

$$h_k = \frac{1}{\sigma_k} \left( H \prod_{i=1}^{m-1} \sigma_i \right)^{\frac{1}{m-1}}, \quad k = \overline{1, m-1}, \quad (12)$$

где  $H = \prod_{i=1}^{m-1} h_i = d_m/d_1 = \text{const}$ .

Формула (12) может быть использована в качестве первого приближения при выборе оптимального соотношения шкал. В частности, если  $\sigma_i = \sigma$  для всех  $i = \overline{1, m-1}$ , то

$$h_k = H^{\frac{1}{m-1}} \quad \text{и} \quad d_k = \left( \frac{d_m}{d_1} \right)^{\frac{k-1}{m-1}} d_1.$$

По указанной приближенной методике при  $\sigma_1 = 0,02$ ;  $\sigma_2 = 0,04$ ;  $\sigma_3 = 0,06$  и  $d_1 = 0,5$ ;  $d_3 = 25$  оптимальное значение  $d_2$  равно 5, при этом  $P\{\Delta_3 = 0\} = 0,975$ , что хорошо согласуется с данными табл. 1.

Автор выражает признательность В. Л. Макарову за полезные обсуждения, Д. В. Усовскому и В. Г. Шелепову за проведенные расчеты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глобенко Ю. В., Скрыпник Г. И. О разрешении неоднозначности циклических измерений.— «Автометрия», 1972, № 4, с. 69—82.
2. Тетнев Г. С. К вопросу о выборе параметров многошкальных измерительных систем.— «Радиотехника и электроника», 1965, № 9, с. 1710—1712.
3. Тененбаум М. М., Созиов А. С. К вопросу о точности двухшкальных измерительных систем.— «Радиотехника и электроника», 1968, № 9, с. 1591—1596.
4. Скрыпник Г. И., Серова А. А., Атаев Д. И. О надежности устранения многозначности фазовых измерений.— «Радиотехника и электроника», 1968, № 10, с. 1753—1761.
5. Собцов Н. В. Оценка максимального правдоподобия в многошкальной измерительной системе.— «Радиотехника и электроника», 1972, № 10, с. 2076—2083.

Поступила в редакцию 7 июня 1977 г.

УДК 551.46.083

С. В. ДОЦЕНКО, Б. А. НЕЛЕПО, М. Г. ПОПЛАВСКАЯ  
(Севастополь)

#### МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ СИГНАЛОВ ДИСТАНЦИОННЫХ ПРИБОРОВ С УЧЕТОМ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ШУМОВ

Дистанционные приборы, установленные на ИСЗ, производят осреднение измеряемого поля в пределах элемента разрешения, размеры которого довольно велики в сравнении с характерным масштабом поля. Это приводит к подавлению в выходном сигнале прибора высокочастотных составляющих спектра пространственных неоднородностей поля. Поэтому применение таких приборов для исследования тонкой структуры физических полей поверхности океана затруднительно.

Приближение формы выходного сигнала прибора к форме измеряемого поля в центре элемента разрешения его датчика может быть осуществлено с помощью линейной коррекции выходного сигнала. Решение такой задачи хорошо известно применительно к измерению одномерных процессов (обычно функции времени) [1]. Специфика же рас-

смаатриваемого случая состоит в том, что датчиком прибора воспринимается двумерное (поверхностное) поле  $X(\rho)$ , которое преобразуется прибором в одномерный выходной сигнал  $Y(t)$ , и именно этот сигнал подвергается коррекции.

В работе [2] показано, как можно повысить разрешающую способность приборов дистанционного зондирования, не имеющих внутренних шумов, путем коррекции их сигналов. Однако флуктуационные шумы прибора, особенно тепловой шум, являются дополнительным источником помех, затрудняющих выделение измеряемого сигнала.

В данной работе решается задача оптимальной линейной коррекции сигналов приборов дистанционного зондирования с учетом их собственных флуктуационных шумов. При этом будем предполагать поверхностные физические поля однородными, изотропными, «замороженными», датчики приборов безынерционными и линейными, а внутренний шум прибора  $N(t)$  «белым», не коррелированным с сигналом.

Пусть  $Y(t)$  — сигнал на выходе прибора без учета его внутреннего шума, а  $Y_1(t)$  — аддитивная смесь этого сигнала и шума. Пропустив  $Y_1(t)$  через  $RC$ -фильтр с аппаратной функцией  $P(\tau)$ , получим на выходе последнего

$$Y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y_1(t - \tau) P(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Учитывая связь сигнала  $Y(t)$  на выходе прибора [3], имеющего аппаратную функцию  $H(\rho)$ , с величиной измеряемого поля  $X(\rho)$ , приведем выражение (1) к виду

$$Y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int X[\mathbf{v}_0(t - \tau) - \rho] H(\rho) d\rho + N(t - \tau) \right\} P(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{v}_0$  — скорость движения прибора относительно поля.

В дальнейшем будем рассматривать приборы, датчики которых обладают осевой симметрией. Измерение поля будет осуществляться идеально, если прибор не имеет собственных шумов, его датчик точечный и находится в центре элемента разрешения реального дистанционного прибора. Из сравнения сигнала  $Y_2(t)$  реального прибора с сигналом идеального  $Y_T(t) = X(\mathbf{v}_0 t)$  видим, что  $Y_2(t)$  отлично от значений измеряемого поля. Средний квадрат ошибки измерения поля  $\sigma_2^2$  этим прибором есть

$$\sigma_2^2 = \overline{[Y_2(t) - Y_T(t)]^2}. \quad (3)$$

Для снижения этой ошибки предпримем линейную коррекцию сигнала  $Y_2(t)$ , считая известной всю его реализацию к моменту начала коррекции:

$$Y_{\text{ш.кор}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y_2(t - \tau_1) U(\tau_1) d\tau_1, \quad (4)$$

где  $U(\tau)$  — весовая функция коррекции сигнала. Здесь индексы в обозначении  $Y_{\text{ш.кор}}(t)$  отмечают тот факт, что этот сигнал получен в результате коррекции сигнала прибора, имеющего собственный шум. Средний квадрат ошибки измерения поля скорректированного прибора

$$\sigma_{\text{кор}}^2 = \overline{[Y_{\text{ш.кор}}(t) - Y_T(t)]^2} \quad (5)$$

в силу наложенного условия не должен превосходить величины  $\sigma_2^2$ .

Найдем такую аппаратную функцию коррекции  $U(\tau)$ , которая минимизирует эту ошибку. Комбинируя формулы (1), (2) и (4) и учитывая, что  $Y_T^2(t) = \overline{X^2(\vartheta_0 t)} = \sigma^2$  есть дисперсия измеряемого поля, приведем соотношение (5) к виду

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{кор}}^2 = & \sigma^2 - 2 \int \int \int B[v_0(\tau + \tau_1) + \rho] H(\rho) U(\tau_1) P(\tau) d\rho d\tau_1 d\tau + \\ & + \int \dots \int B[v_0(\tau_2 - \tau_1 + \tau_4 - \tau_3) + (\rho_2 - \rho_1)] H(\rho_1) H(\rho_2) \times \\ & \times U(\tau_1) U(\tau_2) P(\tau_3) P(\tau_4) d\rho_1 d\rho_2 d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4 + \int \dots \int B_{\text{ш}}(\tau_2 - \tau_1 + \\ & + \tau_4 - \tau_3) U(\tau_1) U(\tau_2) P(\tau_3) P(\tau_4) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $B(r)$  — автокорреляционная функция поля, а  $B_{\text{ш}}(\tau)$  — автокорреляционная функция шума. Отсюда следует, что средний квадрат погрешности  $\sigma_{\text{кор}}^2[U(\tau)]$  — функционал от аппаратной функции коррекции  $U(\tau)$ . Варьируя этот функционал в соответствии с [4], получим для функции коррекции  $U(\tau)$  следующее интегральное уравнение:

$$\begin{aligned} \int \int B[v_0(\tau + \tau_1) + \rho] H(\rho) P(\tau) d\rho d\tau = & \int \dots \int B[v_0(\tau_2 - \tau_1 + \\ & + \tau_4 - \tau_3) + (\rho_2 - \rho_1)] H(\rho_1) H(\rho_2) U(\tau_2) P(\tau_3) P(\tau_4) d\rho_1 d\rho_2 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4 + \\ & + \int \int \int B_{\text{ш}}(\tau_2 - \tau_1 + \tau_4 - \tau_3) P(\tau_3) P(\tau_4) U(\tau_2) d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4. \end{aligned}$$

Решая его в спектральной области, найдем спектр аппаратной функции коррекции

$$\tilde{U}(\omega) = A(\omega) / \{ \tilde{P}(\omega) [C(\omega) + S(\omega)] \}, \quad (7)$$

где в обозначениях работы [2]:  $A(\omega)$  — взаимный спектр сигналов дистанционного и идеального приборов,  $C(\omega)$  — собственный энергетический спектр дистанционного прибора,  $S(\omega)$  — энергетический спектр шума, а  $\tilde{P}(\omega)$  — частотная характеристика RC-фильтра.

Средний квадрат ошибки скорректированного сигнала с учетом формулы (7) примет вид

$$\sigma_{\text{кор min}}^2 = \sigma^2 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A^2(\omega)}{C(\omega) + S(\omega)} d\omega. \quad (8)$$

Эта величина является минимальной из всех возможных дисперсий ошибки при линейной коррекции. Квадрат погрешности измерения без коррекции получим комбинацией формул (3) и (7):

$$\sigma_2^2 = \sigma^2 - \int_{-\infty}^{\infty} [2A(\omega) - C(\omega) - S(\omega)] |\tilde{P}(\omega)|^2 d\omega. \quad (9)$$

Отношение  $\mu = \sigma_2^2 / \sigma_{\text{кор min}}^2 \geq 1$  есть мера выигрыша в точности измерения поля при оптимальной коррекции. Его величина может быть оценена при конкретизации поля и прибора. Найдем спектральную характеристику  $K(\omega)$  скорректированного прибора. Она представляет собой отношение собственного энергетического спектра сигнала на выходе прибора после коррекции к одномерному энергетическому спектру поля без учета флуктуационных шумов:

$$K(\omega) = C_1(\omega) |\tilde{U}(\omega)|^2 / G_1(\omega), \quad (10)$$

где  $G_1(\omega)$  — одномерный спектр измеряемого поля, а

$$C_1(\omega) = C(\omega) |\tilde{P}(\omega)|^2. \quad (11)$$

Подставляя в формулу (10) величины (7) и (11), получим выражение для спектральной характеристики

$$K(\omega) = C(\omega) A^2(\omega) / \{G_1(\omega) [C(\omega) + S(\omega)]^2\}.$$

Одним из критериев качества измерительного прибора является отношение сигнал/шум на его выходе. Под этим термином обычно понимается отношение среднеквадратичной мощности сигнала к среднеквадратичной мощности шума. Чем больше это отношение, тем выше качество измерения поля. Для того чтобы исследовать, как меняется это отношение при оптимальной коррекции, найдем его величину до коррекции и после нее. Пусть  $\eta_1$  — отношение сигнал/шум на выходе  $RC$ -фильтра, а  $\eta_2$  — отношение сигнал/шум после коррекции сигнала. Нетрудно показать, что

$$\eta_1 = \frac{\int_0^{\infty} C(\omega) |\tilde{P}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S(\omega) |\tilde{P}(\omega)|^2 d\omega}; \quad (12)$$

$$\eta_2 = \frac{\int_0^{\infty} C(\omega) A_1^2(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S(\omega) A_1^2(\omega) d\omega}.$$

Здесь  $A_1(\omega) = A(\omega) / [C(\omega) + S(\omega)] = \tilde{P}(\omega) \tilde{U}(\omega)$ . Величина  $\eta = \eta_2 / \eta_1$  характеризует изменение отношения сигнал/шум в результате оптимальной коррекции.

Применим полученные выражения для полей, имеющих одномерный спектр вида

$$G_1(\omega) = \frac{\sigma^2 L_x}{\pi v_0} \exp \left[ -\frac{1}{\pi} \left( \frac{L_x \omega}{v_0} \right)^2 \right] \quad (13)$$

и спектр аппаратной функции прибора

$$\tilde{H}(\alpha) = \exp(-R_x^2 \alpha^2 / \pi), \quad (14)$$

где  $L_x$  — характерный масштаб поля,  $R_x$  — характерный радиус элемента разрешения.

Вычисляя функции  $A(\omega)$  и  $C(\omega)$  с использованием формул (13) и (14) и учитывая, что  $|\tilde{P}(\omega)|^2 = (1 + \omega^2 T^2)^{-1}$  ( $T$  — постоянная времени  $RC$ -фильтра), из соотношения (9) получим выражение для среднего квадрата ошибки сигнала без коррекции

$$\sigma_2^2 = \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{T_1} \left\{ 2 \frac{\exp(u_1)}{\sqrt{2z^2 + 1}} [1 - \Phi(\sqrt{u_1})] - \frac{\exp(u_2)}{\sqrt{2z^2 + 1}} [1 - \Phi(\sqrt{u_2})] - \frac{S_1}{\sqrt{2z^2 + 1}} \right\}.$$

Здесь  $\Phi(\alpha)$  — интеграл вероятности, а

$$z = R_x / L_x, \quad T_1 = v_0 T / L_x, \quad u_1 = (z^2 + 1) / (\pi T_1^2),$$

$$u_2 = (2z^2 + 1) / (\pi T_1^2), \quad S_1 = S(0) / C(0).$$

Исходя из формулы (8), найдем средний квадрат ошибки скорректированного сигнала

$$\sigma_{\text{кор min}}^2 = \sigma^2 \left\{ 1 - 2 \frac{\sqrt{2z^2 + 1}}{\pi \sqrt{z^2 + 1}} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ -\frac{2}{\pi} (z^2 + 1) t^2 \right]}{S_1 + \exp \left[ -\frac{1}{\pi} (2z^2 + 1) t^2 \right]} dt \right\}.$$

Спектральная характеристика скорректированного прибора имеет вид

$$K(\omega) = \frac{\sqrt{2z^2 + 1}}{(z^2 + 1) \left[ 1 + S_1 \exp \left( \frac{2z^2 + 1}{\pi} \xi^2 \omega^2 \right) \right]},$$

где  $\xi = L_x / v_0$ .

Величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , найденные по формулам (12):

$$\eta_1 = \frac{1}{S_1} \exp(u_1) [1 - \Phi(\sqrt{u_1})];$$

$$\eta_2 = \frac{1}{S_1} \frac{\int_0^{\infty} \frac{\exp \left( -\frac{4z^2 + 3}{\pi} t^2 \right)}{\left[ \exp \left( -\frac{2z^2 + 1}{\pi} t^2 \right) + S_1 \right]^2} dt}{\int_0^{\infty} \frac{\exp \left( -\frac{2z^2 + 2}{\pi} t^2 \right)}{\left[ \exp \left( -\frac{2z^2 + 1}{\pi} t^2 \right) + S_1 \right]^2} dt}.$$

Получить более простые аналитические выражения для функций  $\sigma_{\text{кор min}}^2$  и  $\eta_2$  затруднительно, поэтому их расчет производился численно на ЭВМ.

Результаты вычислений показали, что при оптимальной коррекции выигрыш в точности измерения для  $0 \leq z \leq 0,1$  растет и лежит в пределах  $3 < \mu < 4,25$ , а для  $0,1 < z \leq 1$  падает до значения  $\mu = 1,5$ . Наибольший выигрыш получается при больших отношениях сигнал/шум.

В качестве примера на рис. 1 и 2 показаны зависимости некоторых характеристик оптимально скорректированных приборов от величины  $z$  при  $T_1 = 0,2$ . Одинаковыми цифрами на них обозначены кривые для значений  $S_1$ , равных 0,01; 0,03; 0,07 и 0,1 (кривые 1—4).

На рис. 1 представлено семейство кривых  $\kappa(z)$ , характеризующих изменение полосы пропускания по уровню 0,5 прибора после коррекции. Значения  $\kappa$  растут как с увеличением  $z$ , так и с увеличением отношений сигнал/шум. Для всех указанных выше значений  $S_1$   $\kappa < 1$  при  $0 \leq z < 0,2$  и  $\kappa = 1$  при  $0,5 < z \leq 1$ .

Как следует из рис. 2, в зависимости от величины  $S_1$  кривые  $\eta(z)$  выглядят различно: кривые 1 и 2 убывают с ростом  $z$ , оставаясь боль-

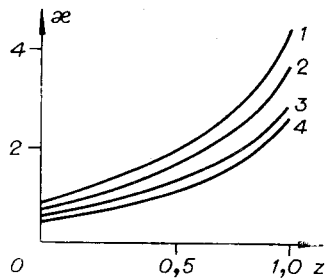


Рис. 1. Зависимости расширения полосы пропускания от  $z$ .

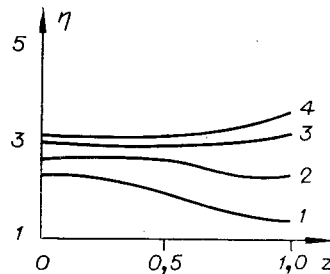


Рис. 2. Зависимости изменения отношения сигнал/шум от величины  $z$ .

ше единицы, тогда как кривые 3 и 4 возрастают, достигая при  $z=1$  значений, равных 3,2 в первом случае и 3,6 — во втором.

Итак, оптимальная коррекция существенно улучшает метрологические характеристики дистанционных измерительных приборов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ньютон Дж. К., Гулд Л. А., Кайзер Дж. Ф. Теория линейных следящих систем. М., Физматгиз, 1961.
2. Нелепо Б. А., Доценко С. В., Поплавская М. Г. Оптимальное восстановление поля по результатам дистанционного зондирования.— В кн.: Морские гидрофизические исследования, № 1 (76). Севастополь, изд. МГИ АН УССР, 1976, с. 46—55.
3. Доценко С. В. Теоретические основы измерения физических полей океана. Л., Гидрометеониздат, 1974.
4. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление. М., ГИТТЛ, 1958.

Поступила в редакцию 3 марта 1977 г.

УДК 681.32.05

О. Е. ТРОФИМОВ

(Новосибирск)

### БЛОК-СХЕМА АВТОМАТА ДЛЯ СЧЕТА ОБЪЕКТОВ

В работе \* предложен алгоритм подсчета плоских объектов произвольной формы, требующий минимальной памяти. В настоящей заметке предлагается блок-схема автомата, подсчитывающего объекты. Память реализуется на сдвиговых регистрах. Знакомство со статьей \*\* желательно, но не обязательно. Предварительно будет дано описание алгоритма, несколько отличающегося от алгоритма, рассмотренного в той же работе \*\*\*. Это описание может быть полезным при построении блок-схем с элементами памяти, отличными от сдвиговых регистров.

Предполагается, что объекты заданы на матрице (длина строки  $n$ ). Элементы матрицы, равные единице, соответствуют черным точкам, равные нулю — белым. Две черные точки принадлежат одному объекту, если существует путь, проходящий только через черные точки и соединяющий их. В ситуации  $\begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix}$  предлагаемый автомат насчитывает два объекта; автомат, насчитывающий в такой ситуации один объект, существенно отличается от рассматриваемого.

Матрица подается в автомат поэлементно: сначала элементы первой строки слева направо, затем в такой же последовательности элементы второй строки и т. д. Перед поступлением  $a_{ik}$  ( $k$ -го элемента  $i$ -й строки) автомат помнит  $n$  последних элементов, т. е. последовательность

$$a_{i1} \dots a_{i, k-1} a_{i-1, k} \dots a_{i-1, n} \quad (n \text{ бит}). \quad (1)$$

Кроме того, каждому элементу последовательности (1) поставлен в соответствие один из символов  $\Lambda, H, K, \alpha$ . Автомат помнит также последовательность символов

$$b_{ik} \dots b_{i, k-1} b_{i-1, k} \dots b_{i-1, n} \quad (2n \text{ бит}). \quad (2)$$

\* Старков М. А., Трофимов О. Е., Фризен Д. Г. Автомат для подсчета числа объектов.— «Автоматика и телемеханика», 1976, № 6, с. 134.

\*\* Там же.

\*\*\* Там же.