупных объектов, имеющих радиус кривизны края, значительно больший радиуса сканирующего пятна, пороговый уровень, соответствующий границе объекта, близок к полусумме максимального и минимального уровней пропускания. (Максимальный уровень соответствует пропусканию фона, минимальный — полному перекрытию пятна объектом.) Для объектов большой кривизны $\tau_{\text{пор}}$ смещается к уровню фона.

Если функция $h(u, v)$ известна, может быть вычислена зависимость $\tau_{\text{пор}}$ от кривизны края объекта.

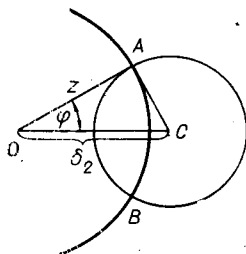


Рис. 1.

Получим эту зависимость для круглого объекта. Пусть сканирующее пятно находится в начале координат (рис. 1), а центр объекта отстоит от центра пятна на расстоянии δ . Рассмотрим подробно случай $\delta = \delta_2 > R$, когда центр пятна лежит вне объекта. При заданном радиусе интегрирования z длина дуги AB , расположенной внутри объекта, $L_{AB} = 2z\varphi$. Угол φ определяется из треугольника OAC :

$$\varphi = \arccos \frac{z^2 + \delta_2^2 - R^2}{2z\delta_2}.$$

Интегрируя функцию $h(z)$ по z в пределах от $\delta_2 - R$ до $\delta_2 + R$, получим интеграл поглощенного объектом света. Следовательно, если интенсивность света в пятне нормировать к единице, то коэффициент пропускания при $\delta > R$

$$\tau(\delta, R) = 1 - 2 \int_{\delta-R}^{\delta+R} \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} zh(z) dz. \quad (2a)$$

При $\delta < R$ аналогично получаем

$$\tau(\delta, R) = 1 - 2\pi \int_0^{R-\delta} zh(z) dz - 2 \int_{R-\delta}^{R+\delta} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz. \quad (2б)$$

На границе объекта, т. е. при $\delta = R$, выражение существенно упрощается:

$$\tau(R, R) = 1 - 2 \int_0^{2R} zh(z) \arccos \frac{z}{2R} dz. \quad (2в)$$

Функция $\tau(R, R)$ дает значение порогового уровня сигнала, приводящее к точному определению границы объекта. График функции $\tau(R, R)$, полученный численным интегрированием (2) для реального распределения [3] интенсивности $h(z)$, приведен на рис. 2. Используя полученную зависимость, можно предложить следующий путь определения радиусов объектов.

Приравняем значения интегралов (2а), (2в) некоторому фиксированному уровню α :

$$\alpha = \begin{cases} 1 - 2 \int_{\delta-R}^{\delta+R} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz, & \delta > R; \\ 1 - 2\pi \int_0^{R-\delta} zh(z) dz - 2 \int_{R-\delta}^{R+\delta} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz, & \delta < R. \end{cases} \quad (3)$$

Получаем неявно заданную функцию

$$\alpha = U(R, \delta).$$

Численным способом разрешая эту функцию относительно R , имеем

$$R = v(\alpha, \delta). \quad (4)$$

Имея в распоряжении функцию (4), можно восстановить истинный радиус объекта по его оценке \hat{R} , определенной при произвольном уровне α . Зависимость $R = v(\alpha, \hat{R})$, полученная численным способом для двух уровней α , приведена в табл. 1. Значения оценки и истинного значения радиуса для удобства пользования выражены в относительных единицах \hat{R}/s и R/s , где s — параметр, характеризующий размер апертурной

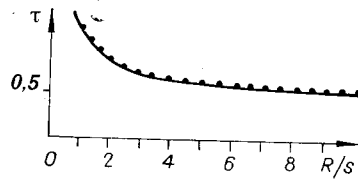


Рис. 2.

функции считывающего пятна [3] (s^2 имеет смысл дисперсии распределения энергии в пятне). Таблица, имеющая два входа (уровень α и истинное значение радиуса R) содержит величины оценок радиуса \hat{R} при данном α .

На рис. 3 приведена зависимость коэффициента пропорциональности η в функции от \hat{R}/s , используя которую удобно определять истинное значение радиуса $R/s = \eta \hat{R}/s$.

Итерационная процедура. Рассмотренный выше способ оценивания радиусов объектов предполагает известной функцию $h(z)$. Однако при работе с устройствами, имеющими переменный пороговый уровень, более удобной может оказаться итерационная процедура оценивания радиусов, при которой достаточно знания функции $\tau(R, R)$. Эта функция может быть заранее определена по тестовым объектам и известных размеров. Определение истинного радиуса объекта, по существу, состоит в поиске решения нелинейного уравнения

$$\tau(\delta, R) = \tau(R, R),$$

которое с учетом (2а) — (2в) может быть приведено к виду

$$\psi(\delta) = \varphi(\delta), \quad (5)$$

где

$$\psi(\delta) = \begin{cases} \int_{\delta-R}^{\delta+R} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz, & \delta > R; \\ \pi \int_0^{R-\delta} zh(z) dz + \int_{R-\delta}^{R+\delta} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz, & \delta < R; \end{cases} \quad (6a)$$

$$\varphi(\delta) = \int_0^{2\delta} zh(z) \arccos \frac{z}{2\delta} dz. \quad (6b)$$

Нетрудно показать, что $\varphi(\delta)$ — непрерывная монотонно возрастающая, а $\psi(\delta)$ — непрерывная монотонно убывающая функция. Отсюда следует, что $\delta = R$ — единственное решение уравнения (5).

Пусть известно нулевое приближение δ_0 . (Это приближение легко найти, измерив радиус объекта на произвольном пороговом уровне.) Тогда из уравнения $\psi(\delta_1) = \varphi(\delta_0)$ можно найти следующее приближение δ_1 . Вообще, δ_{k+1} является решением уравнения

$$\psi(\delta_{k+1}) = \varphi(\delta_k). \quad (7)$$

Заметим, что решение этого уравнения есть не что иное, как поиск точки пересечения сигнала с заданным пороговым уровнем.

Из монотонности и разницы в знаках первых производных φ и ψ следует, что итерационный процесс носит колебательный характер: если $\delta_k > R$, то $\delta_{k+1} < R$, и наоборот. Для доказательства сходимости итера-

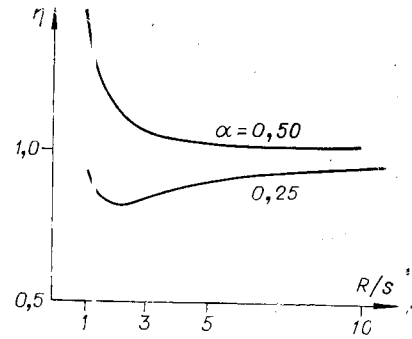


Рис. 3.

Таблица 1

α	R/s												
	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7	8	9	10
0,5	—	1,04	1,72	2,27	2,82	3,36	3,87	4,89	5,91	6,93	7,94	8,95	9,96
0,25	1,08	1,85	2,44	2,98	3,51	4,04	4,55	5,58	6,60	7,61	8,62	9,63	10,63

ционного процесса достаточно показать, что

$$|\delta_{k+1}-R| < |\delta_k-R|$$

(принцип сходимости Коши) или, учитывая монотонность $\varphi(\delta)$ и $\psi(\delta)$,

$$|\psi(\delta_{k+1})-\varphi(R)| < |\psi(\delta_k)-\varphi(R)|.$$

Это неравенство равносильно выполнению двух неравенств:

$$\psi(\delta_{k+1})-\varphi(R) < \varphi(R)-\psi(\delta_k), \quad \delta_k > R; \quad (8a)$$

$$\varphi(R)-\psi(\delta_{k+1}) < \psi(\delta_k)-\varphi(R), \quad \delta_k < R.$$

Докажем, например, первое из неравенств (8a). Учитывая (7), это неравенство можно записать в виде

$$\psi(\delta_{k+1})+\varphi(\delta_{k+1}) < 2\varphi(R). \quad (8б)$$

В дальнейшем для простоты обозначений везде вместо δ_{k+1} будем писать просто δ . Подставляя (6a) и (6б) в (8б), получим

$$\begin{aligned} \int_{\delta-R}^{\delta+R} zh(z) \arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz + \int_0^{2\delta} zh(z) \arccos \frac{z}{2\delta} dz < \\ < 2 \int_0^{2R} zh(z) \arccos \frac{z}{2R} dz. \end{aligned}$$

Будем считать, что радиус считывающей апертуры меньше радиуса объекта (что обычно выполняется), т. е. $h(z) \neq 0$ только при $z < z_0 < R$. При этом область исследуемых δ можно ограничить условием $R < \delta < 2R$. Действительно, выбирая достаточно низкий пороговый уровень, мы всегда можем получить начальное приближение $\delta_0 < 2R$. Тогда предыдущее неравенство можно привести к виду

$$\begin{aligned} \int_{\delta-R}^{z_0} zh(z) \left(\arccos \frac{z^2 + \delta^2 - R^2}{2z\delta} dz + \arccos \frac{z}{2\delta} - 2 \arccos \frac{z}{2R} \right) dz + \\ + \int_0^{\delta-R} zh(z) \left(\arccos \frac{z}{2\delta} - 2 \arccos \frac{z}{2R} \right) dz < 0. \quad (9) \end{aligned}$$

В этом случае выражение, стоящее в скобках во втором интеграле, при всех δ отрицательно и не превосходит $-\pi/6$.

$$\text{Тогда} \quad \int_0^{\delta-R} zh(z) \left(\arccos \frac{z}{2\delta} - 2 \arccos \frac{z}{2R} \right) dz < -\pi/6 \int_0^{\delta-R} zh(z) dz.$$

Выражение, стоящее в скобках в первом интеграле (9), обращается в 0 при $\delta=R$.

$$\text{Искомое } \frac{1}{\delta \sqrt{4z^2\delta^2 - (z^2 + \delta^2 - R^2)^2}} + \frac{1}{\delta \sqrt{4\delta^2 - z^2}} = 0. \quad (10)$$

Так как $\delta \neq 0$, уравнение (10) после несложных преобразований приводится к виду

$$\delta^4 + 2(R^2 - z^2)\delta^2 + (R^4 - 3R^2z^2 + z^4) = 0.$$

Это уравнение имеет один действительный положительный корень

$$\delta = (Rz + z^2 - R^2)^{1/2},$$

который ни при каких z не попадает в исследуемую область δ . Кроме того,

$$f'(\delta)|_{\delta=R} = \frac{2(z^2 - R^2)}{zR\sqrt{4R^2 - z^2}} < 0 \quad \text{при } 0 < z < z_0.$$

Из этого вытекает, что $f(\delta)$ — монотонно убывающая функция, следовательно, выражение, стоящее в скобках в первом интеграле, при любых $\delta \neq R$ отрицательно, чем доказана справедливость первого из неравенств (8а). Аналогично можно проверить справедливость второго неравенства. Это доказывает сходимость итерационного процесса. Нетрудно показать, что последовательность сходится к R . Допустим, что итерации сходятся к $\hat{\delta} > R$. Тогда для любого наперед заданного ε найдется такое n , при котором

$$|\psi(\delta_n) - \varphi(\hat{\delta})| < \varepsilon,$$

но

$$\begin{aligned} |\psi(\delta_n) - \varphi(\hat{\delta})| &= \left| \int_{\delta_n - R}^{z_0} zh(z) \left(\arccos \frac{z^2 + \delta_n^2 - R^2}{2z\delta_n} - \arccos \frac{z}{2\hat{\delta}} \right) dz - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\delta_n - R} zh(z) \arccos \frac{z}{2\hat{\delta}} dz \right| > \left| \int_{\delta_n - R}^{z_0} zh(z) \left(\arccos \frac{z^2 + \delta_n^2 - R^2}{2z\delta_n} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \arccos \frac{z}{2\hat{\delta}} \right) dz - \arccos \frac{\delta_n - R}{2\hat{\delta}} \int_0^{\delta_n - R} zh(z) dz \right|. \end{aligned}$$

Так как при $\delta_n \neq R$ $\int_0^{\delta_n - R} zh(z) dz$ — величина конечная, то $|\psi(\delta_n) - \varphi(\hat{\delta})|$ при $\hat{\delta} > R$ не может быть меньше любого наперед заданного ε . Аналогично может быть показана невозможность существования точки $\hat{\delta} < R$, к которой бы сходились итерации.

Сходимость итерационного процесса для объекта, радиус которого равен радиусу считывающей апертуры, иллюстрирует рис. 4. Здесь $\varphi(\delta)$ и $\psi(\delta)$ вычислены по реальному распределению интенсивности светового потока в считывающей апертуре фотограмметрического автомата «Зенит». Из рисунка видно, что процесс сходится чрезвычайно быстро.

Такой же итерационный процесс можно использовать и для измерения объектов более сложной формы, имеющих радиус кривизны границы не меньше радиуса сканирующего пятна. Определив границу объекта при произвольном пороговом уровне, легко найти радиус кривизны границы в каждой точке и ее эволюту. По известному радиусу кривизны для каждой точки границы определяется соответствующий пороговый уровень, и движением луча вдоль радиуса от эволюты к границе находится граничная точка. Этот алгоритм принципиально не отличается от рассмотренного выше для круглых объектов, и при выполнении наложенных на радиус кривизны ограничений процесс сходится к истинной границе.

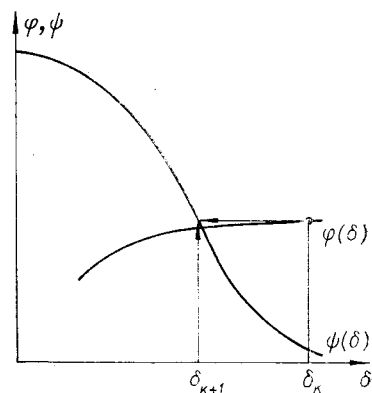


Рис. 4.

Экспериментальные результаты. Описанный выше алгоритм использовался для определения распределения по размерам металлических шариков со средним диаметром 7 мкм. Проводилось измерение площади шариков, которая затем пересчитывалась в геометриче-

Таблица 2

Параметр	Номер объекта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Средняя площадь s , мкм ²	20,7	24,9	27	28	29,8	31,1	31,6	31,9	35,2	53,5
σ_s , мкм ²	0,49	0,52	0,56	0,49	0,56	0,40	0,54	0,56	0,61	0,67
$\sigma_{s/s} \cdot 100\%$	2,4	2,1	2,1	1,8	1,9	1,3	1,7	1,8	1,7	1,3
$\Delta \frac{\max}{s} \cdot 100\%$	5,7	2,7	3,3	2,9	2,5	2,6	5,2	2,0	4,3	3,6
\hat{R} , мкм	2,56	2,78	2,92	2,99	3,08	3,15	3,17	3,20	3,34	4,13

ские размеры частиц и корректировалась согласно (4). Гистограмма распределения размеров шариков, полученная по результатам измерений $5 \cdot 10^3$ частиц, приведена на рис. 5. (Сплошная линия изображает исходное распределение, штриховая — скорректированное предложенным способом.)

Для анализа собственных погрешностей системы и алгоритмов обработки одни и те же объекты измерялись многократно (25 раз).

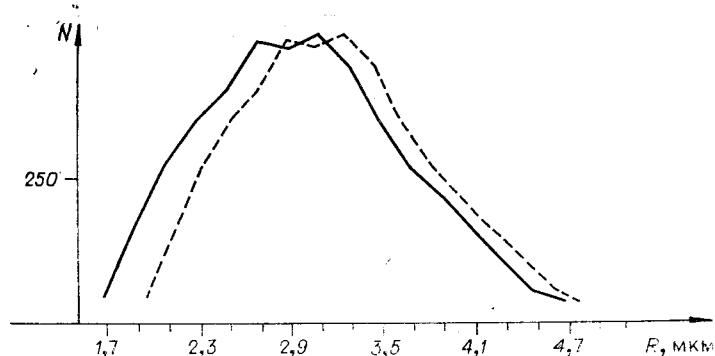


Рис. 5.

Результаты приведены в табл. 2. Анализ данных этой таблицы показывает, что случайная погрешность измерения площади не превосходит 2,5%, причем при увеличении площади объекта относительная ошибка уменьшается. Погрешность определения размеров, как нетрудно показать, имеет в два раза меньшую величину, и среднеквадратичное отклонение ошибки радиуса частиц составляет 1—1,2%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматический анализ цитологических препаратов. Под ред. А. Я. Хесина. Рига, «Зинатне», 1975.
2. Бурый Л. В., Коронкевич В. П., Нестерихин Ю. Е., Нестеров А. А., Пушкин Б. М., Ткач С. Е., Щербаченко А. М. Прецизионный фотограмметрический автомат.— «Автометрия», 1974, № 4, с. 83—89.
3. Киричук В. С., Косых В. П., Перетягин Г. И. Восстановление распределения интенсивности светового потока в считывающем луче сканирующей системы.— «Автометрия», 1977, № 3, с. 57—65.

Поступила в редакцию 18 января 1977г.

УДК 519.2 : 62-50

И. В. СМЕРТИНЮК

(Новосибирск)

ПРОВЕРКА ПОВТОРЯЕМОСТИ В ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

Начальная стадия постановки научного эксперимента (в частности, физического) характеризуется рядом особенностей, которые на последующих этапах либо отсутствуют, либо выражены гораздо слабее. Поскольку цель научного эксперимента — получение неизвестных заранее характеристик (количественных либо качественных) исследуемых явлений (процессов), достаточно устойчиво повторяющихся при одинаковых условиях, представляется очень важным, прежде чем перейти к определению и уточнению получаемых характеристик, убедиться в том, что они действительно повторяются. Следовательно, необходимость проверки повторяемости — важнейшая особенность начального этапа при проведении экспериментов. Проверка повторяемости необходима также в случаях, когда имеется ряд серий экспериментальных данных, полученных при исследовании одного и того же процесса. Серии могут отличаться друг от друга условиями проведения эксперимента (например, различная степень влияния внешней среды) или просто могут быть получены на разных экспериментальных установках. Совместная статистическая обработка всех имеющихся данных может значительно повысить точность результатов. Однако предварительно нужно убедиться в том, что все серии действительно отличаются друг от друга только случайными вариациями.

Обычно этот этап — проверка повторяемости — производится с помощью качественных соображений и общетеоретических представлений. При обработке больших массивов экспериментальных данных автоматизированными комплексами, включающими в себя ЭВМ, необходимо иметь для той же цели количественные критерии.