

А. А. АНИКИН, А. А. СОКОЛОВ

(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ГЛУБИНЫ ЗАПИСИ ОПТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛАХ

При облучении фотохромного материала изменение пропускания первых слоев вещества оказывает влияние на засветку следующих. Эффект экранирования приводит к существенному различию изменения коэффициента поглощения (и преломления — для амплитудно-фазовых сред) на поверхности и в глубине образца. Это необходимо учитывать при изготовлении образцов и при обработке экспериментальных результатов.

В настоящей работе получены выражения, описывающие распределение коэффициента поглощения κ ($\kappa = \text{Im}(\sqrt{\epsilon}) 2\pi/\lambda \text{ см}^{-1}$) по толщине в процессе записи. Предполагается, что материал имеет линейную зависимость κ от экспозиции E , т. е. $\kappa = \beta E + \kappa_0$.

Запись битовой информации. Пусть свет падает перпендикулярно поверхности образца вдоль оси z . Имеем

$$\frac{\partial \kappa(z, t)}{\partial t} = \beta J(z, t), \quad (1)$$

где $J(z, t) = \frac{\partial E(z, t)}{\partial t}$ — интенсивность света в точке z . В свою очередь, $J(z, t)$ выражается через $\kappa(z, t)$:

$$J(z, t) = J_0 \exp\left(-2 \int_0^z \kappa(\xi, t) d\xi\right). \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по z , получим

$$\frac{\partial J(z, t)}{\partial z} = -2\kappa(z, t) J(z, t). \quad (3)$$

Исключая отсюда $J(z, t)$ с помощью (1) и интегрируя по t , находим

$$\frac{\partial \kappa(z, t)}{\partial z} = -\kappa^2(z, t) + c(z). \quad (4)$$

Из условия $\kappa(0, z) = \kappa_0$ определяется константа интегрирования $c(z) = \kappa_0^2$.

Решаем уравнение (4) с учетом условия на передней поверхности $\kappa = \beta J_0 t + \kappa_0$:

$$\kappa(z, t) = \kappa_0 \left(1 + \frac{\beta t J_0 / \kappa_0}{(1 + \beta t J_0 / \kappa_0) \exp(2\kappa_0 z) - \beta t J_0 / \kappa_0}\right). \quad (5)$$

Полученное выражение описывает распределение коэффициента поглощения по толщине образца в процессе записи. Используем его для нахождения некоторых соотношений.

1. Определим толщину d , при которой изменение κ на тыльной стороне образца будет в μ раз меньше, чем на поверхности. Подставляя в отношении $[\kappa(0, t) - \kappa_0] / [\kappa(d, t) - \kappa_0] = \mu$ выражение (5) для κ (5) и разрешая его относительно d , имеем

$$d = \frac{1}{2\kappa_0} \ln \left(\frac{\mu + \beta J_0 t / \kappa_0}{1 + \beta J_0 t / \kappa_0} \right). \quad (6)$$

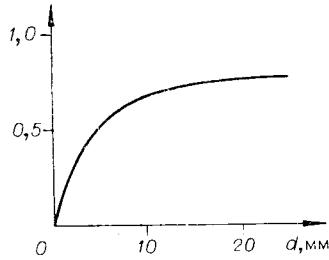


Рис. 1. Зависимость контраста изображения в виде черно-белых полос от толщины образца.

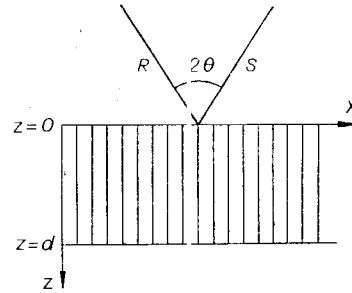


Рис. 2. Схема записи дифракционной решетки.

Величина $\beta J_0 t$ равна изменению κ на поверхности образца и, согласно сделанному выше предположению, ее значение не должно выходить за линейный участок динамического диапазона материала.

Для фотохромных стекол на основе галогенидов серебра обычно $\kappa_0 \sim 0,5 \text{ см}^{-1}$, $\beta J_0 t \sim 2 \text{ см}^{-1}$. Подставляя эти значения в (6) и полагая $\mu = 2$, получим $d = 3 \text{ мм}$. Если результат эксперимента может существенно зависеть от неоднородности κ по толщине, значение μ следует брать еще меньше.

2. Используя выражения (2) и (5), получим зависимость пропускания образца от толщины и времени записи:

$$T(z, t) = \frac{J(z, t)}{J_0} = \frac{\exp(-2\kappa_0 z)}{\left[1 + \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0} (1 - \exp(-2\kappa_0 z))\right]^2}, \quad (7)$$

откуда найдем выражение для контраста изображения, представляющего собой систему черно-белых полос:

$$\frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} = \frac{\left\{1 + \frac{\beta J_0 t}{2\kappa_0} [1 - \exp(-2\kappa_0 z)]\right\}^2 - 1}{\left\{1 + \frac{\beta J_0 t}{2\kappa_0} [1 - \exp(-2\kappa_0 z)]\right\}^2 + 1}. \quad (8)$$

На рис. 1 показана зависимость контраста от толщины, полученная при $\kappa_0 = 0,5 \text{ см}^{-1}$, $\beta J_0 t = 2 \text{ см}^{-1}$. Из рисунка видно, что контраст эффективно нарастает до толщины $\sim 6 \text{ мм}$.

Запись голографической решетки. Ограничимся рассмотрением решетки, записываемой двумя одинаковыми по интенсивности пучками, падающими на образец симметрично нормали к поверхности (рис. 2).

Распределение коэффициента поглощения в объеме имеет вид

$$\kappa(z, t, x) = \kappa(z, t) + \kappa_1(z, t) \cos(2\pi x/\Lambda). \quad (9)$$

Здесь κ_1 — амплитуда модуляции коэффициента поглощения; $\Lambda = \lambda/(2n \sin \theta)$ — обратный вектор решетки; n — показатель преломления.

Запишем уравнения связанных волн*:

$$\begin{aligned} \cos \theta \frac{\partial R}{\partial z} + \kappa(z) R &= -\frac{\kappa_1}{2} S; \\ \cos \theta \frac{\partial S}{\partial z} + \kappa(z) S &= -\frac{\kappa_1}{2} R. \end{aligned} \quad (10)$$

* Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram coatings.— "Bell Syst. Techn. J.", 1969, vol. 48, p. 2909.

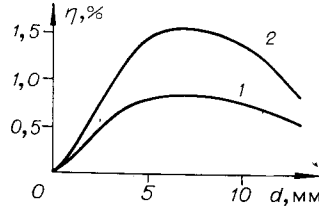


Рис. 3. Зависимости дифракционной эффективности от толщины образца, полученные с учетом затухания по глубине (кривая 1) и без учета затухания (кривая 2).

Полагая $S=R$ и учитывая $SS^*=J/2$ (J — суммарная интенсивность двух пучков), из системы (10) находим

$$\frac{\partial J(z, t)}{\partial z} = -\frac{2}{\cos \theta} \left(\kappa(z, t) + \frac{\kappa_1(z, t)}{2} \right) J(z, t). \quad (11)$$

Вместе с уравнениями

$$\frac{\partial \kappa(z, t)}{\partial t} = \beta J(z, t), \quad (12)$$

$$\kappa(z, t) - \kappa_1(z, t) = \kappa_0 \quad (12a)$$

имеем систему, которая решается аналогично (1), (3). В результате получаем распределение коэффициента поглощения по толщине в процессе записи:

$$\kappa(z, t, x) = \kappa_0 + \frac{\beta J_0 t \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\Lambda} x \right)}{\left(1 + \frac{3}{4} \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0} \right) \exp \left(2 \frac{\kappa_0 z}{\cos \theta} \right) - \frac{3}{4} \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0}}. \quad (13)$$

Аналогично (6) зависимость толщины от параметра затухания модуляции имеет следующий вид:

$$d = \frac{\cos \theta}{2\kappa_0} \ln \left(\frac{\mu + \frac{3}{4} \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0}}{1 + \frac{3}{4} \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0}} \right). \quad (14)$$

Сравнение (14) с (6) выявляет, что при записи решетки затухание по глубине происходит быстрее.

Можно показать (см. приложение), что дифракционная эффективность решетки, описываемой уравнением (13), равна

$$\eta = \exp \left(-2 \frac{\kappa_0 z}{\cos \theta} - 2S \right) \text{sh}^2(S/2). \quad (15)$$

где

$$S = \frac{2}{3} \ln \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{\beta J_0 t}{\kappa_0} \left[1 - \exp \left(-2 \frac{\kappa_0 z}{\cos \theta} \right) \right] \right\}.$$

На рис. 3 приведена зависимость дифракционной эффективности η (кривая 1) от величины $z/\cos \theta$, полученная по формуле (15) при $\kappa_0=1/2 \text{ см}^{-1}$ и $\beta J_0 t=1 \text{ см}^{-1}$. Максимум η достигается при $z/\cos \theta=6,5 \text{ мм}$. Кривая 2 получена по формуле Когельника без учета затухания модуляции по глубине. Она дает существенно завышенное значение.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение системы (10) будем искать в виде

$$\begin{aligned} R(z) &= r_1 \exp(\gamma_1(z)) + r_2 \exp(\gamma_2(z)); \\ S(z) &= s_1 \exp(\gamma_1(z)) + s_2 \exp(\gamma_2(z)). \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (16) в (10), находим

$$\frac{\partial \gamma_{12}}{\partial z} = -\frac{\kappa(z)}{\cos \theta} \pm \frac{\kappa_1(z)}{2}, \quad (17)$$

откуда

$$\gamma_{12} = -\int_0^z \frac{\kappa(z)}{\cos \theta} dz \pm \int_0^z \frac{\kappa_1(z)}{\cos \theta} dz.$$

Постоянные $r_{1,2}$ и $s_{1,2}$ определяются из граничных условий. Пусть на решетку падает волна R единичной интенсивности. Тогда

$$\begin{aligned} R_0 &= r_1 + r_2 = 1; \\ S_0 &= s_1 + s_2 = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Используя (16) — (18), получим

$$\eta(z) = \exp\left(-2 \int_0^z \frac{\kappa(z)}{\cos \theta} dz\right) \operatorname{sh}^2\left(\frac{1}{2 \cos \theta} \int_0^z \kappa_1(z) dz\right). \quad (19)$$

Если ввести обозначения $\alpha = \frac{1}{z} \int_0^z \kappa(z) dz$; $\alpha_1 = \frac{1}{z} \int_0^z \kappa_1(z) dz$, то выражение (19) примет вид

$$\eta(z) = \exp(-2\alpha z / \cos \theta) \operatorname{sh}^2(\alpha_1 z / 2 \cos \theta), \quad (20)$$

тождественный выражению для дифракционной эффективности однородной по толщине решетки, коэффициент поглощения которой описывается уравнением*

$$\kappa(x) = \alpha + \alpha_1 \cos(2\pi x / \Lambda).$$

Таким образом, эффективность дифракции на неоднородной решетке определяется средними значениями коэффициента поглощения и модуляции. Используя это обстоятельство, из распределения (13) несложно получить выражение для дифракционной эффективности (15).

Поступила в редакцию 20 сентября 1976 г.

* Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram coatings, p. 2909.