

3. Стаселько Д. И., Воронин В. Б., Смирнов А. Г. Голографический метод измерения функций пространственной когерентности.— «Опт. и спектр.», 1973, т. 34, вып. 3, с. 561.
4. Biedermann K. A function characterizing photographic film that directly relates to brightness of holographic images.— "Optik", 1968, Bd 28, N 2, S. 160.
5. Gabor D., Goss W. P. Interference microscope with total wavefront reconstruction.— JOSA, 1966, vol. 56, N 7, p. 849.
6. Стаселько Д. И., Стригун В. Л. О записи голограмм диффузно рассеивающих объектов при помощи лазера на органическом красителе.— «Опт. и спектр.», 1975, т. 39, вып. 1, с. 170.
7. Стаселько Д. И., Денисюк Ю. Н., Смирнов А. Г. О голографической регистрации картины временной когерентности цуга волн импульсного источника излучения.— «Опт. и спектр.», 1969, т. 26, вып. 3, с. 413.

Поступила в редакцию 24 июля 1978 г.

УДК 535.42 : 681.3

Т. П. КОСОБУРД, Ф. А. МАРКУС

(Горький)

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ АМПЛИТУДНЫХ И ФАЗОВЫХ СТРУКТУР И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ

В системы оптической обработки информации преобразуемые сигналы обычно вводятся в виде транспарантов либо с переменной прозрачностью, либо с переменной толщиной. Известно [1, 2], что поле на выходе из транспаранта, освещенного когерентным светом, самовоспроизводится в том случае, когда на транспаранте записан периодический сигнал; также было показано, что плоскости самовоспроизведения отстоят друг от друга на расстояниях $2L = 2\Lambda^2/\lambda$, где Λ — период записанного сигнала, а λ — длина волны света.

В настоящей работе получено распределение интенсивности в некоторых плоскостях, расположенных между плоскостями самовоспроизведения, наблюдающееся при просвечивании записей синусоидальных амплитудных и фазовых сигналов. Приведены результаты экспериментов и предложен способ определения параметров этих сигналов. Преимущество предлагаемого способа состоит в том, что параметры могут быть получены в той же оптической системе, которая используется для оптической обработки. Обычно для этой цели находится спектр исследуемого сигнала, но измерение спектра позволяет определить только средние характеристики записи сигнала.

Рассмотрим одномерную периодическую структуру $f(x)$ с периодом Λ . Функция $f(x)$ описывает либо изменение прозрачности транспаранта, либо изменение его толщины. Запись ограничена диафрагмой, расположенной в плоскости $z=0$ и имеющей прямоугольное отверстие длиной D . Если транспарант освещается плоской волной монохроматического света, то комплексная амплитуда волны на выходе модулирована функцией $f(x)$ либо по амплитуде, либо по фазе. Поле $S(x, 0)$ после транспаранта в пределах диафрагмы ($|x| \leq D/2$) запишется в виде

$$S(x, 0) = \begin{cases} Af(x) & \text{— для амплитудного сигнала,} \\ A \exp[if(x)] & \text{— для фазового сигнала,} \end{cases} \quad (1)$$

а для $|x| > D/2$ $S(x, 0)$ равно нулю (A — амплитуда падающей волны).

Дифракцию плоской волны на прозрачном экране можно представить как распространение набора плоских волн, сумма которых в плоскости $z=0$ дает заданную функцию $S(x, 0)$. Комплексная амплитуда этих волн определяется угловым или пространственным спектром функции $S(x, 0)$, который обозначим через $g(u)$. Направление распространения каждой плоской волны связано с частотой u соотношениями

$$k_x = u, \quad k_y = 0, \quad k_z = \sqrt{k^2 - u^2},$$

где k — волновое число плоской волны, просвечивающей структуру $f(x)$. Результирующее поле S в плоскости $z = \text{const}$

$$S(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) \exp(iux) \exp(iz\sqrt{k^2 - u^2}) du \quad (2)$$

представляет собой сумму полей бесконечного набора плоских волн, каждая из которых имеет амплитуду, равную $g(u)/2\pi$.

Для определения спектра $g(u)$ периодическую функцию $S(x, 0)$ в пределах диафрагмы представим с помощью ряда Фурье:

$$S(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp(imKx), \quad (3)$$

где $K = 2\pi/\Lambda$; a_m — коэффициенты Фурье. Тогда пространственный спектр $g(u)$ тоже представляется в виде бесконечного ряда:

$$g(u) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \frac{\sin(Km - u) \frac{D}{2}}{(Km - u)}. \quad (4)$$

Подставим выражение (4) в (2) и изменим порядок интегрирования и суммирования:

$$S(x, z) = \frac{A}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(Km - u) \frac{D}{2}}{(Km - u)} \times \\ \times \exp(iux) \exp(iz\sqrt{k^2 - u^2}) du. \quad (5)$$

Рассмотрим поле $S(x, z)$ в приближении Гюйгенса — Френеля [3], т. е. разложим величину $\sqrt{k^2 - u^2}$ в степенной ряд и ограничимся двумя первыми членами разложения. Это приближение справедливо при выполнении условия $u \ll k$, т. е. когда поле на объекте можно представить, учитывая только конечное число плоских волн в разложении (2). Тогда $S(x, z)$ будет иметь следующий вид:

$$S(x, z) = \frac{A}{2\pi} \exp(ikz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(Km - u) \frac{D}{2}}{(Km - u)} \times \\ \times \exp(iux) \exp\left(-i \frac{zu^2}{2k}\right) du. \quad (6)$$

Произведем замену переменного $y = (Km - u) \frac{D}{2}$ в выражении (6) и вынесем из-под знака интеграла множители, не зависящие от y :

$$S(x, z) = \frac{AD}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp\left(ikz + imKx - i \frac{K^2 m^2 z}{2k}\right) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin y}{y} \exp i \left[- \left(\frac{2x}{D} - \frac{2Kmz}{kD} \right) y - \frac{2z}{D^2 k} y^2 \right] dy. \quad (7)$$

Оценим значения интегралов для нескольких членов ряда (7), предположив, что первый множитель $(\sin y/y)$ под знаком интеграла быстро меняется по сравнению со вторым, экспоненциальным множителем, что справедливо при

$$x \ll D/2, z \ll D^2/\lambda, m \ll D\lambda/(z\lambda). \quad (8)$$

В этом случае интегралы можно считать независимыми от x и z и равными π .

Если функция $S(x, 0)$ такова, что в представлении ее рядом Фурье (3) существенное значение имеют только те члены ряда, для которых последнее условие (8) выполнено, поле в плоскости $z = \text{const}$ можно записать в виде

$$S_1(x, z) = B \sum_{-m_{\max}}^{m_{\max}} a_m \exp(iKmx) \left(-i \frac{K^2 m^2 z}{2k} \right); \quad B = \frac{AD}{4\pi} \exp(ikz). \quad (9)$$

Функция $S_1(x, z)$ мало отличается от точного выражения для поля в плоскости при условии малости среднеквадратичной погрешности, возникающей при представлении функции $S(x, 0)$ ограниченным рядом $S_1(x, 0)$, имеющим вид

$$S_1(x, 0) = \sum_{-m_{\max}}^{m_{\max}} a_m \exp(imKx).$$

Погрешность будет равна

$$\Delta = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} [S(x, 0) - S_1(x, 0)]^2 dx.$$

Величина Δ зависит от параметров сигнала, и она тем меньше, чем быстрее убывают коэффициенты a_m , т. е. чем более плавной является функция $S(x, 0)$.

Последнее из условий (8) можно рассматривать как ограничение расстояния, на котором справедливо используемое приближение. Перепишем это неравенство по-другому, введя число периодов N функции $S(x, 0)$, укладываемых в отверстие D , и волновой параметр p :

$$p = \Lambda^2/z\lambda \gg m_{\max}/N.$$

Отсюда следует, что при достаточно больших N , когда $N \gg m_{\max}$, этому неравенству удовлетворяет, в частности, волновой параметр, равный единице. Следовательно, плоскость z находится в области дифракции Френеля относительно периода структуры Λ . Из новой записи последнего неравенства условия (8) $z \ll D^2/(\lambda N m_{\max})$ следует, что оно является более жестким по сравнению со вторым, означающим, что наблюдение поля ведется в области геометрической оптики относительно размера диафрагмы D .

Из (9) видно, что $S_1(x, z)$ с точностью до фазового множителя B — периодическая функция переменной z с периодом $2L = 4\pi k/K^2 = 2\Lambda^2/\lambda$. Особенно простой вид поле приобретает в некоторых избранных плоскостях, а также в случае объектов специального вида. В плоскостях с координатами $z_\mu = 2\mu L$, где μ — целое положительное число, $\exp(-iK^2 m^2 z/2k)$ в выражении (9) обращается в единицу для всех m . Тогда с точностью до постоянного множителя $S_1(x, z_\mu) = S(x, 0)$, т. е. происходит полное восстановление исходного объекта. В плоскостях с координатами $z = (2\mu + 1)L$ этот множитель равен единице для m четных и -1 для нечетных, что эквивалентно восстановлению функции $S(x, 0)$, сдвинутой по оси x на величину $\Lambda/2$.

Для остальных плоскостей решение поставленной задачи может быть детально исследовано в том случае, когда просвечивается синусоидальная амплитудная или фазовая структура. Пусть прозрачность транспаранта изменяется таким образом, что поле в плоскости $z=0$

$$S(x, 0) = A(a + b \cos Kx).$$

В произвольной плоскости $z = \text{const}$, используя выражение (9), получим

$$S(x, z) = B[a + b \cos(Kx) \exp(-iK^2 z/2k)].$$

Очевидно, что в плоскостях с координатами $z = z_\mu = 2\mu L$ происходит полное восстановление поля, а в плоскостях с координатами $z = \mu(2L+1)$ — восстановление со сдвигом на полпериода. Распределение интенсивности в плоскостях самовоспроизведения описывается выражением

$$I(x, z) = |B|^2 [a^2 + 2ab \cos Kx + b^2 \cos^2 Kx].$$

В случае когда $b \ll a$, глубина модуляции интенсивности равна $2b/a$. Определив положение плоскостей самовоспроизведения, можно измерить величину $L = \Lambda^2/\lambda$ и вычислить период структуры:

$$\Lambda = \sqrt{L\lambda}. \quad (10)$$

Глубину модуляции удобнее находить в плоскостях с координатами $z = L(\mu + 1/2)$, где интенсивность имеет вид

$$I = |B|^2 (a^2 + b^2 \sin^2 Kx),$$

т. е. меняется всегда с удвоенной частотой по сравнению с частотой изучаемого сигнала. Запись такой интенсивности на самописце позволяет определить глубину амплитудной модуляции b/a . Можно записать интенсивность и в произвольной плоскости:

$$I(x, z) = |B|^2 [a^2 + 2ab \cos(Kx) \cos(K^2 z/(2k)) + b^2 \cos^2(Kx)].$$

Рассмотрим восстановление синусоидального фазового рельефа, для которого $f(x) = H + h \cos(Kx)$. Если этот рельеф просветить плоской волной, то поле в плоскости $z=0$ будет иметь вид $S(x, 0) = A \exp[ik(n-1)f(x)]$. Коэффициенты ряда Фурье a_m для такой функции равны $[4] i^m I_m(\nu)$, где $I_m(\nu)$ — функция Бесселя, а $\nu = hk(n-1)$ — глубина модуляции фазы, т. е. разность максимального и минимального набегов фазы, приобретаемых плоской волной после прохождения через пленку с записью фазового рельефа. Выражение (9) для этого случая запишется в виде

$$S(x, z) = B_1 \sum_{-m_{\max}}^{m_{\max}} i^m I_m(\nu) \exp(imKx) \exp\left(-iz \frac{K^2 m^2}{2k}\right), \quad (11)$$

где $B_1 = B \exp[ik(n-1)H]$.

При значении $z_\mu = 2\mu L$, где μ — целое число, имеем

$$S(x, z_\mu) = B_1 \sum_{-m_{\max}}^{m_{\max}} i^m I_m(\nu) \exp(imKx) \exp(-i\mu m^2 2\pi) \simeq B_1 \exp[iv \cos(Kx)].$$

Следовательно, в этих плоскостях интенсивность $I = \text{const}$. При значениях $z = (2\mu + 1)L$ с помощью несложных вычислений также можно получить, что $I = \text{const}$. Выражению для поля $S(x, z)$ (11) можно придать компактную форму в плоскостях визуализации с координатами $z_\mu =$

$= (\mu + \frac{1}{2})L$, расположенных между плоскостями самовоспроизведения, в которых интенсивность постоянна при просвечивании записей фазовых сигналов. Для этого нужно подставить z_μ^* в (11) и отделить члены ряда с четными и нечетными индексами. Тогда сумма членов ряда с четными индексами равна $\cos[v \cos(Kx)]$ [4], а с нечетными — $(-1)^\mu \sin[v \cos(Kx)]$ и поле запишется в виде

$$S(x, z_\mu^*) = B_1 \{ \cos[v \cos(Kx)] + (-1)^\mu \sin[v \cos(Kx)] \}.$$

Отсюда можно получить выражение для относительной интенсивности

$$I(x, z_\mu^*) = 1 + (-1)^\mu \sin[2v \cos(Kx)]. \quad (12)$$

Плоскости с таким распределением интенсивности легко находятся. Они расположены на равных расстояниях от двух соседних плоскостей с равномерной освещенностью. Из выражения (12) следует, что, зная функцию $I(x, z_\mu^*)$ (например, записав ее с помощью самописца), можно определить глубину модуляции фазы поля v , а следовательно, и параметр рельефа h . Представим величину v в виде

$$v = l\pi/4 + v', \quad (13)$$

где l — целое число, а $v' < \pi/4$. Тогда

$$I(x, z_\mu^*) = 1 + (-1)^\mu \sin[(l\pi/4 + v') \cos Kx]. \quad (14)$$

Рассмотрим изменение функции $I(x, z_\mu^*)$ на четверти периода аргумента x . В то время как $\cos Kx$ меняется от 1 до 0, интенсивность $l+1$ раз проходит через средний уровень и принимает экстремальные значения, равные нулю или двум. Таким образом, определив число экстремумов и переходов через средний уровень на четверти периода, а затем уменьшив его на единицу, найдем l . При определении величины v' учтем, что при $v' \neq 0$ на отрезке длиной в четверть периода появляется дополнительный экстремум, где функция $I(x, z_\mu^*)$ принимает значение, отличное от нуля и двух (по этому признаку его легко отличить от остальных экстремумов). Величина этого экстремума однозначно связана с величиной v' выражением (14) для относительной интенсивности.

Поясним метод определения глубины модуляции с помощью примера. На рис. 1 изображены функции $2v \cos Kx$ и $I(x, z_\mu^*)$ для значений $\mu=0$ и $v=5\pi/4 + \pi/6$. Из рисунка видно, что на четверти периода интенсивность 3 раза переходит через средний уровень и имеет 3 экстремума ($I=0$ или $I=2$). Таким образом, общее число экстремумов и переходов через средний уровень равно 6, следовательно $l=5$. Величина v' определя-

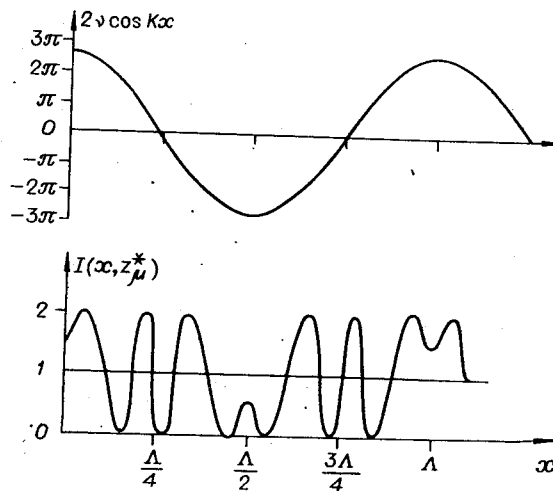


Рис. 1. Форма фазового рельефа и теоретически полученная зависимость относительной интенсивности от координаты в плоскости визуализации этого рельефа $v=17\pi/12$.

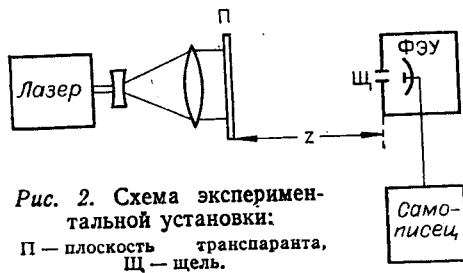


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:
 П — плоскость транспаранта,
 Щ — щель.

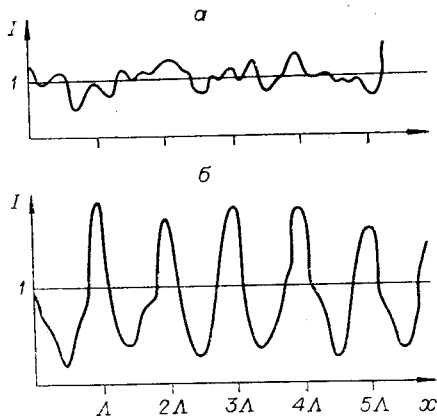


Рис. 3. Экспериментально полученное распределение интенсивности в плоскостях самовоспроизведения (а) и визуализации (б) фазового сигнала.

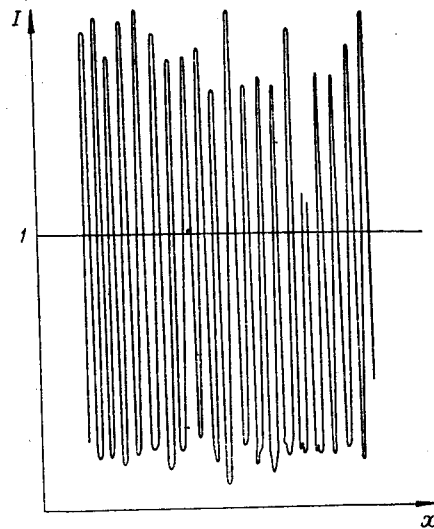


Рис. 4. Экспериментально полученное распределение интенсивности в плоскости визуализации синусоидального фазового сигнала.

ется по значению интенсивности в дополнительном экстремуме, где $I=1/2$ для рассматриваемого примера. Используя выражение (14), имеем

$$I = 1 - \sin(5\pi/2 + 2\nu') = 1 - \cos 2\nu' = 1/2,$$

откуда

$$\nu' = \pi/6; \nu = 5\pi/4 + \pi/6 = 17\pi/12.$$

Полученные результаты были проверены на опыте, в котором объектом дифракции служили синусоидальные фазовые рельефы, созданные на термопластической пленке. Эксперименты проводились по схеме рис. 2. На рис. 3 приведены примеры распределений интенсивности для одного из сигналов, записанные в плоскостях самовоспроизведения (а) и визуализации (б). Эксперимент показал, что плоскости самовоспроизведения располагаются вдоль оси z с периодом $L = \Lambda^2/\lambda = 40$ см ($\Lambda = 0,5$ мм, $\lambda = 0,63$ мкм). Величина Λ для контроля определялась спектральным методом. По распределению интенсивности в плоскости визуализации (см. рис. 3, б) находилась глубина модуляции фазы поля. Поскольку на четверти периода нет экстремумов, равных нулю и двум, а есть только один переход через средний уровень, величина I , входящая в (13), равна нулю. Определение величины ν из выражения (14) дает $\pi/12$. Так как $\lambda = 0,63$ мкм, а показатель преломления термопластика $n = 1,5$, такому ν соответствует глубина рельефа $h = 0,1$ мкм. Этот результат согласуется со значением h , полученным интерференционным методом. Отклонение формы $I(x, z_\mu^*)$ от синусоидальной (см. рис. 3, б) связано как с дефектами самого рельефа, так и с неточностью настройки на нужную плоскость при записи кривой $I(x, z_\mu^*)$ с помощью самописца.

На рис. 4 представлено распределение интенсивности в плоскости визуализации для сигнала с большей частотой и такой же глубиной

модуляции. Из рисунка можно сделать вывод, что сигнал записан на термoplastике с меньшими искажениями по сравнению с предыдущим случаем.

В заключение отметим, что предлагаемый способ визуализации периодических сигналов свободен от ряда недостатков, свойственных теневым методам. При использовании теневых методов неизбежно возникают искажения сигналов, связанные с абберациями линз, с дифракцией на линзах и экранах, расположенных между транспарантом и плоскостью наблюдения. Отсутствие этих элементов в предлагаемом методе облегчает настройку схемы и позволяет избежать дополнительных искажений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hiedemann E. A. and Breazeale M. A. Secondary interference in the Fresnel zone of gratings.— JOSA, 1959, vol. 49, N 4, p. 372.
2. Денисюк Ю. Н., Рамишвили Н. М., Чавчанидзе В. В. О возможности получения пространственных изображений двумерных объектов без помощи линз и голографии.— «Опт. и спектр.», 1971, т. 30, № 6, с. 1130.
3. Зверев В. А. Радиооптика. М., «Сов. радио», 1975.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблица интегралов. М., Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию 19 мая 1977 г.;
окончательный вариант — 18 июня 1978 г.

УДК 535.36 : 535.334

Л. Я. ГЕМБОМ, И. В. КАМЕНЕВ, **М. Б. КУДРЯВЦЕВ**

(Новосибирск)

ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ ДВУХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПУЧКОВ КОГЕРЕНТНОГО СВЕТА НА БИОЛОГИЧЕСКОЙ КЛЕТКЕ

В последнее время в практике автоматизированных исследований живой биологической клетки значительное распространение получили лазерные доплеровские измерители скорости (ЛДИС) [1], использующие два и более пересекающихся пучков лазерного света.

Известно, что информацию о свойствах рассеивателя света несет как доплеровская частота [2], так и амплитуда и фаза рассеянного света [3]. Настоящая статья посвящена анализу амплитуды доплеровского сигнала с целью выявления зависимости ее величины от размера и показателя преломления биологических клеток. Определение данной зависимости позволило бы расширить круг измеряемых параметров светорассеивающих микрочастиц при одном и том же количестве экспериментов, а также статистически учитывать взаимосвязь параметров.

Биологическую клетку можно рассматривать как сферу, оптические свойства которой слабо отличаются от оптических свойств окружающей среды, а размер $d \gg \lambda$, где λ — длина волны падающего на клетку света (модель «большой мягкой сферической частицы» [7]). Точное решение задачи рассеяния света в приближении сферических частиц дается теорией Ми. В работах [4, 5] показывается, что для диапазона изменения параметров рассеивающей системы, характерного для «больших мягких сферических частиц», могут быть найдены значительные упрощения гро-