

Таким образом, отсчеты в системах  $x, y$  и  $\xi, \eta$  с исправленными погрешностями приводятся в систему координат  $X, Y$ . Остается компенсировать только погрешность угла между направлениями лучей интерферометров (неортогональность системы  $X, Y$ ). Эта погрешность может быть вычислена известным способом по результатам измерений координат множества точек фотопластинки при различных поворотах последней. В работе [2] описан еще один способ измерения углов между осями, основанный на построении фотограмметрическим автоматом специальных изображений посредством движения луча сканирующей системы и перемещения каретки с экспонируемой фотопластинкой.

**Специальное математическое обеспечение** — развивающийся раздел математического обеспечения, состоящий из алгоритмов, предназначенных для решения конкретных задач обработки изображений для различных областей науки и техники. Разработанные к настоящему времени алгоритм автоматического измерения координат изображений звезд на астронегативах и звездных величин, алгоритм отслеживания линейчатых изображений, алгоритм автоматической обработки цитологических препаратов подробно освещены в публикуемых ниже статьях настоящего выпуска. Сюда же включены специальные работы, посвященные анализу распределения энергии в считывающем пятне сканирующей системы, построению стандартных процедур считывания изображений и объектов с выпуклыми границами, и ряд работ из примыкающих разделов математической статистики.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бурый Л. В., Коронкевич В. П., Нестерихин Ю. Е., Нестеров А. А., Пушной Б. М., Ткач С. Е., Щербаченко А. М. Прецизионный фотограмметрический автомат. — «Автометрия», 1974, № 4, с. 83—89.
2. Прецизионная система ввода, обработки и хранения экспериментальных данных, зарегистрированных на фотоматериалах. Раздел: Математическое обеспечение. — Отчет ИАнЭ СО АН СССР. Новосибирск, 1976.

*Поступила в редакцию 28 января 1977 г.*

УДК 007.681.327.12 : 681.7.014.3 : 528.72

**В. С. КИРИЧУК, В. П. КОСЫХ, Г. И. ПЕРЕТЯГИН**  
(Новосибирск)

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТОВОГО ПОТОКА В СЧИТЫВАЮЩЕМ ЛУЧЕ СКАНИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

**Введение.** При анализе элементов изображений довольно часто возникают ситуации, когда размеры этих элементов одного порядка с размером луча в считывающей апертуре. В этом случае выходное (считанное) изображение всегда представляет собой существенно искаженную копию изучаемого объекта на входе. Действительно, пусть изображение (в плоскости фотоносителя) описывается функцией  $f(x, y)$ ;  $h(u, v)$  — апертурная (передаточная) функция считывающего луча. Тогда выходное значение в точке  $(\xi, \eta)$  равно

$$g(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h(x - \xi, y - \eta) dx dy.$$

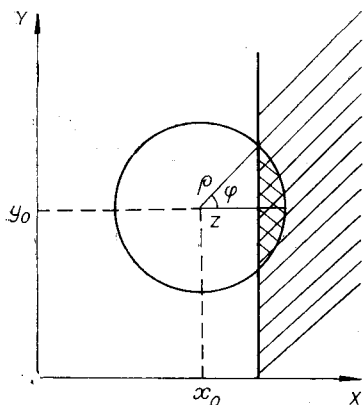


Рис. 1.

Если эффективный размер передаточной функции  $h(u, v)$  достаточно мал по сравнению с деталями объекта  $f(x, y)$ , то выходное изображение практически не отличается от объекта. Детали, соизмеримые с диаметром считывающего луча, будут значительно сглажены (а иногда даже совершенно потеряны).

Таким образом, для получения требуемой точности при определении местоположения объектов, их размеров и формы необходимо учесть распределение освещенности внутри сканирующего пятна. Для восстановления передаточной функции сканирующего луча в данной работе был выбран абсолютно контрастный тестовый объект (рис. 1). Сканирование осуществляется под

произвольным углом к его границе. По изменению светового потока  $I(x, y)$  требуется восстановить апертурную характеристику светового луча  $h(u, v)$ , т. е. решить обратную задачу.

**Варианты представлений.** Пусть положение границы тестового объекта определяется в координатах  $(X, Y)$  выражением  $\alpha x + \beta y = p$ . Тогда световой поток, прошедший через элемент изображения, равен величине

$$I(\alpha, \beta, p) = \iint_{\alpha x + \beta y \leq p} h(x' - x, y' - y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x' - x, y' - y) \theta(p - \alpha x - \beta y) dx dy, \quad (1)$$

где  $x', y'$  — координаты центра луча,  $\theta(u) = 1$  при  $u \geq 0$ ,  $\theta(u) = 0$  при  $u < 0$ . Известно, что  $\theta'(u) = \delta(u)$  — дельта-функция. Тогда можно определить интеграл функции  $h(u, v)$  по линии  $\alpha x + \beta y = p$ , дифференцируя равенство (1) по  $p$ :

$$\hat{h}(\alpha, \beta, p) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x' - x, y' - y) \delta(p - \alpha x - \beta y) dx dy.$$

Функция  $\hat{h}(\alpha, \beta, p)$  известна как преобразование Радона функции  $h(x, y)$  [1]. Восстановление функции  $h(u, v)$  в общем виде путем обращения формулы (1) может быть осуществлено, если известно преобразование Радона этой функции или, другими словами, если известны интегралы исходной функции  $h(u, v)$  по всевозможным гиперплоскостям (сечениям). В частности, в четномерном пространстве формула, выражающая функцию  $f(x)$  через ее преобразование Радона  $\hat{f}(\xi, p)$ , имеет следующий вид [1]:

$$f(x) = \frac{(-1)^{\frac{n}{2}} (n-1)!}{(2\pi)^n} \int_{\Gamma} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\xi, p) (p - (\xi, x))^{-n} dp \right) \omega(\xi), \quad (2)$$

где интеграл по  $p$  следует понимать в смысле регуляризованного значения. Здесь  $(\xi, x) = \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n$ ;  $\Gamma$  — произвольная замкнутая поверхность в пространстве точек  $\xi$ , охватывающая точку  $\xi = 0$ , и  $\omega(\xi) = \sum_{h=1}^n (-1)^{h-1} \xi_h d\xi_1 \dots d\xi_{h-1} d\xi_{h+1} \dots d\xi_n$  — дифференциальная фор-

ма порядка  $(n-1)$ . При  $n=2$  имеем

$$h(x, y) = -\frac{1}{4\pi^2} \left( \int_{\Gamma} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{h}(\alpha, \beta, p) (p - \alpha x - \beta y)^{-2} dp \right) (\alpha d\beta - \beta d\alpha) \right).$$

Поскольку интеграл по переменным  $(\alpha, \beta)$  не зависит от вида контура интегрирования  $\Gamma$ , будем параметризовать этот контур окружностью единичного радиуса:  $\alpha = \cos t$ ,  $\beta = \sin t$ . В результате получаем решение в наиболее общем виде

$$h(x, y) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{h}(\alpha(t), \beta(t), p) (p - x \cos t - y \sin t)^{-2} dp \right) dt. \quad (3)$$

В большинстве практических систем считывания распределение интенсивности светового потока в сканирующей апертуре центрально-симметрично, т. е.  $h(u, v) = h(\rho)$ . Световой поток, прошедший через тестовый объект, в этом случае равен (см. рис. 1)

$$I(z) = \frac{1}{2} + 2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{z/\cos\varphi} h(\rho) \rho d\rho \quad (4)$$

(полный световой поток в канале считывания нормирован к единице). Здесь  $z$  — расстояние до границы объекта от центра луча вдоль направления, составляющего угол  $\varphi$  с нормалью.

Из центральной симметрии распределения следует, что  $h(\rho)$  можно разложить по функциям Бесселя нулевого порядка:

$$h(\rho) = \int_0^{\infty} H(\omega) J_0(\omega\rho) \omega d\omega, \quad (5)$$

где

$$H(\omega) = \int_0^{\infty} h(z) J_0(\omega z) z dz.$$

Для выражения (4) соответственно имеем

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{1}{2} + 2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{z/\cos\varphi} \rho d\rho \int_0^{\infty} H(\omega) J_0(\omega\rho) \omega d\omega = \\ &= \frac{1}{2} + 2z \int_0^{\infty} H(\omega) d\omega \int_0^{\pi/2} J_1\left(\frac{z\omega}{\cos\varphi}\right) \frac{d\varphi}{\cos\varphi}, \end{aligned}$$

где  $J_1(\cdot)$  — функция Бесселя первого порядка. Замена переменных  $t = 1/\cos\varphi$  приводит внутренний интеграл к виду [2]

$$\int_0^{\pi/2} J_1\left(\frac{z\omega}{\cos\varphi}\right) \frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \int_1^{\infty} J_1(z\omega t) \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}} = \frac{\sin(\omega z)}{\omega z}.$$

Тогда

$$I(z) = \frac{1}{2} + 2 \int_0^{\infty} H(\omega) \frac{\sin(\omega z)}{\omega} d\omega. \quad (6)$$

Продифференцировав (6) по  $z$ , получим

$$\widehat{h}(z) = I'(z) = 2 \int_0^{\infty} H(\omega) \cos(\omega z) d\omega.$$

Легко видеть, что решение этого интегрального уравнения

$$H(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \hat{h}(z) \cos(\omega z) dz. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) для  $H(\omega)$  в (6), получаем требуемый результат

$$h(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \hat{h}(z) \cos(\omega z) J_0(\omega \rho) \omega dz d\omega. \quad (8)$$

К сожалению, пользоваться данной формулой в практической работе довольно неудобно, поскольку это связано с вычислением значения функции Бесселя  $J_0(\omega \rho)$ . Поэтому рассмотрим следующее представление, приводящее к более приемлемому результату. Поскольку  $\varphi = \arccos z/\rho$ , то можно переписать (4) в виде

$$I(z) = 1 - 2 \int_z^{\infty} \arccos\left(\frac{z}{\rho}\right) h(\rho) \rho d\rho.$$

Продифференцируем  $I(z)$  по  $z$ :

$$I'(z) = \hat{h}(z) = - \int_z^{\infty} \frac{(-1)2\rho}{\sqrt{1-z^2/\rho^2}} \frac{1}{2} h(\rho) d\rho + 2 \arccos\left(\frac{z}{z}\right) zh(z).$$

Второй член здесь равен нулю, следовательно,

$$\hat{h}(z) = \int_z^{\infty} \frac{2h(\rho) \rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 - z^2}}. \quad (9)$$

Функция  $h(\rho)$  в силу центральной симметрии определена на интервале  $[0, \infty]$ ; заменой переменных можно преобразовать ее в функцию  $g(\rho^2)$ :  $h(\rho) = g(\rho^2) = g(y)$ . Тогда

$$\hat{h}(z) = \int_{z^2}^{\infty} \frac{g(\rho^2) d(\rho^2)}{\sqrt{\rho^2 - z^2}} = \int_{z^2}^{\infty} \frac{g(y)}{\sqrt{y - z^2}} dy.$$

Функция  $\hat{h}(z)$ , в свою очередь, зависит лишь от  $z^2$ , поэтому возможно преобразование

$$\hat{h}(z) = \omega(z^2) = \int_{z^2}^{\infty} \frac{g(y)}{\sqrt{y - z^2}} dy$$

или

$$\omega(v) = \int_v^{\infty} \frac{g(y)}{\sqrt{y - v}} dy. \quad (10)$$

Здесь приходим к интегральному уравнению типа уравнения Абеля, которое разрешается следующим образом [2]. Умножим обе части равенства (10) на  $1/\sqrt{v-r}$  и проинтегрируем по  $v$  от  $r$  до  $\infty$ :

$$\int_r^{\infty} \frac{\omega(v)}{\sqrt{v-r}} dv = \int_r^{\infty} dv \int_v^{\infty} \frac{g(y) dy}{\sqrt{(y-v)(v-r)}}.$$

Поскольку интегрирование по  $z$  производится в пределах от  $r$  до  $\infty$ , а по  $y$  от  $v$  до  $\infty$ , возможна смена порядка интегрирования (рис. 2) и

$$\int_r^{\infty} \frac{\omega(v)}{\sqrt{v-r}} dv = \int_r^{\infty} g(y) dy \int_r^{\infty} \frac{dv}{\sqrt{(y-v)(v-r)}}.$$

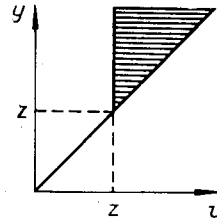


Рис. 2.

Внутренний интеграл равен  $\pi$ , поэтому

$$\int_r^{\infty} \frac{\omega(v)}{\sqrt{v-r}} dv = \pi \int_r^{\infty} g(y) dy. \quad (11)$$

Дифференцируя выражение (11) по  $r$ , получаем решение интегрального уравнения в виде

$$g(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^{\infty} \frac{\omega(v)}{\sqrt{v-r}} dv. \quad (12)$$

Возвращаясь к начальной функции  $\hat{h}(z)$ , имеем

$$g(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^{\infty} \frac{2\hat{h}(z) zdz}{\sqrt{z^2-r}}. \quad (13)$$

Функцию  $g(r)$  можно найти непосредственно численным интегрированием выражения (13); переходя затем к исходной функции  $h(\rho)$ , тем самым восстанавливаем форму распределения интенсивности в считывающем луче

$$h(\rho) = g(\rho^2) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{d\rho^2} \int_{\rho^2}^{\infty} \frac{\hat{h}(z) zdz}{\sqrt{z^2-\rho^2}}. \quad (14)$$

Данный результат приобретает определенную значимость в том смысле, что его можно получить непосредственно из общего решения, заданного формулой (3). Действительно, вследствие центральной симметрии функции  $h(\alpha, \beta, \rho)$  зависит от переменных  $\alpha$  и  $\beta$ ; подстановка  $x = -\rho \cos \varphi$ ,  $y = -\rho \sin \varphi$  приводит выражение (3) к виду

$$h(x, y) = h(\rho) = -\frac{1}{4\pi^2} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(p) \left( \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\rho + p \cos \varphi)^2} \right) dp \right).$$

Внутренний интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\rho + p \cos \varphi)^2} = \frac{2p}{(\rho^2 - p^2)} \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{(\rho - p \cos \varphi)}.$$

Здесь необходимо рассмотреть два случая:  $|p| < \rho$  и  $|p| > \rho$ . В первом случае, применяя подстановку  $\theta = \text{tg}(\varphi/2)$ , получим [2]

$$\int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\rho + p \cos \varphi} = \frac{\pi}{\sqrt{\rho^2 - p^2}}.$$

При  $|p| < \rho$  та же подстановка дает

$$\int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\rho + p \cos \varphi} = 0.$$

Отсюда заключаем, что интегрирование по переменной  $p$  нужно производить в пределах от  $-\infty$  до  $-\rho$  и от  $+\rho$  до  $+\infty$  (подынтегральное выражение при  $|p| < \rho$  обращается в нуль). Приходим к следующему результату, идентичному (14):

$$h(\rho) = -\frac{2}{4\pi^2} \int_{\rho}^{\infty} \frac{2\pi p \hat{h}(p) dp}{(p^2 - \rho^2)^{3/2}} = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{d\rho^2} \int_{\rho}^{\infty} \frac{\hat{h}(p) p dp}{\sqrt{p^2 - \rho^2}}.$$

В силу того, что исходная функция  $I(z)$  (соответственно  $I'(z) = \hat{h}(z)$ ) получена в дискретном виде (при измерениях значения функции  $I(z)$  сняты с равномерным шагом) и, кроме того, в сопровождении неизбежного шума, непосредственное интегрирование приведет к существенному искажению формы распределения интенсивности в сканирующем пятне. Поэтому необходимо сузить класс рассматриваемых функций таким образом, чтобы можно было отфильтровать шумы измерений.

**Аппроксимация.** Как показывают измерения, производная от сигнала  $I'(r) = \hat{h}(r)$  имеет форму, близкую к гауссовской, поэтому воспользуемся разложением  $\hat{h}(r)$  в ряд по производным от функции  $\eta(r) = e^{-r^2/2}$ :

$$\hat{h}(r) = c_0 \eta(r) + c_1 \eta'(r) + c_2 \eta''(r) + \dots \quad (15)$$

Тогда

$$\hat{h}(r) = c'_0 \psi_0(r) + c'_1 \psi_1(r) + \dots + c'_i \psi_i(r) + \dots, \quad (16)$$

где  $\psi_i(x)$  — функции Эрмита:  $\psi_i(x) = e^{-x^2/2} H_i(x)$ ,  $H_i(x)$  — полиномы Эрмита. Причем если  $\hat{h}(r)$  имеет ограниченную вариацию на всей оси  $(-\infty, +\infty)$  (что в данном случае выполняется), то ряд сходится к  $\hat{h}(r)$  в каждой точке непрерывности данной функции. Естественно, для того чтобы воспользоваться разложением (16), необходимо пронормировать функцию  $\hat{h}(r)$ , т. е. рассматривать ее как функцию  $\hat{h}(y)$ , где  $y = (r-m)/\sigma$ ,  $m$  — первый момент  $\hat{h}(r)$ ,  $\sigma^2$  — второй центральный момент:

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} r \hat{h}(r) dr; \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (r-m)^2 \hat{h}(r) dr.$$

Тогда (функция  $\hat{h}(y)$  четная):

$$\hat{h}(y) = \sum_{i=0}^k c'_i \psi_{2i}(y); \quad \psi_{2i}(y) = e^{-y^2/2} H_{2i}(y);$$

$$H_0 = 1;$$

$$H_2 = 4y^2 - 2;$$

$$H_4 = 16y^4 - 48y^2 + 12;$$

$$H_6 = 64y^6 - 480y^4 + 720y^2 - 120.$$

Поскольку система функций  $\psi_i(y)$  ортогональна, оценки коэффициентов  $c'_i$  по методу наименьших квадратов имеют вид

$$\hat{c}'_i = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(y) \psi_i(y) dy \left/ \left( \int_{-\infty}^{\infty} \psi_i^2(y) dy \right) \approx \frac{\sum_{j=1}^n \hat{h}_j \psi_i(y_j)}{\sum_{j=1}^n \psi_i^2(y_j)}.$$

При некоррелированном шуме измерений дисперсия оценок  $\hat{c}_i$  равна

$$\sigma_{\hat{c}_i}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{\hat{h}}^2(y) \psi_i^2(y) dy}{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \psi_i^2(y) dy \right)}.$$

Если  $\sigma_{\hat{h}}^2(y)$  постоянна на всем интервале изменения  $y$ , то

$$\sigma_{\hat{c}_i}^2 = \frac{\sigma_{\hat{h}}^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i^2(y) dy}.$$

Ограничимся в разложении (16) функциями Эрмита до шестого порядка включительно и преобразуем описание к виду

$$\hat{h}(y) = e^{-y^2/2} (\alpha_0 + \alpha_1 y^2 + \alpha_2 y^4 + \alpha_3 y^6),$$

где  $\alpha_i$  взаимно-однозначно выражаются через  $c_i$ :

$$\alpha_0 = c_0 - 2c_1 + 12c_2 - 120c_3;$$

$$\alpha_1 = 4c_1 - 48c_2 + 720c_3;$$

$$\alpha_2 = 16c_2 - 480c_3;$$

$$\alpha_3 = 64c_3.$$

Тогда функция  $\omega(x^2) = \hat{h}(x)$  имеет вид

$$\omega(y) = e^{-y^2/2} (\alpha_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2 + \alpha_3 y^3).$$

Преобразуем уравнение (12) заменой  $y = v - z$ :

$$g(z) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dz} \int_0^{\infty} \frac{\omega(y+z) dy}{\sqrt{y}}. \quad (17)$$

Используя разложение (16), для  $\omega(y+z)$  получаем

$$\omega(y+z) = e^{-z^2/2} e^{-y^2/2} (\beta_0 + \beta_1 y + \beta_2 y^2 + \beta_3 y^3),$$

где

$$\beta_0 = \alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z^3;$$

$$\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2 z + 3\alpha_3 z^2;$$

$$\beta_2 = \alpha_2 + 3\alpha_3 z;$$

$$\beta_3 = \alpha_3.$$

Уравнение (17) в этом случае приводится к виду

$$g(z) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dz} e^{-z^2/2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-y^2/2}}{\sqrt{y}} (\beta_0 + \beta_1 y + \beta_2 y^2 + \beta_3 y^3) dy.$$

В результате после интегрирования по  $y$  и дифференцирования по  $z$

$$g(z) = (1\sqrt{2\pi}) e^{-z^2/2} (p_0 + p_1 z + p_2 z^2 + p_3 z^3),$$

где

$$p_0 = \alpha_0 - \alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3;$$

$$p_1 = \alpha_1 - 2\alpha_2 - 3\alpha_3;$$

$$p_2 = \alpha_2 - 3\alpha_3;$$

$$p_3 = \alpha_3.$$

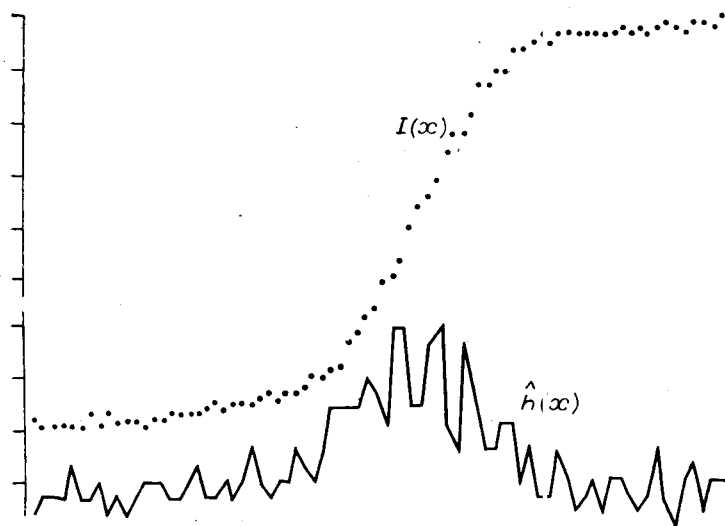


Рис. 3.

Возвращаясь к исходной функции распределения интенсивности в сканирующем пятне, получаем конечный результат ( $\rho = z\sigma$ )

$$h(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \left( p_0 + p_1 \frac{\rho^2}{\sigma^2} + p_2 \frac{\rho^4}{\sigma^4} + p_3 \frac{\rho^6}{\sigma^6} \right). \quad (18)$$

**Экспериментальные результаты.** При восстановлении распределения освещенности в апертуре в качестве тестового объекта использовался специально выбранный участок фотошаблона. Этот участок, размеры которого были взяты заведомо больше диаметра сканирующего луча, содержал только один резкий переход — от прозрачного к непрозрачному. Переход устанавливался в центр поля зрения сканирующей системы и ориентировался вдоль оси  $Y$ . Функция  $I(x)$  получена сканированием перехода вдоль оси  $X$  с шагом 0,15 мкм. На рис. 3 изображены реализация  $I(x)$  и производная  $\hat{h}(x)$ , полученная численным дифференцированием  $I(x)$ . На рис. 4 приведены  $\hat{h}(x)$  и ее приближение с по-

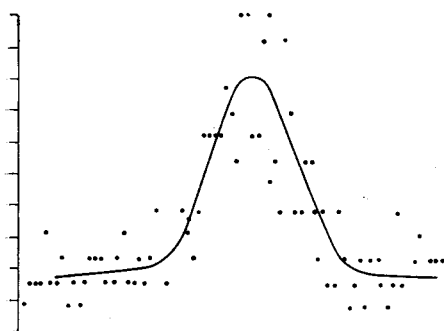


Рис. 4.

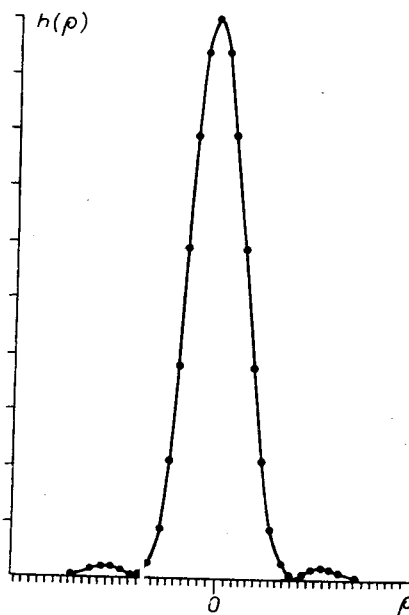


Рис. 5.



мощью функций Эрмита. Оценки коэффициентов  $\hat{e}_i$  и их среднеквадратичных отклонений  $\hat{\sigma}_{\hat{e}_i}$  в данном разложении равны соответственно:

$$\begin{aligned} \hat{c}'_0 &= 0,0527; & \hat{c}'_1 &= 0,31 \cdot 10^{-2}; & \hat{c}'_2 &= 0,224 \cdot 10^{-3}; & \hat{c}'_3 &= -0,194 \cdot 10^{-5}; \\ \hat{\sigma}_{\hat{c}'_0} &= 0,253 \cdot 10^{-3}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_1} &= 0,893 \cdot 10^{-4}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_2} &= 0,129 \cdot 10^{-4}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_3} &= 0,118 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Видно, что при аппроксимации можно ограничиться тремя членами, поскольку четвертый коэффициент  $\hat{c}'_3$  является статистически не значимым [3]. Оценки коэффициентов  $\hat{p}_i$  в описании функции распределения освещенности в сканирующем луче равны:  $\hat{p}_0=0,0658$ ;  $\hat{p}_1=0,0261$ ;  $\hat{p}_2=0,198 \cdot 10^{-2}$ ;  $\hat{p}_3=0,178 \cdot 10^{-3}$ . Эффективный размер луча

$$\hat{\sigma}_л = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 h(x) dx} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i-m)^2 h(x_i)} = 1,58 \text{ мкм.}$$

Вид функции  $h(\rho)$  приведен на рис. 5. Одно деление по оси  $\rho$  соответствует 0,24 мкм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд И. М., Граев М. И., Виленкин Н. Я. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений. М., «Наука», 1962.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I, II. М., «Наука», 1959.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.

*Поступила в редакцию 31 декабря 1976 г.*

УДК 621.391 : 681.3.01

**В. С. КИРИЧУК, Б. М. ПУШНОЙ, Г. П. ЧЕЙДО**

*(Новосибирск)*

### ПОСТРОЕНИЕ ПРОЦЕДУР СЧИТЫВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ВЫПУКЛЫМИ ГРАНИЦАМИ

**Введение. Постановка задачи.** Структура прецизионного фотограмметрического автомата «Зенит» [1] обеспечивает его универсальность, т. е. перекрытие широкого спектра задач обработки изображений и микрообъектов. Однако эта универсальность достигается только при наличии развитого математического обеспечения. Создание математического обеспечения для широкого класса задач обработки изображений существенно облегчается, если удастся выделить некоторые стандартные процедуры, эффективно работающие во многих областях.

Наш опыт работы с макетом автомата «Зенит» показал, что многие задачи обработки изображений и микрообъектов связаны с необходимостью вычисления выборочных моментов — координат центра, радиуса инерции и т. д.