

4. Липцер Р. Ш. Об экстраполяции и фильтрации некоторых марковских процессов.— «Кибернетика», 1968, № 3, с. 63—70.
5. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. М., «Наука», 1974.
6. Кицул П. И. Нелинейная фильтрация по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений.— В кн.: Адаптация, самоорганизация. (Доклады Второго всесоюзного совещания по статистическим методам теории управления.) М., «Наука», 1970, с. 52—57.
7. Кицул П. И. К решению одной задачи эффективной последовательной интерполяции.— «Автоматика и телемеханика», 1974, № 12, с. 89—95.
8. Демин Н. С. О прямых уравнениях интерполяции для векторов состояний динамических систем.— В кн.: Третье всесоюзное совещание по статистическим методам в процессах управления. (Тезисы докладов.) М., изд. Института проблем управления, 1973, с. 65—67.
9. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. М., «Наука», 1971.

*Поступила в редакцию 11 июня 1976 г.;
окончательный вариант — 10 июня 1977 г.*

УДК 621.391.828

И. М. ВИШЕНЧУК, А. В. ГУПАЛО, В. В. ТРОЦЕНКО

(Львов)

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ НАКЛОНА ЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА

При испытаниях систем автоматического контроля иногда возникает задача оценки наклона линейного тренда, содержащегося в выходном сигнале. Предположим, что процесс на выходе системы имеет вид

$$x(t) = c + st + n(t). \quad (1)$$

Здесь c , s — параметры линейного тренда; $n(t)$ — помеха некоторого вида. Процесс (1) наблюдается на интервале времени $|t| \leq T/2$. Необходимо разработать алгоритм вычисления оценки \hat{s} наклона, ориентированный на борьбу с помехами.

В [1] описаны два метода исключения линейного тренда в результатах наблюдений. Непосредственное заимствование полученных результатов затрудняется тем, что в работе не указаны границы применения методов и не проведено их сравнение. Кроме того, параметры метода среднего наклона выбраны без пояснений: По этим причинам в данной статье проводится анализ поставленной задачи в терминах метода весовых функций, позволяющего довести сравнение до частотных характеристик.

Представим обработку сигнала на вычислителе как

$$\hat{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) x(t) dt, \quad (2)$$

где $g(t)$ — весовая функция, отличная от нуля на интервале (или части интервала) наблюдения $|t| \leq T/2$. Рассмотрим два вида весовых функций.

1. Кусочно-постоянная весовая функция

$$g(t) = g_1(t) = \begin{cases} 4 \operatorname{sign}(t)/(T^2(1 - \alpha^2)) & \text{при } \alpha T/2 \leq |t| \leq T/2; \\ \text{иначе } 0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $0 \leq \alpha < 1$ — параметр; $\text{sign}(x)$ — знаковая функция. Так как s представляет собой производную полезного сигнала, целесообразно представить (2) в виде

$$\hat{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^*(t) x'(t) dt, \quad (4)$$

где $x'(t) = s + n'(t)$ — производная процесса (1); $g_1^*(t)$ — весовая функция, обеспечивающая эквивалентность соотношений (2) и (4). Вычисление оценки (4) переводит задачу в класс задач оценки среднего значения полезного сигнала с наложенной помехой $n'(t)$, достаточно полно освещенной в литературе. Остается установить соответствие между весовыми функциями $g_1(t)$ и $g_1^*(t)$, что позволит воспользоваться результатами работы [2].

Согласно теореме Парсеваля, имеет место равенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t) x(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(-j\omega) X(j\omega) d\omega.$$

Здесь

$$G_1(-j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t) e^{+j\omega t} dt; \quad X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (5)$$

Из теоремы о дифференцировании следует

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_1^*(t) x'(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1^*(-j\omega) [j\omega X(j\omega)] d\omega, \quad (6)$$

где

$$G_1^*(-j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^*(t) e^{j\omega t} dt.$$

Условие эквивалентности преобразований (5) и (6) дает в частотной области результат

$$G_1^*(j\omega) = G_1(-j\omega)/j\omega.$$

Определим весовую функцию

$$g_1^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1^*(-j\omega) e^{-j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [G_1(-j\omega)/j\omega] e^{-j\omega t} d\omega.$$

Для $g_1(t)$ вида (3) выполняется

а) $G_1(-j\omega)/j\omega = -G_1(j\omega)/j\omega = -G_1(\omega)/\omega;$

б) $G_1(\omega)/\omega$ есть четная функция. Тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [-G_1(j\omega)/j\omega] e^{-j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} [-G_1(j\omega)/j\omega] e^{j\omega t} d\omega.$$

Так как $\int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t) dt = 0$, то из [3] следует

$$g_1^*(t) = - \int_{-\infty}^t g_1(\tau) d\tau = \int_{-T/2}^{t \leq T/2} g_1(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Таблица 1

α	$g_1(t)$	$g_1^*(t)$	$G_1^*(-j\omega)$
1			$\text{sinc}(\omega T/2)$
$0 < \alpha < 1$			$\text{sinc}(\omega T(1-\alpha)/4) \times$ $\times \text{sinc}(\omega T(1+\alpha)/4)$
0			$\text{sinc}^2(\omega T/4)$

В последнем равенстве учтена финитность $g_1(t)$. На основании (7) в табл. 1 приведены весовые функции $g_1(t)$ и $g_1^*(t)$ для общего случая и предельных значений параметра α .

1. При $\alpha \rightarrow 1$ весовая функция $g(t)$ вырождается в две дельта-функции, что соответствует усреднению производной процесса (1) с постоянным весом. Алгоритм (2) вычисления оценки \hat{s} сводится к определению разности значений процесса в конце и начале интервала наблюдения и к нормированию. Частотная характеристика $G_1(-j\omega)$ не затухает, и трудно указать область частот, где выполняется условие эффективного подавления помехи. Переход к представлению (4) дает возможность по виду $G_1^*(-j\omega)$ легко убедиться в недостаточной помехозащищенности алгоритма (2).

2. При $0 < \alpha < 1$ для характеристики типа $G_1^*(-j\omega)$ в [4] решена задача получения минимального уровня первых боковых лепестков при заданной ширине главного лепестка. Это позволяет вести эффективную борьбу с низкочастотной помехой. Переходя к характеристике $G_1(-j\omega)$, получим $\alpha = 0,183$.

3. Если $\alpha = 0$, характеристика $G_1^*(-j\omega)$ (следовательно, и $G_1(-j\omega)$) обеспечивает наибольшую скорость затухания в полосе непрозрачности для данного класса весовых функций. Алгоритм (2) при этом ориентируется на борьбу с высокочастотными помехами.

4. Кусочно-постоянная весовая функция $g_1(t)$ не направлена на борьбу с помехой, если она имеет вид белого шума. Все же можно подобрать значение параметра α , минимизирующее дисперсию D_1 оцен-

ки \hat{s} . Для белого шума с интенсивностью $2N_0$ получим

$$D_1 = N_0 \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^2(t) dt = \frac{16}{T^3} \frac{1}{1+\alpha} N_0.$$

При $\alpha=1/3$ дисперсия минимальна:

$$D_1 = D_1 \min = 27N_0/2T^3.$$

Весовая функция $g_1(t)$ при $\alpha=1/3$ реализует алгоритм обработки, эквивалентный описанному в [1] методу среднего наклона.

Следует отметить практическую полезность кусочно-постоянной весовой функции. Ее использование при аналоговой обработке сигналов позволяет избежать применения множительного устройства. При цифровой обработке нет необходимости в выполнении операции умножения на весовую функцию на каждом шаге. В обоих случаях получают выигрыш в быстродействии и снижении инструментальной ошибки.

II. После рассмотрения класса кусочно-постоянных весовых функций обратимся к более сложной возможности формирования непрерывно изменяющегося весового коэффициента, например, линейно-изменяющегося:

$$g(t) = g_2(t) = \begin{cases} \frac{12}{T^3} t & \text{при } |t| \leq T/2; \\ \text{иначе } 0. \end{cases}$$

Работа вычислителя с весовой функцией $g_2(t)$ эквивалентна реализации метода наименьших квадратов [1], когда требуется наилучшая аппроксимация процесса (1) на всем интервале наблюдения $|t| \leq T/2$, согласно минимуму критерия

$$\varepsilon_1 = \int_{-T/2}^{+T/2} [x(t) - \varphi_a(t)]^2 dt,$$

где $\varphi_a(t)$ — линейная аппроксимирующая функция. Выполнив преобразования по методике, изложенной в разделе I, получим

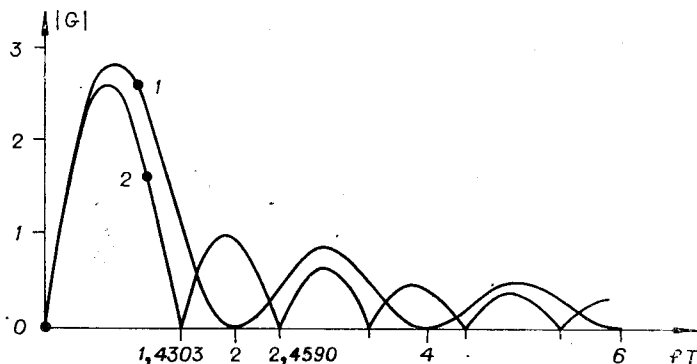
$$g_2^*(t) = \begin{cases} -6t^2/T^3 + 3/(2T) & \text{при } |t| \leq T/2; \\ \text{иначе } 0; \end{cases}$$

$$G_2^*(j\omega) = -\frac{6}{\omega T} \frac{d[\sin c(\omega T/2)]}{d[\omega T/2]},$$

$$D_2 = 12N_0/T^3. \quad (8)$$

Здесь $\sin c(x) = \sin(x)/x$.

Для сравнительной оценки помехозащищенности преобразования (2) с использованием весовых функций $g_1(t)$ при $\alpha=0$ и $g_2(t)$ на рисунке приведены амплитудно-частотные характеристики $|G_1(-j\omega)|$ (кривая 1) и $|G_2(-j\omega)|$ (кривая 2). Обе характеристики имеют скорость затухания, пропорциональную $1/fT$. Особенности $|G_1(-j\omega)|$ являют-



ся отсутствие быстрых переходов через нуль и регулярность следования нулей. Характеристика $|G_2(-j\omega)|$ имеет меньшую ширину главного лепестка, быстрые переходы через нуль и нерегулярное следование нулей. Существенно, что практическая реализация весовой функции $g_2(t)$ приводит при аналоговой или цифровой обработке к снижению быстродействия и увеличению инструментальной ошибки по сравнению с реализацией функции $g_1(t)$.

Характеристика $G_2(-j\omega)$, соответствующая методу наименьших квадратов, ориентирована на борьбу с белым шумом. Поэтому (8) дает наименьшую дисперсию. В табл. 2 представлено сравнение весовых функций $g_1(t)$ по критерию $\sqrt{D_1/D_2}$ при различных значениях α .

Т а б л и ц а 2

α	1	0,183	0,333	0
$\sqrt{D_1/D_2}$	∞	1,08	1,06	1,15

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974.
2. Швецкий Б. И., Вишенчук И. М. Помехозащищенные цифровые вольтметры постоянного тока.— «Измерение, контроль, автоматизация», 1975, № 1 (3), с. 8—13.
3. Иванов В. А., Чемоданов Б. К., Медведев В. С. Математические основы теории автоматического регулирования. М., «Высшая школа», 1971.
4. Агизим А. М., Розенблат М. Ш., Свирщев В. А. Об одном классе селективных преобразований.— В кн.: Отбор и передача информации. Киев, «Наукова думка», 1971, № 24, с. 46—49.

Поступила в редакцию 5 января 1977 г.;
окончательный вариант — 14 июля 1977 г.

УДК 621.391.2

Я. Ю. НИКИТИН, Р. П. ФИЛИМОНОВ, Е. П. ШУБИНА

(Ленинград)

РАСЧЕТ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПРАВИЛ ОБНАРУЖЕНИЯ В СХЕМЕ ДВУХКАНАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Введение. При обработке оптических изображений на фоне помех с целью оценки параметров, фильтрации и распознавания образов в качестве первого этапа часто предполагается решение задачи обнаружения (см., например, [1,2]), имеющей также и самостоятельное значение в статистических приложениях оптики, радиолокации, гидроакустики и других дисциплин. В последние годы значительное внимание уделялось построению и исследованию правил обнаружения в условиях так называемой априорной неопределенности [3—5], для преодоления которой, наряду с оптимальными, был предложен ряд субоптимальных решающих правил, основанных, в частности, на эмпирических двухвыборочных статистиках, инвариантных к уровню помех [6—8]. Преимущества инвариантных правил обнаружения выявляются при обработке оптических изображений на неизвестном неоднородном фоне при изменяющейся в широких пределах дисперсии помех, что является характерной особенностью многих оптических изображений и, в частности, фотографических. До настоящего времени отсутствуют, однако, оценки качества предложенных субоптимальных правил, что затрудняет выбор и обоснование того или иного правила и его сравнение с оптимальным.