

ГЕНЕРАЦИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

УДК 621.375.325

А. П. КОЛЬЧЕНКО, А. Г. НИКИТЕНКО, Ю. В. ТРОИЦКИЙ
(Новосибирск)

РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЗЕРКАЛАМИ, ИМЕЮЩИМИ ОБЛАСТЬ ПОВЫШЕННОГО ПРОПУСКАНИЯ

Световые пучки, создаваемые лазерами, обычно близки к гауссовым. Однако для многих применений необходимо «негауссово» распределение интенсивности в сечении пучка. Примером этому являются различные голографические системы, в которых чаще всего необходимо получить равномерное освещение голограммы или объекта при минимальном световом потоке за границами голограммы. В работах [1, 2] было экспериментально показано, что использование в He-Ne-лазере эквивалентного выходного зеркала с неоднородным пропусканием позволяет получать заданный профиль интенсивности на выходе лазера почти без потери его мощности.

В общем случае выходная мощность лазера уменьшается при замене однородных зеркал резонатора на неоднородные, так как неоднородность зеркала вызывает появление дополнительных дифракционных потерь. Поэтому для оценки потенциальных возможностей указанного метода важно знать, при каких параметрах неоднородности добавочные потери начинают существенно влиять на мощность лазера. В этой связи возникает задача расчета характеристик резонатора с зеркалами, имеющими «ступенчатую» неоднородность коэффициента пропускания.

Представляет интерес найти не только распределение поля на зеркалах такого резонатора и полные потери в нем за проход δ , но и соотношение между долей энергии δ' , выходящей из резонатора в пределах неоднородной части зеркала (считаем, что разница в коэффициентах отражения разных частей зеркала связана с различием соответствующих коэффициентов пропускания), и дифракционными потерями δ'' , возникающими из-за неоднородности и ограниченности внешней апертуры зеркала ($\delta = \delta' + \delta''$). Поскольку δ' характеризует «полезную» мощность лазера, то имеет смысл ввести величину КПД резонатора $\eta = \delta' / (\delta' + \delta'')$.

В работе [3] была получена простая формула для η . Однако она справедлива, по-видимому, лишь для случая малого размера неоднородности или малой разницы в коэффициентах пропускания двух областей зеркала. Между тем важно иметь представление о поведении поля, потерь и КПД в более широкой области параметров.

В настоящей работе мы приводим * результаты численного решения задачи для конфокального резонатора с одинаковыми цилиндриче-

* Работа докладывалась на I Всесоюзной конференции «Оптика лазеров» [4].

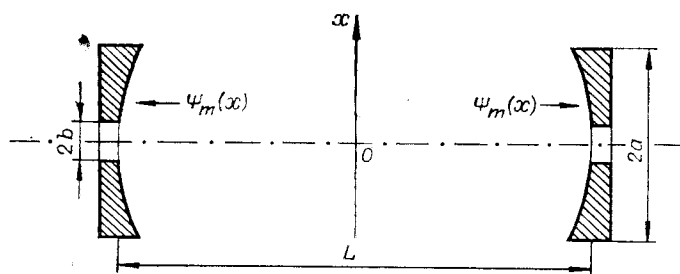


Рис. 1. Схема резонатора с неоднородными зеркалами.

скими зеркалами бесконечной длины (рис. 1). С целью получения П-образного профиля интенсивности коэффициент пропускания зеркал выбирался в виде

$$T(x) = \begin{cases} T_0, & |x| \leq b; \\ T_1, & b < |x| \leq a. \end{cases} \quad (1)$$

Принятая модель двумерного резонатора позволяет получить качественно правильное представление о зависимости поля, потерь и КПД от параметров неоднородности b , T_0 . В то же время она не представляет особых трудностей для численного анализа. Обобщение задачи на трехмерный случай и с учетом активной среды составит предмет особого сообщения.

Уравнение, описывающее собственные моды $\Psi_m(x)$ резонатора с пропусканием зеркал в виде (1), имеет вид

$$\sigma_m \Psi_m(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{+a} e^{-ixy} \sqrt{1-T(y)} \Psi_m(y) dy. \quad (2)$$

Здесь величины x , a , b измерены в единицах $\omega = \sqrt{\lambda L}/2\pi$ и являются безразмерными; σ_m — собственные числа ($m=0,1 \dots$). Уравнение (2) решалось матричным методом [5] на БЭСМ-6 с использованием квадратурной формулы Симпсона (матрица 50×50). Для контроля вычислений рассматривался случай $T(x)=0$, при этом отличия наших результатов от известных [5] не наблюдалось. Были найдены σ_m и $\Psi_m(x)$ для $T_1=0$, $a=2$ и $a=2\sqrt{2}$; отношение b/a менялось от 0,1 до 0,8, а T_0 — от 0 до 0,99. Полные потери за проход для m -й моды δ_m , «полезные» потери δ'_m , потери дифракционные δ''_m и КПД η_m вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} \delta_m &= \delta'_m + \delta''_m = 1 - |\sigma_m|^2; & \eta_m &= \delta'_m / \delta_m; \\ \delta'_m &= \int_{-a}^{+a} T(x) |\Psi_m(x)|^2 dx; & \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_m(x)|^2 dx &= 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Результаты расчета для основной моды $\Psi_0(x)$ при $a=2$, $b=0,4$ представлены на рис. 2—4.

На рис. 2 показана зависимость $\Psi_0(x)$ для нескольких значений T_0 . С увеличением T_0 происходит «сужение» $\Psi_0(x)$ (кривая 2) и появляются «узлы» моды в пределах зеркала. Однако в области неоднородности ($|x| \leq b$) графики $\Psi_0(x)$ для заданных T_0 слабо отличаются друг от друга и от гауссовой кривой (штриховая линия на рис. 2), которая изображает $\Psi_0(x)$ в случае $b=0$ и $a \rightarrow \infty$. Соответственно этому

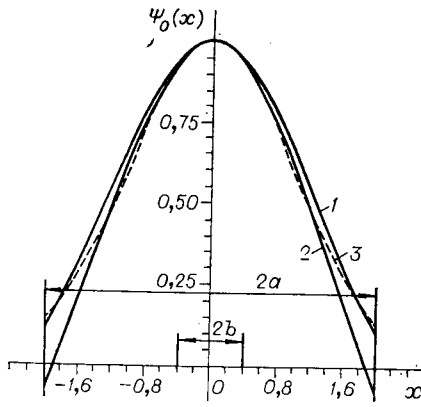


Рис. 2. Форма поля основной моды $\Psi_0(x)$ на зеркале при $T_1=0$, $a=2$, $b=0,4$:
1 — $T_0=0$ и $T_0=0,02$; 2 — $T_0=0,99$; 3 — поле гауссовой моды $\Psi_0^{(0)}(x) \sim \exp(-x^2/2)$.

и распределение интенсивности $I_0(x)$ поля моды $\Psi_0(x)$ на выходе мало меняется при изменении T_0 от 0,02 до 0,99 (см. рис. 3), и поэтому с хорошей точностью ($\sim 1\%$) оно будет описываться выражением

$$I_0(x) \sim \begin{cases} \exp(-x^2), & |x| < b; \\ 0, & b \leq |x| \leq a. \end{cases}$$

Отличие (4) от П-образного распределения для $b=0,4$ не превышает 15%.

Кривые 1—4 на рис. 4 иллюстрируют зависимость потерь и КПД для основной моды от T_0 при $a=2$ и $b=0,4$, кривая 5 на том же рисунке — общие потери δ_1 для первой несимметричной моды $\Psi_1(x)$. Как видно из графика, дифракционные потери (кривая 3) при малых T_0 незначительны. Они растут с увеличением T_0 и при $T_0 \geq 0,9$ имеют примерно такую же величину, как и «полезные» потери δ_0 . Причина роста δ_0 состоит в том, что с увеличением глубины «ступеньки» в $T(x)$ увеличивается «диффузия» поля из центральной области зеркала (область неоднородности $|x| \leq b$) к периферии из-за дифракции на неоднородности.

На рис. 4 отмечены два значения пропускания в неоднородности (T' и T''), определяемые условиями:

$$\delta_0'(T') = \delta_0''(T'); \quad \delta_0(T'') = \delta_1(T''), \quad (5)$$

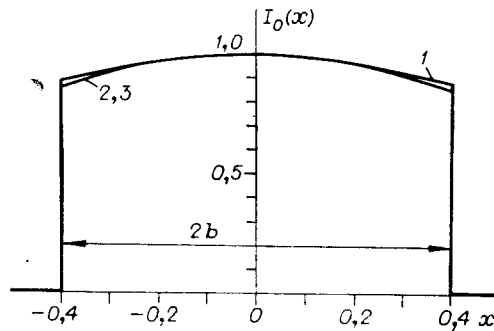
причем в качестве T' берется меньший корень первого уравнения. При $T_0 < T''$ минимальными потерями обладает мода $\Psi_0(x)$, а при $T > T''$ — мода $\Psi_1(x)$. В то же время $\eta_0(T_0)$ достигает высоких значений ($\eta > 0,5$), если $T_0 > T'$. Отсюда следует, что для получения максимальных КПД и подавления высших мод T_0 нужно выбирать из условия

$$T' < T_0 < T''. \quad (6)$$

Теоретически всегда будет существовать область пропускания T_0 , в которой $\delta_0 < \delta_m (m \neq 0)$. Однако верхняя граница T'' этой области сильно уменьшается с увеличением a и b/a . Так, например, для $a=2$ имеем $T''=0,38$ при $b=0,2$ и $T''=0,156$ при $b=0,8$. Для $a=2\sqrt{2}$ и $b=0,282$ получается $T'' \leq 0,01$.

По поводу зависимости η_0 от T_0 (кривая 4 на рис. 4) отметим следующее. Сначала

Рис. 3. Распределение интенсивности поля основной моды по сечению выходного пучка (в плоскости зеркала):
1 — $T_1=0$, $a=2$, $b=0,4$, $T_0=0,02$; 2 — $T_1=0$, $a=2$, $b=0,4$, $T_0=0,99$; 3 — $a \rightarrow \infty$, $b=0$.



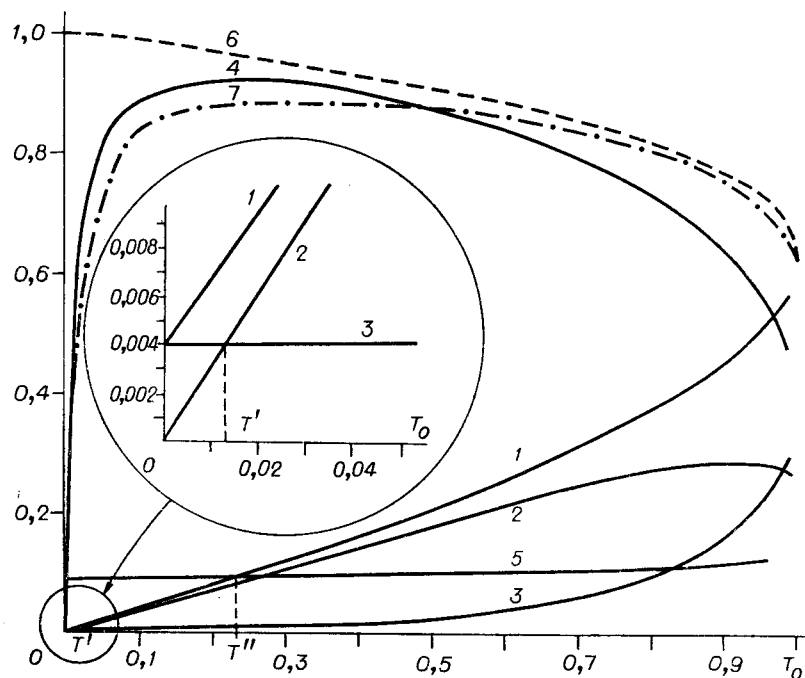


Рис. 4. Зависимость потерь и КПД от пропускания в неоднородности при $T_1=0$, $a=2$, $b=0,4$:

1 — δ_0 ; 2 — δ'_0 ; 3 — δ''_0 ; 4 — η_0 ; 5 — δ_1 ; 6 — КПД $\eta_0(T_0)$, рассчитанный по формуле (19) из [3]; 7 — КПД $\eta_0(T_0)$, рассчитанный по формуле (7) настоящей работы.

$\eta_0(T_0)$ быстро растет, выходит на максимум $\eta_0 \cong 0,92$, который слабо выражен и расположен при $T_0 \cong 0,22$, и затем медленно спадает примерно до $\eta_0 \cong 0,5$.

Кривая 6 на рис. 4 изображает зависимость КПД основной моды гауссового пучка, рассчитанную по формуле (19) из работы [3] для $a=2$, $b=0,4$, $T_1=0$ и $\Psi_0(x) = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(-x^2/2)$, и приведена для сравнения с нашими результатами. Эта формула получена в приближении заданного поля без учета дифракционных потерь на краях зеркала. Как видно из рисунка, для нее имеется лишь качественное согласие с результатами нашего численного счета (сравни с кривой 4) в области $T_0 \gg T'$, а при $T_0 \cong T'$ она заведомо неприменима.

Действуя точно таким же образом, как и авторы [3], но с учетом дифракционных потерь для $\eta_m(T_0)$, можно получить более точное выражение

$$\eta_m(T_0) = \frac{\Delta_m T_0}{1 - [\Delta_m \sqrt{1-T_0} + \Delta'_m \sqrt{1-T_1}]^2}. \quad (7)$$

Здесь

$$\Delta_m = 2 \int_0^b |\Psi_m^{(0)}(x)|^2 dx, \quad \Delta'_m = 2 \int_b^a |\Psi_m^{(0)}(x)|^2 dx,$$

где $\Psi_m^{(0)}(x)$ — невозмущенная мода. Кривая 7 на рис. 4 показывает зависимость $\eta_0(T_0)$, рассчитанную по формуле (7) при $a=2$, $b=0,4$ и $T_1=0$, причем $\Psi_0^{(0)} = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(-x^2/2)$. Как и следовало ожидать, формула (7) дает лучшее согласие с численным расчетом: при $T_0 \leq T'$ кривые 4 и 7 для $\eta_0(T_0)$ совпадают с точностью $\cong 0,1\%$.

жно было бы иметь место уширение $\tau_0(x)$. В действительности же вид функции $\Psi_m(x)$ довольно сложным образом зависит от параметров задачи и здесь могут представиться самые различные случаи. Проиллюстрируем это на нескольких примерах.

В первом приближении теории возмущений для $\Psi_0(x)$ имеем

$$\Psi_0(x) \sim \Psi_0^{(0)}(x) - \varepsilon \sum_{m=1}^{\infty} c_{0,2m} \Psi_{2m}^{(0)}(x);$$

$$c_{0,2m} = \chi_{0,2m} \theta_{0,2m}; \quad \chi_{mn} = \int_{-b}^{+b} \Psi_m^{(0)}(x) \Psi_n^{(0)}(x) dx; \quad (8)$$

$$\varepsilon = (R_1 - R_0)/R_0; \quad R_0 = \sqrt{1 - T_0}; \quad R_1 = \sqrt{1 - T_1}; \quad \theta_{m,n} = \frac{\sigma_n^{(0)}}{\sigma_m^{(0)} - \sigma_n^{(0)}}.$$

Здесь $\sigma_m^{(0)}$, $\Psi_m^{(0)}(x)$ — собственные числа и моды уравнения (2) для однородных зеркал ($b=0$). Интерес представляют только такие случаи, когда $b \ll 1$ и $a \gg 1$ (соответствующие числа Френеля $N_b = b^2/\lambda L \ll 1$ и $N_a = a^2/\lambda L \gg 1$). Тогда в качестве $\Psi_m^{(0)}(x)$ можно взять функции параболического цилиндра [6]

$$\Psi_m^{(0)}(x) = \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^m m!}{\sqrt{m!}} \right)^{-1} H_m(x) \exp(-x^2/2) \quad (9)$$

и для $\chi_{0,2m}$ получить

$$\chi_{0,2m} = - (1/\sqrt{m}) \Psi_0^{(0)}(b) \Psi_{2m-1}^{(0)}(b). \quad (10)$$

Если $N_a < 1$, то коэффициенты $\theta_{0,2m}$ быстро убывают с увеличением m ($\chi_{0,2m}$ также убывают, но более медленно). Так, для $a=2$ ($N_a=0,637$) имеем следующие значения коэффициентов $\sigma_m^{(0)}$ и $\theta_{0,2m}$ первых пяти мод:

m	0	1	2	3	4
$\sigma_m^{(0)}$	0,99794	-0,72045	0,093957	-0,0033092	0,49771 · 10 ⁻⁵
$\theta_{0,2m}$		-0,41926	0,10394	-0,003305	0,49874 · 10 ⁻⁵

Следовательно, в этом случае качественно правильное представление о поведении $\Psi_0(x)$ в центре можно получить, удерживая в сумме (8) лишь первый член ряда, т. е. полагая

$$\Psi_0(x) \sim \Psi_0^{(0)}(x) - \varepsilon c_{0,2} \Psi_2^{(0)}(x) = \frac{1}{1+\gamma} [1 + \gamma(1-2x^2)] e^{-\frac{x^2}{2}},$$

$$\gamma = \frac{\varepsilon b}{\sqrt{\pi}} \frac{|\sigma_2^{(0)}|}{|\sigma_0^{(0)}| + |\sigma_2^{(0)}|} e^{-b^2}. \quad (11)$$

Вторая производная этой функции в нуле $\Psi_0''(0) = -[1 + 4\gamma/(1+\gamma)]$, тогда как для невозмущенной моды $\Psi_0^{(0)''}(0) = -1$. Отсюда следует, что при $T_0 > T_1$ ($\varepsilon > 0$) величина $\gamma > 0$ и $\Psi_0''(0) < \Psi_0^{(0)''}(0)$, т. е. $\Psi_0(x)$ имеет в центре более острый максимум, чем $\Psi_0^{(0)}(x)$, как это и было установлено числовым расчетом.

С увеличением a ситуация меняется. Так, например, для $a=3$ ($N_a=1,432$) и $T_1=0$ основной вклад в сумму (8) будет давать член с $m=2$ ($\theta_{0,4} \cong 21$, остальные $\theta_{0,m} < 1$), так что

$$\Psi_0(x) \sim \Psi_0^{(0)}(x) - \varepsilon c_{0,4} \Psi_4^{(0)}(x) = \frac{1}{1-\gamma} \left\{ 1 - \gamma \left[1 - \frac{16}{3} x^2 + 2x^4 \right] \right\} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right);$$

$$\Psi_0''(0) = -\left[1 - \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{32}{3} \right]; \quad \gamma = \frac{3\varepsilon b}{4\sqrt{\pi}} \frac{|\sigma_4^{(0)}|}{|\sigma_0^{(0)}| - |\sigma_4^{(0)}|} \left(1 - \frac{2}{3} b^2 \right) \exp(-b^2)$$

$$(\sigma_0^{(0)} \cong 1, \quad \sigma_4^{(0)} = 0,95401). \quad (12)$$

Отсюда следует, что при $T_0 > T_1$ и $\gamma < \gamma_{кр} = 3/32$ величина $\Psi_0''(0) < 0$ и $|\Psi_0''(0)| < |\Psi_0^{(0)''}(0)|$, т. е. функция $\Psi_0(x)$ имеет меньшую кривизну вблизи максимума, нежели $\Psi_0^{(0)}(x)$. Если $\gamma > \gamma_{кр}$, то в центре $\Psi_0(x)$ появляется провал.

Из этих примеров видно, что форма поля на зеркалах весьма сложным образом зависит от параметров неоднородного зеркала. Поэтому те представления, которые являются атрибутами задач с однородными зеркалами и основаны на гауссовых пучках, как наиболее компактных образованиях, оказываются неадекватными задачам с неоднородными зеркалами.

Таким образом, для рассмотренной выше конфигурации резонатора при не слишком больших апертурах зеркал ($N_a \ll 1$) и малых размерах неоднородности ($N_b \ll 1$) будет существовать область пропусканий T_0 , в которой основная мода имеет наименьшие потери по сравнению с другими модами, КПД для нее близок к единице, а форма распределения интенсивности в выходном пучке близка к П-образной и слабо зависит от T_0 . Это подтверждает перспективность использования зеркал с пропусканием, зависящим от координаты, для формирования «негауссовых» пучков. По сравнению со случаем простого диафрагмирования гауссова луча вне лазера этот метод не приводит к заметным потерям энергии светового потока. С другой стороны, в отличие от применения зеркал со сквозным отверстием ($T_0=1$) он имеет очевидные преимущества (большие КПД, возможность лучшего подавления высших мод), обусловленные наличием дополнительного параметра T_0 . Однако, как было установлено выше, полной свободы выбора параметров b и T_0 не существует. Весьма важный вывод работы состоит также в том, что появление высших мод в ряде случаев представляет не меньшую опасность, чем падение КПД. Это качественно подтверждает результаты эксперимента [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий Ю. В. Равномерное освещение при помощи газового лазера.— «Опт. и спектр», 1974, т. 37, вып. 5, с. 973—978.
2. Троицкий Ю. В. Неоднородный вывод энергии высших поперечных типов колебаний в газовом оптическом квантовом генераторе.— «Квант. электроника», 1974, т. 1, № 1, с. 124—128.
3. Абросимов Г. В., Королев Ф. А., Короленко П. В., Одинцов А. И., Саркаров Н. Э., Шарков В. Ф. Резонатор ОКГ с пространственно-неоднородным выводом энергии в режиме селекции одной моды.— ЖПС, 1976, т. 25, вып. 1, с. 52—58.
4. Кольченко А. П., Никитенко А. Г., Троицкий Ю. В. Расчет поля и дифракционных потерь в резонаторе с конфокальными зеркалами, имеющими амплитудную неоднородность.— В кн.: Тезисы докладов на I Всесоюзной конференции «Оптика лазеров» (Ленинград, 4—8 янв., 1977 г.). Л., изд. ГОИ им. В. С. Вавилова, 1976, с. 200—201.
5. Sunderson R. L., Streifer W. Comparison of laser mode calculations.— «Appl. Opt.», 1969, vol. 8, N 1, p. 131—136.
6. Комаров И. В., Пономарев Л. И., Славянов С. Ю. Сферондальные и кулоновские сфероидальные функции. М., «Наука», 1976.

Поступила в редакцию 1 июня 1978 г.