

Рис. 2.

Формула (15) позволяет выбрать оптимальный вариант сглаживания в зависимости от поставленной задачи. Обычно желательна наименьшая ширина полосы фильтра при заданной допустимой дисперсии оценки, т. е. необходимо искать максимум величины χ .

В качестве примера на рис. 2 приведена расчетная зависимость величины χ для смешанного сглаживания следующего вида:

- 1) весовая функция для процесса $\omega(t) = 0,5 [1 + \cos(2\pi ft/N)]$;
- 2) соответствующее ей «линейное» спектральное «окно» $W(0) = 1$; $W(\pm 1) = 0,5$; $W(m \geq 2) = 0$;

3) весовая функция «квадратичного» сглаживания по частоте $V(0) = 1$; $V(\pm 1) = \alpha$; $V(m \geq 2) = 0$, где α — величина, изменяющаяся в пределах от нуля до единицы. Случай $\alpha = 0$ соответствует только линейному сглаживанию, а $\alpha = 1$ — энергетическому осреднению трех соседних линейно-сглаженных спектральных ординат. Расчет показывает, что с изменением параметров смешанного сглаживания возможно достижение некоторого оптимального сглаживания в заданном классе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Haubrich R. A. Earth noise, 5 to 500 millicycles per second.—“J. Geophys. Res.”, 1965, vol. 70, N 6, p. 1415—1427.
2. Tick L. J. Estimation of coherency.— In: Spectral Analysis of time Series. Harris B., ed. N.-Y., 1967, p. 133—152.
3. Sloane E. A. Comparison of linearly and quadratically modified spectral estimates of gaussian signals.—“IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics”, 1969, vol. AU-17, N 2, p. 133—137.
4. Blackman R. B., Tukey J. W. The measurement of power spectra from the point of view of communication engineering.—“Bell Syst. Techn. J.”, 1958, N 1—2, p. 185—569.
5. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., ФМ, 1962.

Поступило в редакцию 29 апреля 1971 г.;
окончательный вариант — 12 апреля 1977 г.

УДК 621.378 : 681.332 : 535.317

В. В. АРИСТОВ, Г. А. БАШКИНА, Ю. П. БОГЛАЕВ,
В. И. ГРИГОРЬЕВ, Р. Р. ПОНОМАРЕВА

(Москва)

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ УЛУЧШЕНИИ ИСКАЖЕННЫХ СВЕРТКОЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОПТИКО-ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Введение. Хорошо известно [1, с. 37], что если система, формирующая изображение, в ответ на входной импульсный сигнал $\delta(x - x_0, y - y_0)$ создает изображение с интенсивностью $h(x - x_0, y - y_0)$, то при предъявлении на вход такой системы сигнала $f(x, y)$ на выходе возникает изображение с интенсивностью $g(x, y)$, которая описывается уравнением свертки

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (1)$$

Такая ситуация встречается на практике при съемке расфокусированной или движущейся камерой, при съемке через турбулентную среду, при получении электронно-микроскопических изображений, при регистрации картин рентгеновской дифракции и в других случаях, и поэтому представляет большой интерес решение уравнения (1), т. е. восстановление по изображению — свертке $g(x, y)$ и ядру $h(x, y)$ — «идеального» изображения $f(x, y)$.

Задаче решения уравнения свертки в последнее время посвящено немало математических работ (см. библиографию в [2]). Ранняя идея решения состояла в делении

фурье-образа свертки

$$G(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp [i2\pi(xf_x + yf_y)] dx dy \quad (2)$$

на фурье-образ ядра $H(f_x, f_y)$ и нахождении от полученного отношения обратного преобразования Фурье

$$\hat{F}(f_x, f_y) = G(f_x, f_y) / H(f_x, f_y), \quad (3)$$

$$\hat{f}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}(f_x, f_y) \exp [-i2\pi(xf_x + yf_y)] df_x df_y. \quad (4)$$

Однако скоро выяснилось, что такой подход не дает хороших результатов, так как неизбежные во всяком эксперименте ошибки (даже небольшие) в определении g и h приводят к тому, что нули в числителе и знаменателе (3) не совпадают между собой и при делении G на H в окрестности нулей H возникают большие компоненты, сильно искажающие решение (4). Мощным методом ослабления этого явления явился метод регуляризации некорректных задач А. Н. Тихонова, использование которого приводит к следующей формуле для фурье-образа решения:

$$\hat{F}(f_x, f_y) = G(f_x, f_y) \frac{1}{H(f_x, f_y)} \frac{|H(f_x, f_y)|^2}{|H(f_x, f_y)|^2 + \alpha M(f_x, f_y)} = G(f_x, f_y) \Phi(f_x, f_y), \quad (5)$$

где α — параметр регуляризации, а $M(f_x, f_y)$ — некоторая, довольно произвольная функция [2, с. 107—111]. В частном случае, когда ошибка в измерении g создается стационарным случайным шумом, согласно винеровской теории минимизации среднеквадратической ошибки, регуляризирующий член αM равен отношению спектральных плотностей шума и решения [2, с. 138, 3].

Практическое решение задачи (1) можно осуществить на цифровых ЭВМ или аналоговым путем — на установках когерентной оптической фильтрации [1, с. 221]. Первый путь требует наличия высокоразрешающих и быстродействующих устройств ввода изображений в ЭВМ и вывода из нее и процессоров с большой памятью и высоким быстродействием (например, фотография размером 3×3 см при обычном разрешении 100 лин/мм содержит $9 \cdot 10^6$ элементов). Поэтому весьма привлекательным является второй, аналоговый способ, когда, благодаря свойству линзы выполнять преобразование Фурье над световой волной, уравнение свертки может быть решено практически мгновенно на недорогой оптической установке. На этом пути проблема сводится к должной реализации фильтрующей функции на некотором носителе. Были предложены различные голографические и машинные способы получения фильтров [4—6]. Голографические методы [4] трудны в осуществлении и не позволяют получить контролируемым образом фильтры с желаемой регуляризацией*, а сочетание голографии с использованием ЭВМ для расчета амплитудной компоненты [5] дает возможность ввести регуляризацию только для фильтров с осевой симметрией.

На наш взгляд, наиболее универсальным и простым способом реализации фильтров является метод Ломана [6], согласно которому рассчитанная на ЭВМ фильтрующая функция вычерчивается некоторым образом на машинном графопостроителе, а затем чертеж фотографически уменьшается до требуемых размеров. Синтезированные по Ломану фильтры использовались для решения свертки [7], но влияние регуляризации на восстановленное изображение до сих пор изучено не было.

Цель настоящей работы — экспериментальное изучение влияния регуляризации на решение задачи [1] методом оптической фильтрации с машинно-синтезированными фильтрами**.

Экспериментальные результаты. В нашей работе свертка была получена дефокусировкой. Исходный объект — текст из нескольких букв, показанный на рис. 1, а — фотографировался при когерентном освещении He-Ne лазером на стандартной двухлинзовой установке, обычно используемой для фильтрации, в плоскости, не совпадающей с плоскостью изображения. Полученное изображение — свертка $g(x, y)$ — показано на рис. 1, б. Видно, что оно, помимо размытия, характеризуется наличием сильного шума.

В этих же условиях была зарегистрирована функция рассеяния точки. Оптическая плотность была переведена в интенсивность с помощью специально измеренной для этой цели характеристической кривой фотоматериала. Полученная импульсная функция $h(x, y)$, имеющая осевую симметрию, показана на рис. 2.

* Несмотря на это, Дж. Строук с сотрудниками добились в ряде случаев хороших практических результатов.

** Аналогичная задача при голографическо-машинном получении фильтров рассматривалась в работе [5].

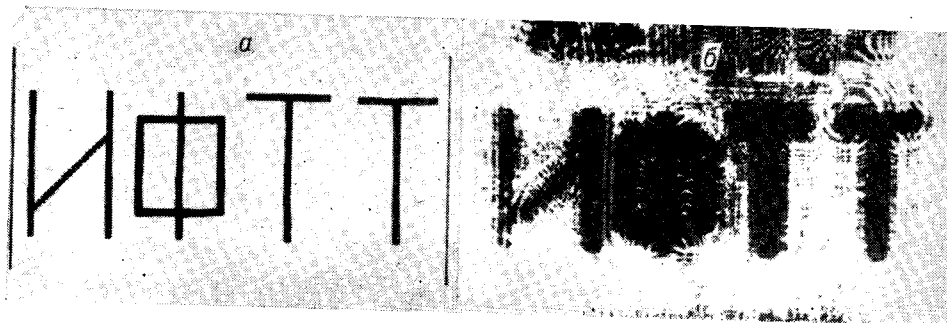


Рис. 1. Изображения: а — исходное, б — расфокусированное (свертка).

Фильтрующая функция была взята в виде

$$\Phi(f_x, f_y) = \frac{1}{H(f_x, f_y)} \frac{|H(f_x, f_y)|^2}{|H(f_x, f_y)|^2 + \alpha \sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \quad (6)$$

при четырех различных параметрах регуляризации в широком диапазоне $\alpha = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$. Она вычислялась на БЭСМ-6 с использованием преобразования Фурье — Бесселя и с помощью машинного графопостроителя вычерчивалась, согласно [6], в следующем виде (единице соответствовали черные области чертежа, нулю — белые):

$$\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \text{rect} \left[\frac{f_x - (m + P_{mn}) \delta_f}{c \delta_f} \right] \text{rect} \left[\frac{f_y - n \delta_f}{W_{mn} \delta_f} \right], \quad (7)$$

где

$$\text{rect} \left[\frac{z}{\Delta z} \right] = \begin{cases} 1, & \text{если } |z| \leq \Delta z/2; \\ 0, & \text{если } |z| > \Delta z/2; \end{cases} \quad (8)$$

$$W_{mn} = \frac{|\Phi(m \delta_f, n \delta_f)|}{\max_{m,n} |\Phi(m \delta_f, n \delta_f)|}; \quad (9)$$

$$P_{mn} = \frac{1}{2\pi} \arg \Phi(m \delta_f, n \delta_f). \quad (10)$$

Относительная ширина апертур была принята равной $c=0,5$; шаг ячейки $\delta_f=0,05 \text{ мм}^{-1}$ был выбран так, чтобы удовлетворить требованию теоремы отсчетов [1, с. 42] $\delta_f \leq 1/\Delta x$, где Δx — размер изображения, $\Delta x=15 \text{ мм}$, благодаря чему соседние дифракционные порядки в плоскости изображения не перекрывались; число ячеек в одном направлении $N=128$ (это обеспечивало полосу частот фильтра $\Delta f=N\delta_f=6,4 \text{ мм}^{-1}$ и разрешение в восстанавливаемом изображении $\delta_x=1/\Delta f=0,156 \text{ мм}$).

Вычерченные в большом масштабе чертежи фильтра фотографировались (за 1 ступень, с получением негатива) с уменьшением до натуральных размеров $2 \times 2 \text{ мм}$, поскольку натуральный размер фильтра $\Delta u = \Delta v$ связан с полосой частот Δf , длиной волны света, используемого для восстановления изображения, λ и фокусным расстоянием линзы f , формирующей фурье-образ, соотношением

$$\Delta u = \Delta v = \lambda f \Delta f \quad (11)$$

(были использованы $\lambda=0,6328 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ и $f=500 \text{ мм}$). Полученные фильтры показаны в увеличенном виде на рис. 3.

Для оптической фильтрации использовалась стандартная схема (рис. 4) с He-Ne лазером ЛГ-36А и линзами L_1 и L_2 с $f=500 \text{ мм}$.

Фотографированные восстановленные изображения, возникающие в 1-м порядке дифракции при последовательном использовании всех синтезированных фильтров, показаны на рис. 5.

Обсуждение результатов. Из рис. 5 видно, что при слишком малых параметрах регуляризации ($\alpha=10^{-5}, \alpha=10^{-4}$) в восстановленном изображении хотя и возникает первоначальный текст (см. рис. 1, а), он окружен со всех сторон шумом высокой интенсивности, сильно искажающим картину (восстановленное изображение выглядит как контурное по отношению к рис. 1, а). При увеличении параметра регуляризации до некоторого оптимального значения ($\alpha=10^{-3}$) шум в восстановленном изображении ослабляется, а размытие устраняется все еще эффективно и благодаря этому восстановленное

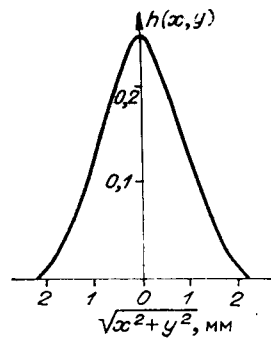


Рис. 2. Функция рассеяния точки (ядро свертки).

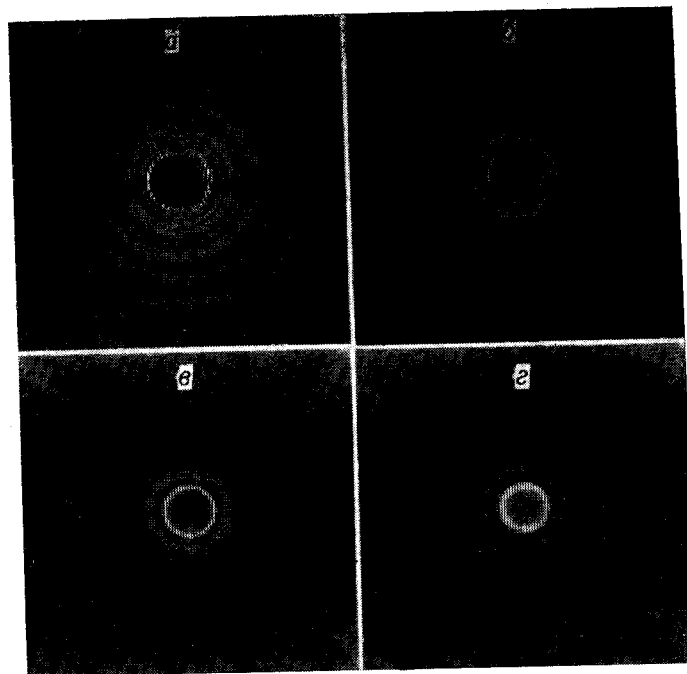


Рис. 3. Фильтры (позитивы увеличены) с параметрами регуляризации:

$a - \alpha = 10^{-5}$, $б - \alpha = 10^{-4}$, $в - \alpha = 10^{-3}$, $г - \alpha = 10^{-2}$.

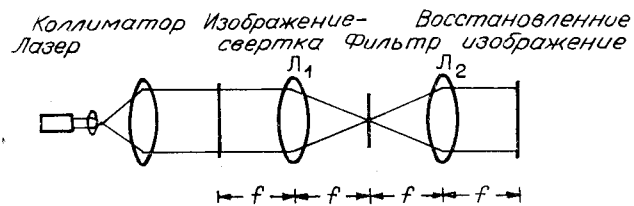


Рис. 4. Установка для оптической фильтрации.



Рис. 5. Восстановленные изображения (увеличены) при использовании фильтров с параметрами регуляризации:
 $a - \alpha = 10^{-5}$, $б - \alpha = 10^{-4}$, $в - \alpha = 10^{-3}$, $г - \alpha = 10^{-2}$.

изображение выглядит значительно лучше, чем свертка рис. 1, б. При дальнейшем возрастании параметра регуляризации ($\alpha = 10^{-2}$) восстановленное изображение уже оказывается размытым, так как фильтр не пропускает чрезмерно низкие частоты.

Таким образом, полученные результаты показывают, что восстановленное изображение существенно зависит от принятого значения параметра регуляризации и поэтому при практическом решении свертки в изображениях необходимо теоретическое или экспериментальное обоснование его выбора.

Авторы выражают благодарность В. В. Бондарчуку за осуществление процедуры фотоуменьшения фильтров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М., «Мир», 1970.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., «Наука», 1974.
3. Helstrom C. W. Image restoration by the method of least squares.—“J. Opt. Soc. Amer.”, 1967, vol. 57, N 3, p. 297.
4. Stroke G. W. and Zech R. G. A posteriori image-correcting “deconvolution” by holographic Fourier-transform division.—“Phys. Lett.”, 1967, vol. 25A, N 2, p. 89; Stroke G. W. A new holographic method for a posteriori image-deblurring restoration of ordinary photographs using “extended-source” lensless Fourier-transform holography compensation.—“Phys. Lett.”, 1968, vol. 27A, N 7, p. 405; Stroke G. W. and Halioua M. A new holographic image deblurring method.—“Phys. Lett.”, 1970, vol. 33A, N 1, p. 3; Stroke G. W. and Halioua M. A new method for rapid realization of the high-resolution extended-range holographic image-deblurring filter.—“Phys. Lett.”, 1972, vol. 39A, N 4, p. 269.
5. Stroke G. W., Halioua M., Thon F. and Willasch D. Image improvement in high-resolution electron microscopy using holographic image deconvolution.—“Optik”, 1974, Bd 41,

- N 3, S. 319; **Stroke G. W., Halioua M. and Srinivasan V.** Holographic image-restoration using Fourier spectrum analysis of blurred photographs in computer-aided synthesis of Wiener filters.—“Phys. Lett.”, 1975, vol. 51A, N 7, p. 383.
6. **Brown B. R. and Lohmann A. W.** Complex spatial filtering with binary masks.—“Appl. Opt.”, 1966, vol. 5, N 6, p. 967; **Lohmann A. W. and Paris D. P.** Binary Fraunhofer holograms, generated by computer.—“Appl. Opt.”, 1967, vol. 6, N 10, p. 1739.
7. **Lohmann A. W. and Paris D. P.** Computer generated spatial filters for coherent optical data processing.—“Appl. Opt.”, 1968, vol. 7, N 4, p. 651; **Burge R. E. and Scott R. E.** Binary filters for high-resolution electron microscopy.—“Optik”, 1975, Bd 43, N 1, S. 53; **Friesem A. A. and Peri D.** Coherent optical image deblurring using computer generated holograms.—“Opt. Comm.”, 1976, vol. 19, N 3, p. 382.

Поступило в редакцию
12 июля 1977 г.

УДК 621.375.826

А. Н. БОНДАРЕНКО, Ю. М. КРИНИЦЫН

(Хабаровск)

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ He-Ne ЛАЗЕРА НА $\lambda=0,63$ мкм В РЕЖИМЕ КОНКУРЕНЦИИ ТИПОВ КОЛЕБАНИЙ

Конкуренция типов колебаний на $\lambda=0,63$ мкм изучалась экспериментально в работах [1, 2], а в [3] сообщались результаты предварительных исследований стабильности частоты двухчастотного He-Ne лазера на $\lambda=0,63$ мкм. Принцип стабилизации частоты заключается в разделении типов колебаний с последующим сравнением их интенсивностей и в поддержании постоянного соотношения между ними путем подстройки длины лазерного резонатора. В лазерах на $\lambda=3,39$ мкм разделение типов колебаний легко достигается применением анизотропных резонаторов [4], однако на $\lambda=0,63$ мкм в таких резонаторах не удается получить генерации из-за малого коэффициента усиления активной среды на этом переходе. Поэтому на $\lambda=0,63$ мкм для этих целей используется интерферометр Фабри — Перо (ИФП), устанавливаемый на выходе лазера [2, 3]. В этом случае для получения надежной стабилизации лазерной частоты необходимо стабилизировать и ИФП.

В описываемом в настоящей работе методе стабилизации частоты нет прямого сравнения интенсивностей типов колебаний; сигналы расстроек лазера и ИФП определяются из спектрального анализа электрических сигналов фотоприемника, установленного на выходе сканирующего ИФП. С этой целью резонансная частота $\nu_{\text{ИФП}}$ сканируется около частоты $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$ с амплитудой $(\nu_2 - \nu_1)/2$ (рис. 1):

$$\nu_{\text{ИФП}} = \nu_0 + [(\nu_2 - \nu_1) \sin \Omega t]/2, \quad (1)$$

где $(\nu_2 - \nu_1)/2 = C/(2L)$; C — скорость света; L — длина лазерного резонатора; ν_1, ν_2 — частоты типов колебаний. При этом на выходе ИФП наблюдаются пульсации интенсивности:

$$I = I_0 \left[\frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\pi l}{2L} (1 - \sin \Omega t)} + \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\pi l}{2L} (1 + \sin \Omega t)} \right], \quad (2)$$

где $F = 4R/(1-R)^2$; R — коэффициент отражения зеркал интерферометра; I_0 — интенсивность типов колебаний при их симметричной настройке относительно центра контура усиления лазера; l — расстояние между зеркалами ИФП. При расстройке лазерного резонатора изменяется соотношение интенсивностей типов колебаний вследствие конкуренции. Если это изменение линейно зависит от расстройки $\Delta \nu_{\text{л}}$ лазера (что подтверждалось экспериментально), то его можно учесть введением в формулу (2) вели-

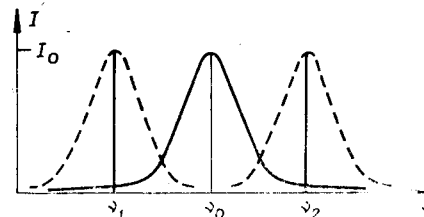


Рис. 1.