

Л. В. БУРЫЙ, В. А. ИВАНОВ

(Новосибирск)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ  
АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕЦИЗИОННЫМ  
ДВУХКООРДИНАТНЫМ ПРИВОДОМ  
С ЛИНЕЙНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ**

В Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР разработан, спроектирован и построен прецизионный двухкоординатный привод с линейными двигателями постоянного тока (ЛДПТ). Применение ЛДПТ в сочетании с оригинальной кинематической схемой привода, который по сравнению с приводом из работы [1] обладает более высокими точностными характеристиками и высокой надежностью, позволяет, кроме задачи позиционирования, решать более широкий круг задач — движение с постоянной скоростью, движение по заданным кривым и т. д. Для рассматриваемого привода разработаны бесколлекторные ЛДПТ, имеющие значительную индуктивность обмотки и нелинейное демпфирование, обусловленное вихревыми токами. Особенности ЛДПТ и сложность решаемых с помощью этого привода задач требуют достаточно полного исследования его динамических характеристик.

В данной статье рассматривается задача получения математического описания привода с ЛДПТ как объекта управления, а такжедается обоснование алгоритмов управления и приводятся результаты моделирования работы привода для случая позиционирования. В системе управления приводом [1] применено двухрежимное управление. Для грубых перемещений ( $\sim 2$  мм) выбран оптимальный по быстродействию регулятор, предназначенный для управления линейными объектами второго порядка с постоянными параметрами. Точное управление (ошибка позиционирования порядка  $0,3 \div 1$  мкм) реализовано в виде классического ПИД-регулятора. Надежность и высокая точность системы управления из [1] дают основания для сохранения двухрежимного управления.

**Математическое описание привода.** Динамику подвижной части привода опишем следующей системой уравнений (здесь и далее рассматривается движение по одной координате):

$$\ddot{s} = -a_1 \dot{s} - a_2 \operatorname{sign} \dot{s} - f_s + F_s + kI; \quad (1)$$

$$\tau_L I + I = U, \quad (2)$$

где  $a_1$  — коэффициент вязкого трения;  $a_2$  — коэффициент сухого трения;  $k$  — коэффициент усиления;  $f_s$  — сила сопротивления, обусловленная вихревыми токами;  $F_s$  — сила, обусловленная несимметричностью магнитосопротивлений магнитопровода при различных положениях подвижной части ЛДПТ;  $\tau_L$  — постоянная времени установления тока в обмотке двигателя;  $I$  — ток в обмотке двигателя;  $U$  — управляющее воздействие. При  $f_s = 0$ ,  $F_s = 0$ ,  $\tau_L = 0$  получим классическое описание привода, которое было использовано в работе [1].

Для принятой структуры (1), (2) необходимо получить значения параметров и описания функций  $f_s$  и  $F_s$ . Вначале определяются параметры, которые могут быть получены с помощью косвенных измерений или расчетным путем. По расчетным и экспериментальным дан-

ным величиной  $\tau_L = 0,004 \div 0,005$  с. Функция  $F_s$  и коэффициент  $a_2$  определялись экспериментально по моменту трогания. На рис. 1 приведена кривая изменения  $F_s + a_2$  от положения подвижной части ЛДПТ и направления скорости движения от 0 к  $l$ , где  $l$  — максимальный размах движения привода. В зависимости от дополнительных устройств, которые могут быть подключены к подвижной части привода, величина  $a_2$  может составлять от 5 до 15% номинального момента привода. Для приводимого рисунка она составляет 5%. Сразу отметим, что сила  $F_s$  по сравнению с номинальным моментом ( $kI$ ) невелика (~ 5%) и может быть уменьшена на порядок даже при введении линейной обратной связи по положению. Коэффициент усиления  $k$  легко определяется по наклону разгоночной характеристики скорости, и для имеющегося блока привода  $k=80$ .

Наиболее трудноопределяемой частью описания (1) является функция  $f_s$ , которая смешана с вязким трением, поэтому вначале рассмотрим задачу оценивания функции  $\varphi(s) = a_1 s + f_s$  по разгоночным характеристикам скорости или координаты. Введем некоторые ограничения и упрощения:

для гладких и длительных входных сигналов (в рассматриваемом случае скачков) можно пренебречь индуктивностью ЛДПТ, т. е.  $\tau_L=0$ ; сухое трение может быть измерено и поэтому приведено ко входному сигналу;

функция  $F_s$  скомпенсирована.

При этих ограничениях динамику привода представим уравнением

$$\ddot{s} + \varphi(\dot{s}) = kI, \quad (3)$$

где  $k, I$  — известные величины.

Для отслеживания в переходном процессе функции  $\varphi(\dot{s})$  используется метод настраиваемой модели [2] применительно к идентификации нестационарных объектов [3]. Рассматриваемая модель имеет структуру, аналогичную объекту

$$\ddot{s}_m + a_m(t) \dot{s}_m(t) = kI, \quad (4)$$

где настраиваемый параметр  $a_m(t)$  изменяется согласно [3] следующим образом:

$$\begin{aligned} a_m(t) &= cu + \bar{a}_m(t); \\ \bar{a}_m(t) &= \bar{a}_m(0) + M \int_0^t u dt; \\ u &= -\operatorname{sign}(s_m(\varepsilon + l\varepsilon)); \\ \varepsilon &= s - s_m, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{s} - \dot{s}_m. \end{aligned} \quad (5)$$

В работе [4] для аналогичной магнитной системы линейного двигателя приведено качественное описание зависимости силы сопротивления,

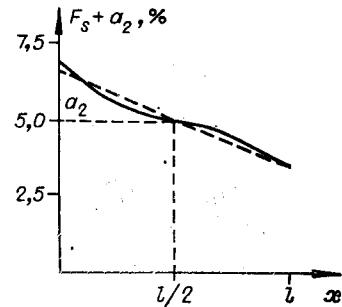


Рис. 1.

создаваемых вихревыми токами, от скорости перемещения подвижной части:

$$\begin{aligned} f_s &\sim \dot{s}^2 \quad (\text{для малых } \dot{s}); \\ f_s &\sim \dot{s}^{3/2} \quad (\text{для средних } \dot{s}); \\ f_s &\sim \dot{s}^{1/2} \quad (\text{для больших } \dot{s}). \end{aligned} \quad (6)$$

Если известна структура (модель) функции  $\varphi(\dot{s})$ , то, используя метод наименьших квадратов, нетрудно получить значения коэффициентов описания  $\varphi(\dot{s})$ . В противном случае приходится эмпирически подбирать приближенное описание полученной функции  $\varphi_m(\dot{s}) = a_m \dot{s}$ . На рис. 2 приведена одна из обработанных разгоночных характеристик объекта  $\dot{s}(t)$ . Переходная характеристика модели  $(\dot{s}_m(t))$  практически совпадает с  $\dot{s}(t)$ . Сила сопротивления  $\varphi(\dot{s})$  получена осреднением  $\varphi_m(\dot{s}) = a_m \dot{s}$  по ряду обработанных разгоночных характеристик и представлена на рис. 3. Из анализа кривой  $\varphi(\dot{s})$  следует, что вязкое трение в приводе мало, поэтому величиной  $a_1 \dot{s}$  в  $\varphi(\dot{s})$  можно пренебречь (это объясняется тем, что подвижные части привода выполнены на шариковых опорах, поэтому вязкое трение по сравнению с вихревыми токами при рассматриваемых скоростях мало). Функция  $\bar{\varphi}(\dot{s}) \approx f_s$  (см. рис. 3) хорошо аппроксимируется следующими функциями  $\varphi_s^n(\dot{s})$ :

$$\begin{aligned} \varphi_s^n(\dot{s}) &= 0,98 \cdot 10^{-2} \dot{s}^2 \quad (0 \leq \dot{s} \leq 70 \text{ мм/с}); \\ \varphi_s^n(\dot{s}) &= 3,52(\dot{s} - 70) + 50 \quad (70 \text{ мм/с} < \dot{s} \leq 128,5 \text{ мм/с}); \\ \varphi_s^n(\dot{s}) &= 10,1(\dot{s} - 128,5)^{1/2} + 250 \quad (128,5 \text{ мм/с} < \dot{s}). \end{aligned} \quad (7)$$

(В интервале  $70 \div 128,5$  мм/с  $\bar{\varphi}(\dot{s})$  может быть аппроксимирована функцией от  $\dot{s}^{3/2}$ .) Из (7) видно, что полученная функция удовлетворяет качественному описанию (6). Интегрирование уравнения (3) с  $\varphi(\dot{s}) = \varphi_s^n$  (7) дает достаточно хорошее совпадение с экспериментальной разгоночной характеристикой (см. рис. 2). Для оценки точности метода оценивания исследован модельный пример. Описание объекта задано в виде (3) с функцией  $\varphi(\dot{s})$ , заданной системой (7).

На рис. 4 приведены переходные характеристики  $\varphi_s^n$  и  $\varphi_m(t)$  от  $t$ , которые практически совпадают, а максимальное отклонение составляет не более 3—5% в течение всего переходного процесса, что дало основание применить этот метод для отслеживания  $\varphi(\dot{s})$  реального объекта.

**Двухрежимное управление в задаче позиционирования.** Полученное описание привода (1), (2) с  $\varphi(\dot{s})$  вида (7) показывает его значительное отличие от апериодического звена второго порядка и тем более от двух интегрирующих звеньев. Поэтому практически невозможно использовать имеющиеся оптимальные по быстродействию алгоритмы управления, допускающие техническую или простую программную реализацию. Предположим, что имеется достаточный запас по мощности,

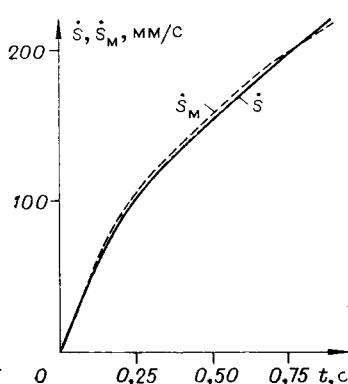


Рис. 2.

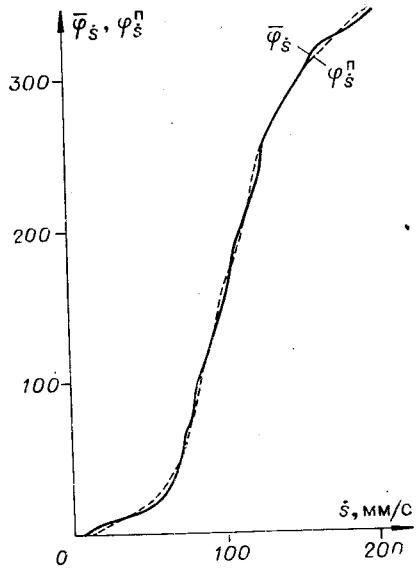


Рис. 3.

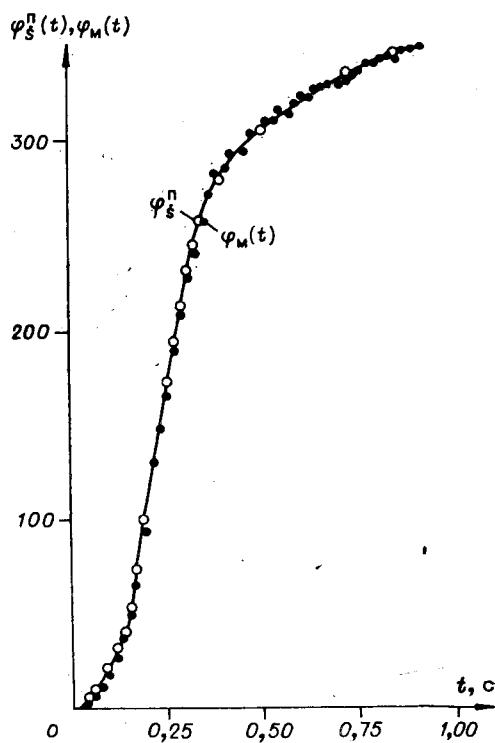


Рис. 4.

позволяющий использовать самонастраивающуюся систему с эталонной моделью.

Рассмотрим случай эталонной модели с передаточной функцией (два интеграла)

$$W(p) = k/p^2. \quad (8)$$

Для такого объекта реализация оптимального по быстродействию управления не представляет труда [5] и сводится к переключению знака постоянного управляющего воздействия  $U$  при достижении половины отрабатываемого рассогласования и выключению управления по нулю ошибки координаты или скорости. На рис. 5 показан эффект стабилизации динамики привода (1), (2) под эталонную модель, где приведены  $\dot{s}$  (мм) и  $\dot{s}$  (мм/с),  $U$  без стабилизации и со стабилизацией динамических характеристик привода (кривые  $s_c$ ,  $\dot{s}_c$ ,  $U_c$ ). Здесь же приведены управляющие воздействия для первого и второго случаев. Выключение управляющего воздействия производилось по нулю скорости. Из этого рисунка видно, что использование стабилизации динамики позволяет с достаточной для перехода на второй режим точностью отработать задаваемое рассогласование оптимальным

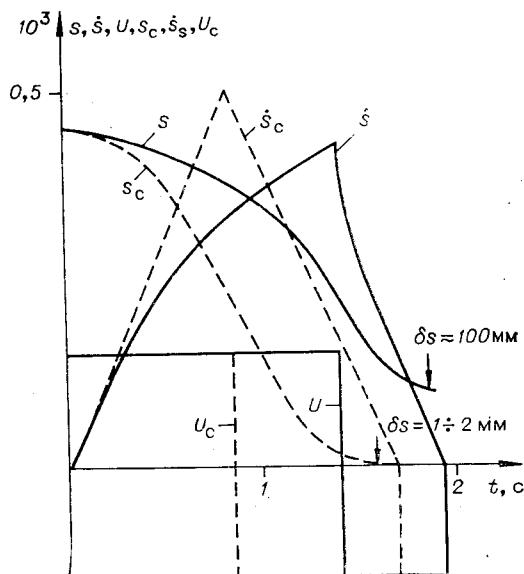


Рис. 5.

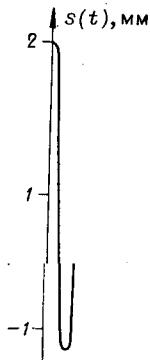


Рис. 6.

по быстродействию управлением. Ошибка отработки рассогласования ( $s_0$ ) может быть оценена выражением

$$\Delta s := s_0 \delta a / (kI),$$

где  $\delta a$  — погрешности стабилизации, отнесенные к нестабильности сухого трения. Трение (сухого и вязкого), но и тем, что система управления после отработки рассогласования в первом режиме остается разомкнутой.

В режиме позиционирования и удержания в точке целесообразно

применить ПИД-регулятор. Выбор параметров регулятора проведем методом проб, т. е. определим параметры для линеаризованного и упрощенного объекта управления и затем проверим (моделированием на ЭВМ) правильность выбора. Для ПИД-регулятора линеаризованная система (1), (2) принимает вид

$$\ddot{s} + a_1 \dot{s} = kI; \quad (9)$$

$$I = -k_1 \left( a\dot{s} + s + c \int_0^t s dt \right).$$

Для  $c=0$  система уравнений (9) устойчива при любых  $k_1 > 0$ ,  $a > 0$ . В работе [6] показано, что среднеквадратичная ошибка позиционирования минимальна, если параметры системы (9) удовлетворяют выражению

$$(akk_1 + a_1) / \sqrt{kk_1} = 1/2, \quad (10)$$

справедливому и для малых  $c$ . Теперь, сохранив условие (10), для системы (9) ( $c \neq 0$ ) потребуем выполнения условий устойчивости по Гурвицу, которые накладывают следующее дополнительное ограничение на параметры системы (9):

$$(akk_1 + a_1) > c > 0. \quad (11)$$

Для рассматриваемой системы (величина  $k_1$  задана) значения параметров следующие:  $a = 0,015$ ,  $k_1 = 13$ ,  $c < 6$ . При моделировании значение  $c$  было уточнено и принято равным 2.

На рис. 6 представлена переходная реакция координаты  $s(t)$  при отработке рассогласования  $s_0 = 2$  мм с использованием ПИД-регулятора и полученных значений параметров. Время вхождения в зону  $\delta s \sim 1$  мкм составляет не более 2 с. Переходная реакция координаты  $s(t)$  при отработке рассогласования 450 мм с использованием двухрежимного управления изображена на рис. 7. (Во втором режиме величина  $s(t)$  увеличена в 250 раз.) Время вхождения в зону  $\delta s \sim 1$  мкм составляет 4—5 с.

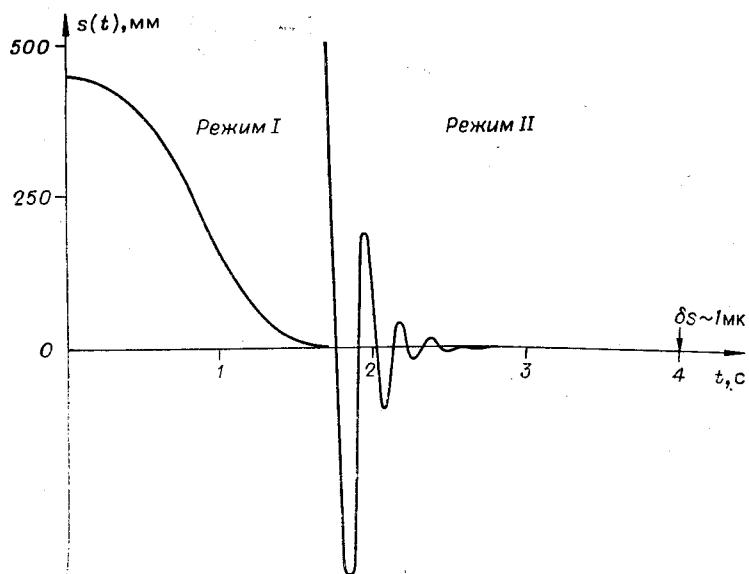


Рис. 7.

Полученное математическое описание привода с ЛДПТ позволяет разрабатывать алгоритмы управления для решения с его помощью различных задач. На примере моделирования задачи позиционирования показано, что двухрежимное управление приводом может обеспечить достаточно высокое быстродействие (ускорение  $\sim 1 \text{ м/с}^2$ ) и необходимую точность.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Бурый Л. В., Коронкевич В. П., Нестерихин Ю. Е., Нестеров А. А., Пушной Б. М., Ткач С. Е., Щербаченко А. М. Прецизионный фотограмметрический автомат.—«Автометрия», 1974, № 4, с. 83—89.
- Егоршин А. О., Иванов В. А. О регуляризации в задаче автоматической настройки параметров модели.—«Автометрия», 1974, № 2, с. 54—62.
- Иванов В. А. К вопросу о введении адаптации в методе настраиваемой модели при идентификации нестационарных объектов.—В кн.: Системы автоматизации научных исследований. Новосибирск, Изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1976.
- Ламмеранер Н., Штафль М. Вихревые токи. Пер. с чеш. М.—Л., «Энергия», 1967.
- Понtryгин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., «Наука», 1969.
- Ньютона Дж. К., Гулда Л. А., Кайзера Дж. Ф. Теории линейных следящих систем. М., Изд-во физ.-мат. лит., 1961.

Поступила в редакцию 13 января 1977 г.

УДК 681.327.521

**Г. М. МАМОНТОВ, А. К. ПОТАШНИКОВ, Г. Ф. СИТНИКОВ**  
(Новосибирск)

#### ВЛИЯНИЕ ДЕСТАБИЛИЗИРУЮЩИХ ФАКТОРОВ НА ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СКАНИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

В электронных сканирующих устройствах (ЭСУ) в качестве датчика бегущего светового пятна часто используются высокоразрешающие электронно-лучевые трубы (ЭЛТ) с электромагнитной системой