

МЕТОДЫ ОПТИЧЕСКИХ АНАЛОГОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

УДК 535.42 : 535.31 : 53.082.5

В. П. КОРОНКЕВИЧ, Б. Е. КРИВЕНКОВ, С. В. МИХЛЯЕВ,
Ю. В. ЧУГУЙ
(Новосибирск)

ОПТИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ОБЪЕМНЫХ ТЕЛАХ

Большинство изделий, подлежащих контролю оптическими методами, являются объемными. Определение геометрических параметров таких объектов по спектру [1] может приводить к трудностям, имеющим принципиальный характер [2, 3]. В связи с этим важно выяснить влияние на спектр объекта его протяженности вдоль оптической оси системы.

Известно, что для объемных тел не существует хорошо разработанной теории дифракции, подобно теории Кирхгофа для плоских объектов. Строгие решения дифракционной задачи (исходя из уравнений Максвелла) получены лишь для некоторых идеализированных объектов (идеально проводящая сфера, бесконечный цилиндр и т. п.) [4]. Но даже в этих случаях решения представляются в виде бесконечных рядов по специальным функциям, что практически исключает наглядную физическую интерпретацию дифракционных явлений.

По этой причине были предложены приближенные (эвристические) методы решения задачи [5]. Особый интерес представляет геометрическая теория дифракции Келлера [6]. Она позволяет записать дифрагированные волны в аналитическом виде, что особенно удобно для численных расчетов. Однако получающиеся при этом выражения имеют громоздкий вид, исключающий возможность их простой интерпретации.

Некоторые простейшие объемные конфигурации допускают расчет дифракционных картин Фраунгофера по формулам теории линейных оптических систем [7, 8]. Однако результаты расчетов в этом случае, за редким исключением [9], непредставимы в аналитическом виде, что в значительной степени затрудняет их практическое применение.

В настоящей работе исследована возможность применения оптико-геометрического метода для расчета дифракции света на объемных телах. Этот метод использует представления волновой и геометрической оптики и позволяет достаточно просто и физически наглядно оценить влияние объемности объекта на его дифракционную картину Фраунгофера. Подобный метод использовался ранее при решении частной задачи учета влияния размера апертуры объектива на пропускаемую им ширину полосы частот [10]. Однако непосредственное его применение для расчета спектров приводит к результатам, неадекватным картине дифракции на объемных телах. Ввиду этого нами предложен метод расчета, в лучшей степени учитывающий особенности дифракции света на объемных телах. Приведены примеры вычисления картины дифракции Фраунгофера на абсолютно поглощающих объектах постоянной толщины. Теоретические результаты подтверждены экспериментальными.

Анализ оптико-геометрического (ОГ) метода расчета. Изложим

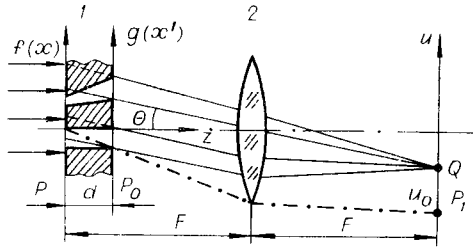


Рис. 1. Оптическое звено фурье-преобразования:

1 — абсолютно поглощающий объект постоянной толщины d (его сечение), 2 — объектив фурье-преобразования.

ности описываются бинарными функциями $f(x)$ и $g(x')$. Задача состоит в том, чтобы найти амплитудное распределение света, именуемое спектром, в фокальной плоскости P_1 объектива 2 при освещении объекта плоской монохроматической волной с длиной λ .

Для определения амплитуды поля в некоторой точке Q частотной плоскости P_1 рассмотрим в схеме на рис. 1 обратный ход лучей, заменив волну, сходящуюся в этой точке, на расходящуюся и распространяющуюся справа налево. Эта волна вначале преобразуется объективом в плоскую волну с наклоном $\Theta = u/F$ и затем модулируется задней гранью $g(x')$ в плоскости P_0 . Распространяясь далее до плоскости P , она взаимодействует с боковыми гранями объекта. Для поглощающего объекта с плоскими боковыми гранями это взаимодействие в геометрическом приближении эквивалентно модуляции входного распределения $f(x)$ распределением $g(x + \Theta d)^*$. Таким образом, амплитуда $F_{ог}(u)$ в точке Q определяется произведением функций $f(x)g(x + \Theta d)$. С учетом наклона освещающей волны

$$F_{ог}(u) = \int_{(P)} f(x) g(x + \Theta d) e^{-j \frac{kux}{F}} dx, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Полученное ОГ-приближение (1) лишь качественно верно описывает дифракцию Фраунгофера на объемных телах. Чтобы убедиться в этом, обратимся к схеме формирования изображений объектов, показанной на рис. 2. В соответствии с законами геометрической оптики в плоскостях P' и P'_0 формируются изображения передней и задней граней объекта. Выясним возможность получения этих изображений исходя из спектра (1).

Положим $g(x') = \text{const}$. Тогда из (1) следует, что

$$F_{ог}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j \frac{kux}{F}} dx \equiv \mathcal{F}\{f(x)\}.$$

Это согласуется с тем, что амплитудные распределения в плоскостях P и P_1 связаны преобразованием Фурье. Выполняя с помощью объектива 2 обратное преобразование Фурье в плоскости P' , получим, как и следовало ожидать, изображение передней грани объекта.

* Очевидно, что применение оптико-геометрического подхода справедливо в случае, когда приведенное ко входной плоскости истинное френелевское изображение задней грани объекта слабо отличается от исходного $g(x')$. Для этого необходимо, чтобы размер зоны Френеля $e = \sqrt{\lambda d}$ был намного меньше характерного размера D бинарной функции $g(x')$, т. е. $D \gg \sqrt{\lambda d}$.

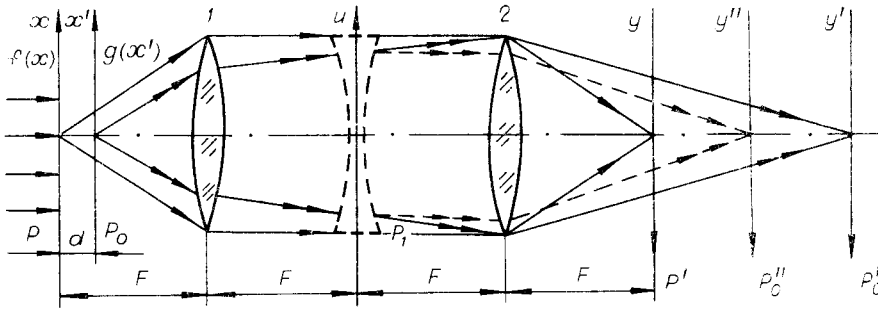


Рис. 2. Система формирования изображений:

P и P_0 — плоскости, соответствующие передней и задней границам объекта; P — частотная плоскость; P и P_0 — плоскости изображения, сопряженные с плоскостями P и P_0 ; P''_0 — плоскость изображения $g(x')$, получающаяся при ОГ-подходе.

Если теперь $f(x) = \text{const}$, то из (1) имеем

$$F_{\text{ОГ}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} g\left(x + \frac{ud}{F}\right) e^{-j\frac{hux}{F}} dx = e^{j\frac{hu^2d}{F^2}} \mathcal{F}\{g(x)\}.$$

Фазовый множитель в (3) эквивалентен действию цилиндрической линзы, помещенной в плоскости P_1 (на рис. 2 показана штриховой линией), с фокусным расстоянием $F_e = -F^2/2d$. Если предположить, что такая линза установлена в системе, то изображение задней грани объекта при обратном преобразовании Фурье получится в плоскости P''_0 , что противоречит представлениям геометрической оптики, согласно которой изображение задней грани должно получиться в P_0 . Это происходит потому, что фокусное расстояние эквивалентной линзы F_e в 2 раза меньше требуемого $\tilde{F}_e = -F^2/d$.

Таким образом, анализ показывает, что непосредственное применение ОГ-приближения для расчета спектров объемных тел может приводить к результатам, не согласующимся с представлениями геометрической оптики. Это вызывает необходимость уточнения такого подхода.

Рассмотрим теперь другие следствия, вытекающие из (1). Во-первых, это выражение описывает линейное пространственно-неинвариантное преобразование распределения амплитуд на передней грани объекта в оптической системе с импульсным откликом в ОГ-приближении:

$$h(x, u) = e^{-j(hux/F)} g(x + ud/F),$$

содержащее, наряду с фазовым множителем — обычным ядром Фурье, амплитудный множитель, эквивалентный действию фильтра, различного для разных точек u . Во-вторых, если функции $f(x)$ и $g(x')$ финитны, т. е. $f(x) = g(x') = 0$ при $|x|, |x'| \geq D$, где D — некоторое расстояние, то при $|u| \geq u_0 = 2DF/d$ интеграл (1) равен нулю. Граничную частоту u_0 , начиная с которой $F_{\text{ОГ}}(u) \equiv 0$, назовем частотой отсечки (см. рис. 1). Естественно, что этот параметр для положительных и отрицательных частот может быть различным в зависимости от вида объекта.

Рассмотрим пример расчета в ОГ-приближении дифракционной картины объемного тела в виде одномерной полуплоскости «толщиной» d (рис. 3, а). В дальнейшем такой объект будем называть объемным краем. В этом случае

$$f(x) = Y(x); \quad g(x') = Y(x'), \quad (2)$$

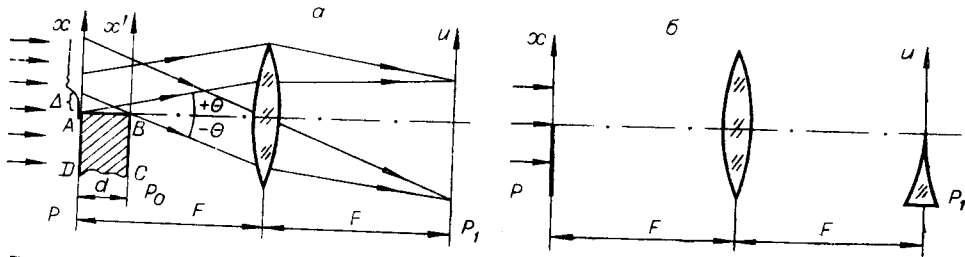


Рис. 3. Схема формирования спектра объемного края в ОГ-приближении (а) и ее эквивалентная модель (б).

где $Y(x)$ — ступенчатая функция:

$$Y(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Если теперь выражение (2) подставить в (1), то для спектра объемного края получим

$$F_{\text{ОГ}}(u) = \begin{cases} \mathcal{F}\{Y(x)\} & \text{при } u > 0; \\ \mathcal{F}\{Y(x)\} e^{j\frac{hu^2d}{F^2}} & \text{при } u < 0. \end{cases} \quad (4)$$

К такому же результату можно прийти, не рассматривая обратного хода лучей. Для этого представим поле в плоскости P суперпозицией плоских волн вида

$$F(\Theta) \exp\{jk\Theta x\} Y(x), \quad (5)$$

распространяющихся под различными углами Θ к оптической оси. В выражении (5) $F(\Theta) \equiv \mathcal{F}\{Y(x)\} = \pi\delta(\Theta) + 1/j\Theta$ описывает амплитуду плоской волны с наклоном Θ (спектр плоского края $d=0$). Каждая из этих волн при своем распространении взаимодействует с поглощающей поверхностью AB и задней гранью BC объекта. Результат этого взаимодействия зависит от знака угла Θ . Для волны с $\Theta > 0$ влиянием поверхностей AB и BC в ОГ-приближении можно пренебречь. В случае $\Theta < 0$ их влияние существенно. Оно сводится к виньетированию (ограничению снизу) плоских волн, что приводит к их смещению в плоскости P на величину $\Delta = \Theta d = ud/F$. Таким образом, задняя грань объемного края искажает спектр функции $f(x)$ только в области отрицательных частот.

Из (4) видно, что искажение спектра функции $f(x)$ имеет фазовый характер и эквивалентно действию цилиндрической линзы с фокусным расстоянием $F_e = -F^2/2d$ в области отрицательных частот спектра плоского края (рис. 3, б).

Модифицированный оптико-геометрический (МОГ) метод расчета. При распространении световой волны от плоскости P_0 до плоскости P системы, изображенной на рис. 1, происходит свертка исходного светового распределения с импульсным откликом свободного пространства. Это приводит к тому, что $f(x)$ модулируется не функцией $g(x + \Theta d)$, как это отмечалось выше, а ее Френелевским образом $\tilde{g}(x + \Theta d)$. Учет Френелевской дифракции приводит к тому, что для получения уточненного ОГ-приближения в выражении (1) необходимо заменить параметр d на $d/2$, оставляя значения граничных частот такими же, как и в ОГ-приближении, т. е. согласующимися с геометрическими построениями. Покажем возможность такой замены.

С этой целью вычислим спектр объемного тела в приближении Френеля. Для того чтобы применение этого метода расчета было корректным, заменим абсолютно поглощающий объект двумя транспарантами с прозрачностями $f(x)$ и $g(x')$, разнесенными на расстояние d .

Такая модель в первом приближении соответствует абсолютно поглощающим объектам постоянной толщины.

Учитывая известные соотношения между распределениями амплитуд в различных плоскостях оптической системы [8], легко получить спектр объемного тела в рассматриваемой модели:

$$F_{\text{Фр}}(u) = e^{j\frac{hu^2d}{2F^2}} \mathcal{F} \left\{ \left[f(x') \otimes e^{j\frac{hx'^2}{2d}} \right] g(x') \right\}, \quad (6)$$

где $e^{j\frac{hx'^2}{2d}}$ — импульсный отклик свободного пространства, а знак \otimes обозначает операцию свертки. Путем несложных преобразований из (6) можно получить

$$F_{\text{Фр}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \tilde{g}(x + ud/F) e^{-j\frac{hux}{F}} dx. \quad (7)$$

Здесь $\tilde{g}(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g(x') e^{j\frac{h(x-x')^2}{2d}} dx'$ — образ Френеля функции $g(x')$.

Используем далее тот факт, что любую бинарную функцию $f(x)$ можно представить в виде суммы сдвинутых ступенчатых функций вида (3) (например, $\text{rect}(x/2A) \equiv Y(x+A) - Y(x-A)$). Учитывая это, выберем функции $f(x)$ и $g(x')$ в виде

$$f(x) = Y(x); \quad g(x') = Y(x' - A). \quad (8)$$

Это позволяет в дальнейшем избежать громоздких выкладок без потери общности результата.

Подставляя (8) в (7), получим

$$F_{\text{Фр}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(x) \tilde{Y}\left(x + \frac{ud}{F} - A\right) e^{-j\frac{hux}{F}} dx, \quad (9)$$

где $\tilde{Y}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(x') e^{j\frac{h(x-x')^2}{2d}} dx'$ — образ Френеля функции $Y(x')$, связан-

ный с функцией Френеля $\Phi(x) = \int_0^x \exp\{j\pi t^2\} dt$ следующим соотношением:

$$\tilde{Y}(x) = \sqrt{\lambda d} [\Phi(\infty) + \Phi(x/\sqrt{\lambda d})].$$

Для оценки значения интеграла (9) воспользуемся свойствами функции $\tilde{Y}(x)$. Графики ее модуля и фазы показаны на рис. 4. Можно видеть, что при $x > 0$ модуль и фаза $\tilde{Y}(x)$, наряду с постоянной составляющей, содержат затухающие периодические колебания. Период этих колебаний, как известно, определяется размером зоны Френеля $\varepsilon = \sqrt{\lambda d}$. При $x < 0$ модуль $\tilde{Y}(x)$ быстро затухает, а фаза растет. Принимая во внимание поведение $\tilde{Y}(x)$, попытаемся заменить подынтегральное выражение $Y(x)\tilde{Y}(x+a)$ более простым (здесь $a = ud/F - A$). Для этого обратимся к рис. 5, а, б, на котором представлены графики произведения

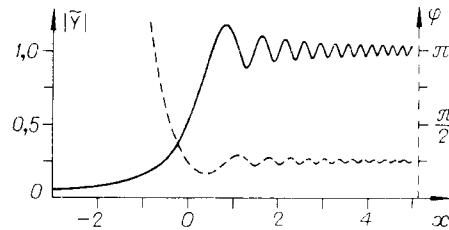


Рис. 4. Графики модуля (сплошная) и фазы (штриховая линия) функции $\tilde{Y}(x)$.

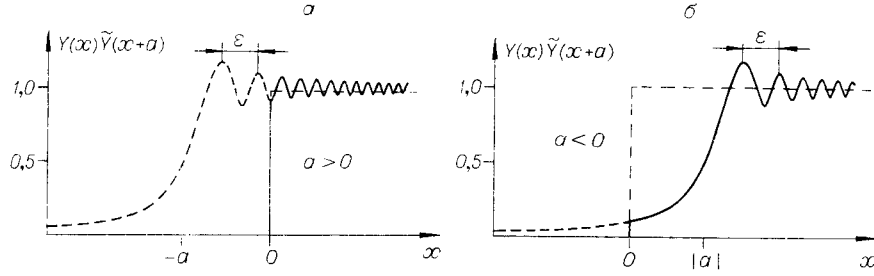


Рис. 5. Графики функции $Y(x)\tilde{Y}(x+a)$ для $a > 0$ (а) и $a < 0$ (б).

функций $Y(x)\tilde{Y}(x+a)$. Нетрудно видеть, что при $a > \varepsilon$

$$Y(x)\tilde{Y}(x+a) \approx Y(x), \quad (10)$$

а при $a < -\varepsilon$

$$Y(x)\tilde{Y}(x+a) \approx \tilde{Y}(x+a). \quad (10a)$$

Оценим теперь (9). При $ud/F - A > \varepsilon$, т. е. при $u > u_0 + \tilde{u}$, где $u_0 = AF/d$, а $\tilde{u} = \varepsilon F/d = FV\lambda/d$, приближение (10) дает

$$F_{\Phi p}(u) \approx \int_{-\infty}^{\infty} Y(x) e^{-j\frac{kux}{F}} dx = \mathcal{F}\{Y(x)\}, \quad (11)$$

а при $u < u_0 - \tilde{u}$ —

$$F_{\Phi p}(u) \approx \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}\left(x + \frac{ud}{F} - A\right) e^{-j\frac{kux}{F}} dx = e^{j\frac{k u A}{F}} e^{j\frac{k u^2 d}{F^2}} \mathcal{F}\{\tilde{Y}(x)\}. \quad (12)$$

Так как спектр $\tilde{Y}(x)$ связан со спектром исходной функции $Y(x)$ соотношением $\mathcal{F}\{\tilde{Y}(x)\} = e^{-j\frac{k u^2 d}{2F^2}} \mathcal{F}\{Y(x)\}$, то выражение (12) можно привести к виду

$$F_{\Phi p}(u) \approx e^{-j\frac{k u A}{F}} e^{j\frac{k u^2 d}{2F^2}} \mathcal{F}\{Y(x)\}. \quad (13)$$

Выражения (11) и (13) хорошо аппроксимируют спектр объекта (8) в области частот $|u - u_0| > \tilde{u}$. Можно, однако, ожидать, и эксперименты это подтверждают, что такая аппроксимация справедлива при расширении этой области вплоть до частоты u_0 . Тогда спектр объекта (8) при объединении (11) и (13)

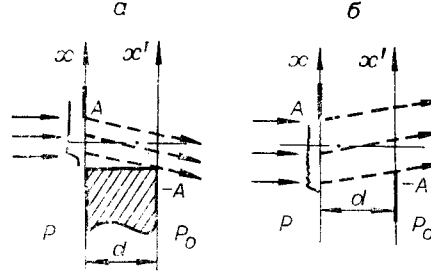
$$F_{\Phi p}(u) = \begin{cases} \mathcal{F}\{Y(x)\} & \text{при } u > u_0; \\ e^{-j\frac{k u A}{F}} e^{j\frac{k u^2 d}{2F^2}} \mathcal{F}\{Y(x)\} & \text{при } u < u_0. \end{cases} \quad (14)$$

Если теперь вычислить спектр объекта, представленного выражением (8) в ОГ-приближении, то, согласно (4), получим

$$F_{\text{ОГ}}(u) = \begin{cases} \mathcal{F}\{Y(x)\} & \text{при } u > u_0; \\ e^{-j\frac{k u A}{F}} e^{j\frac{k u^2 d}{F^2}} \mathcal{F}\{Y(x)\} & \text{при } u < u_0. \end{cases} \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) отличаются лишь квадратичными фазовыми множителями, отражающими влияние объемности объекта. Очевидно, что от $F_{\text{ОГ}}(u)$ к $F_{\Phi p}(u)$ можно перейти простой заменой d в (20) на $d/2$, оставляя, однако, значения граничной частоты $u_0 = AF/d$ неизменными.

Рис. 6. Объекты:
 а — объемный край с ограничивающей апертурой, б — бипланарная щель.



Можно показать, что этот результат, полученный из анализа дифракции света на объекте вида (8), остается в силе для более сложных объектов. Таким образом, суть изложенного модифицированного оптико-геометрического (МОГ) приближения

заключается в замене в выражении (1) d на $d/2$. Существенно, что значения граничных частот следует оставлять теми же, что и при ОГ-приближении. Тогда выражение (1) принимает вид

$$F_{\text{МОГ}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g\left(x + \frac{ud}{2F}\right) e^{-j\frac{kux}{F}} dx. \quad (16)$$

Ниже рассмотрены примеры применения МОГ-приближения для расчета дифракции Фраунгофера на моделях простых объемных объектов.

Примеры расчета дифракционных картин. Исследуем дифракционную картину от объемного края с ограничивающей диафрагмой на входе (рис. 6, а). В этом случае функции $f(x)$ и $g(x')$ будут иметь вид

$$f(x) = \text{rect}(x/2A); \quad g(x') = Y(x' + A).$$

Вычисление поля в МОГ-приближении дает

$$F_{\text{МОГ}}(u) = \begin{cases} \sin\left(\frac{kuA}{F}\right)/u & \text{при } u > 0; \\ e^{j\frac{ku^2d}{4F^2}} \sin\left[\frac{kuA}{F}\left(1 + \frac{ud}{4AF}\right)\right]/u & \text{при } -u_0 < u < 0; \\ 0 & \text{при } u < -u_0, \end{cases}$$

где $u_0 = 2AF/d$. График спектра мощности $I_{\text{МОГ}}(u) = |u| |F_{\text{МОГ}}(u)|^2$, умноженный на $|u|$ для снижения динамического диапазона, показан на рис. 7, а при следующих значениях параметров: $F = 300$, $2A = 0,42$, $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-3}$, $d = 7$ мм.

Интересно сравнить данный результат с более точным, но более трудоемким приближением Френеля. Для этого на том же рисунке приведен график функции $I_{\text{Фр}} = |u| |F_{\text{Фр}}(u)|^2$, вычисленный в приближении Френеля. Спектр $F_{\text{Фр}}(u)$ получен путем численных расчетов на ЭВМ. Можно видеть, что положения граничных частот и нулей функций $I_{\text{МОГ}}(u)$ и $I_{\text{Фр}}(u)$ практически совпадают. Они отличаются амплитудами колебаний из-за принятых приближений (10) и (10а). В области положительных частот спектр $I_{\text{Фр}}(u)$ модулирован колебаниями вида $\cos(ku^2d/4F^2)$, обусловленными интерференцией волн, рассеянных полуплоскостями $Y(x+A)$ и $Y(x'+A)$. Это эквивалентно взаимодействию двух точечных источников $\delta(x+A)$ и $\delta(x'+A)$. Для сравнения на рис. 7, б показан график спектра $I_{\text{ОГ}}(u)$ рассматриваемого объекта, полученный в ОГ-приближении. Основные отличия этого спектра от спектров $I_{\text{Фр}}(u)$ и $I_{\text{МОГ}}(u)$ лежат в области отрицательных частот. В то время как колебания $I_{\text{Фр}}(u)$ и $I_{\text{МОГ}}(u)$ монотонно возрастают при увеличении $|u|$ и имеют стационарную точку на частоте отсечки $u = -u_0$, для зависимости $I_{\text{ОГ}}(u)$ стационарная точка расположена в центре этой области при $u = -u_0/2$. Такое поведение обусловлено отличием параметра d в выражении (1) от требуемого $d/2$.

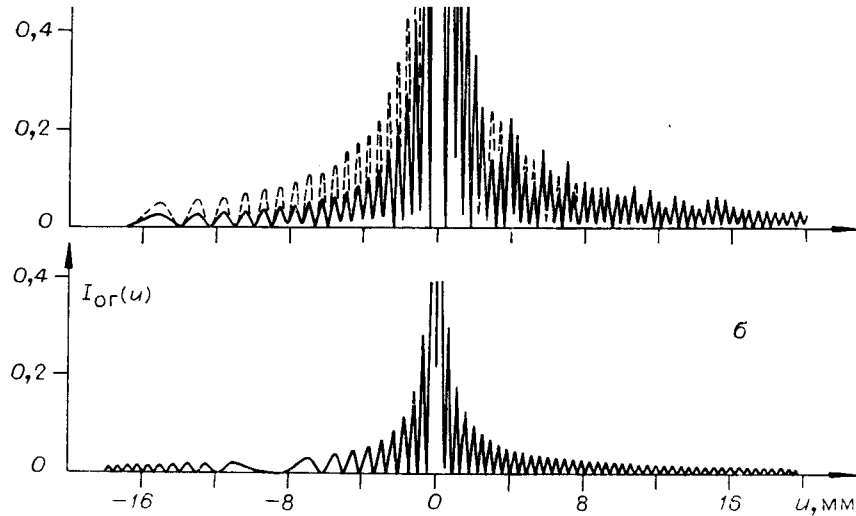


Рис. 7. Графики зависимостей:
 а — $I_{\Phi p}(u)$ (сплошная) и $I_{\text{МОГ}}(u)$ (штриховая линия), б — $I_{\text{ОГ}}(u)$.

Объект типа бипланарной щели состоит из двух полуплоскостей (краев), отстоящих друг от друга вдоль осей x и z соответственно на расстоянии $2A$ и d (см. рис. 6, б). Функции $f(x)$ и $g(x')$ в данном случае будут иметь вид

$$f(x) = Y(A - x); \quad g(x') = Y(A + x).$$

Очевидно, что такая щель является обобщением плоской щели при $d=0$. Согласно (16) получаем спектр объекта

$$F_{\text{МОГ}}(u) = \begin{cases} e^{\frac{jku^2d}{4F^2}} \sin \left[\frac{kuA}{F} \left(1 + \frac{ud}{4AF} \right) \right] / u & \text{при } u > -u_0; \\ 0 & \text{при } u < -u_0, \end{cases} \quad (17)$$

где $u_0 = 2AP/d$ — частота отсечки.

Сравним этот результат со спектром плоской щели ($d=0$)

$$F_0(u) = \sin(kuA/F)/u.$$

Можно видеть, что наличие объемности приводит к появлению фазовой и изменению амплитудной компонент спектра. Наряду с линейным членом по u , аргумент амплитудной компоненты содержит квадратичный член, приводящий к увеличению частоты колебаний функции (17) при возрастании $|u|$. Нетрудно показать, что положение нулей в спектре (17) дается выражением

$$\tilde{u}_{\text{МОГ}}(n) = 2AF \sqrt{1 + n\lambda d/2A^2 - 1} / d. \quad (18)$$

В предельном случае при $d \rightarrow 0$ из (18) имеем

$$\tilde{u}_0(n) = n\lambda F/2A,$$

что соответствует эквидистантному расположению нулей спектра плоской щели.

Результаты эксперимента. Экспериментальная установка собрана по схеме, аналогичной схеме на рис. 3, а. В плоскости P устанавливалась спектральная щель размером $2A = 0,42$ мм. На некотором расстоянии d от нее помещался острый край, которым служил один из «ножей» аналогичной щели. Световое распределение в задней фокальной плоскости объектива ($F = 300$ мм) регистрировалось на фотопленку.

На рис. 8 показана фотография распределений, полученных при различных значениях d . Слабый наклон полос вызван небольшой непараллельностью сторон щели и края. На фотографии спектра, соответствующей $d = 5$; 7; 9 мм, хорошо заметны частоты отсечек. Для сравнения на рис. 9, а, б изображены графики расчетных зависимостей $I_{\Phi p}(u)$

при различных d . Следует отметить качественное совпадение результатов, полученных в эксперименте и расчетным путем при применении приближений Френеля и МОГ.

С целью проверки применимости МОГ-приближения к анализу дифракции Фраунгофера на реальных объемных изделиях проводился эксперимент с тестовым объектом в виде концевой меры длины толщиной $h = 1$ мм и шириной $l = 8,79$ мм. Этот объект устанавливался в оптической системе (рис. 10, а) под некоторым углом α к оптической оси. В результате в задней фокальной плоскости объектива ($F = 439$ мм) наблюдались в проходящем свете прямой спектр и спектр от отражающей поверхности AB (отраженный спектр), которые регистрировались на фотопластинках. Центры прямого и отраженного спектров имели координаты $u = 0$ и $u = u_1 = F \operatorname{tg} 2\alpha$.

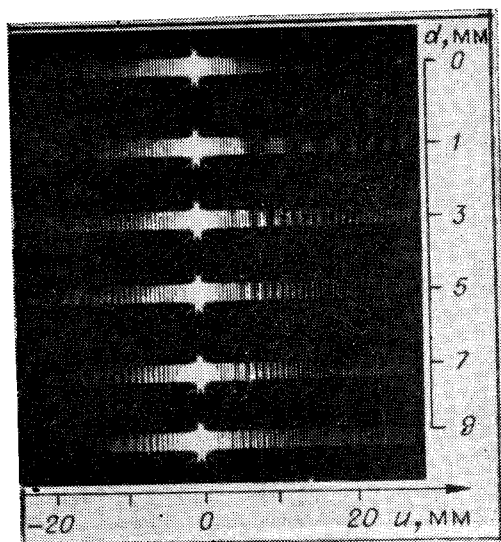


Рис. 8. Спектры объекта, моделирующего объемный край с ограничивающей апертурой при различных значениях d .

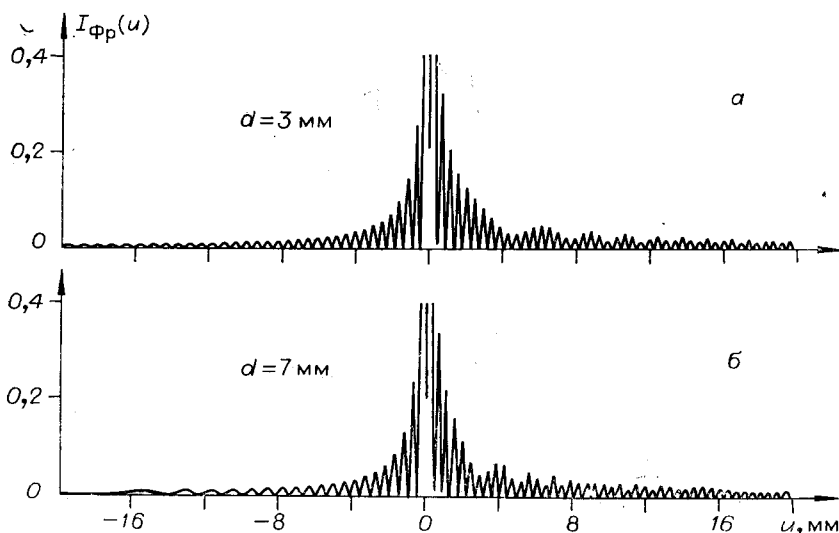


Рис. 9. График зависимости $I_{\Phi p}(u)$ для $d = 3$ мм (а) и $d = 7$ мм (б).

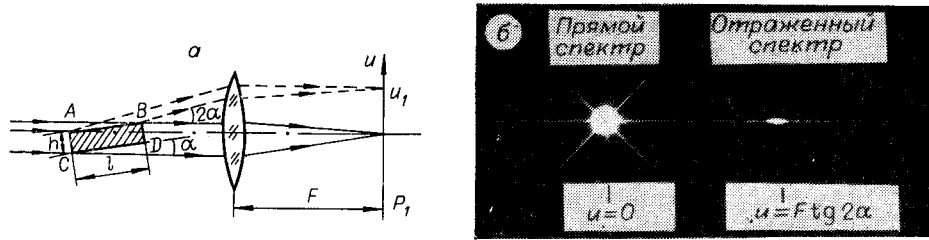


Рис. 10. Дифракция света на объекте в виде концевой меры:
 а — схема эксперимента, б — фотография прямого и отраженного спектров от концевой меры.

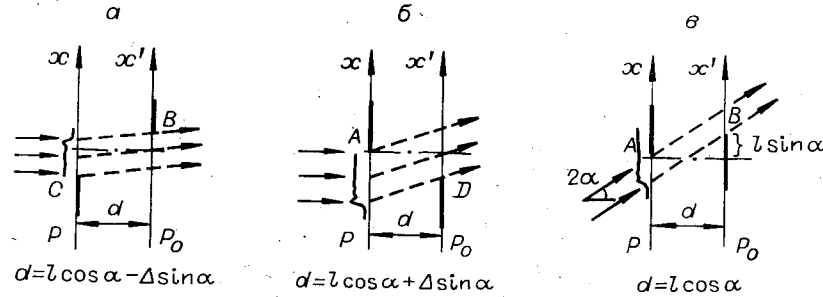


Рис. 11. Эквивалентная схема формирования спектров концевой меры длины:
 а — для прямого спектра при $u > u_1$, б — для прямого спектра при $u < u_1$, в — для отраженного спектра.

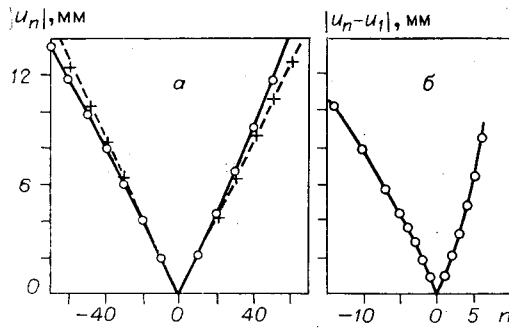


Рис. 12. Графики зависимостей положения минимумов прямого (а) и отраженного (б) спектров концевой меры длины:

сплошная линия — теоретические результаты, полученные при применении МОГ-приближения; кружки — экспериментальные данные; штриховая линия и крестики — расчетные и экспериментальные результаты для спектра плоской щели ($d=0$).

Угол наклона меры α был выбран равным $1,9^\circ$, что позволило заметно ослабить интерференцию прямого и отраженного спектров. На рис. 10, б показаны прямой и отраженный спектры. Дифракционная картина в виде креста в центре прямого спектра обусловлена влиянием прямоугольной ограничивающей апертуры объектива.

В соответствии с МОГ-приближением прямой спектр можно представить как результат дифракции на непрозрачных экранах CB и AD для $u < F \operatorname{tg} \alpha$ и $u > F \operatorname{tg} \alpha$ соответственно (см. рис. 10, а). Исходя из принципа Бабиня, экраны CB и AD можно заменить дополнительными экранами, разнесенными вдоль оптической оси на расстоянии $d_{1,2} = l \cos \alpha \pm h \sin \alpha$. На рис. 11, а, б они обозначены как CD и AD . Функция пропускания этих экранов имеет вид

$$f(x) = Y(x + h \cos \alpha); \quad g(x') = Y(-x' - l \sin \alpha) \quad \text{при } u < F \operatorname{tg} \alpha;$$

$$f(x) = Y(-x); \quad g(x') = Y(x' + h \cos \alpha - l \sin \alpha) \quad \text{при } u > F \operatorname{tg} \alpha.$$

Что касается отраженного спектра, то соответствующий ему экви-

валентный объект на входе может быть представлен следующим образом (рис. 11, *в*):

$$f(x) = Y(-x); \quad g(x') = Y(x' - l \sin \alpha),$$

где расстояние между полуплоскостями $d = l \cos \alpha$.

На рис. 12, *а*, *б* приведены положения минимумов прямого и отраженного спектров в зависимости от номера дифракционного порядка, полученные в МОГ-приближении (сплошная линия) и экспериментально (кружки). Для того чтобы подчеркнуть отличие спектра объемного тела от спектра его теневой проекции, на рис. 12, *а* представлены расчетные (штриховая линия) и экспериментальные (крестики) положения минимумов спектра плоской щели ($d=0$) шириной $2A' = h \cos \alpha + l \sin \alpha$. Отметим хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. Заметное различие наблюдается только в окрестности частоты отсечки $u_0 = F \operatorname{tg} \alpha$, что, по-видимому, обусловлено влиянием отражающих свойств поверхности *AB*, а также неточностью МОГ-приближения, особенно в области граничных частот.

Заключение. Проведенные исследования показали применимость предложенного МОГ-приближения для анализа дифракции света на абсолютно поглощающих объемных телах постоянной толщины. Полученные с его помощью результаты хорошо согласуются с более точными расчетами (в приближении Френеля) и с экспериментальными данными.

Влияние объемности на спектр объектов рассматриваемого класса эквивалентно действию некоторого фильтра пространственных частот. Причем это действие имеет вид линейного пространственно-неинвариантного преобразования.

Предложенный подход, по нашему мнению, применим при анализе дифракции света на телах более сложной формы.

Авторы считают своим долгом поблагодарить П. Е. Твердохлеба за замечания, высказанные при чтении рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бычков Р. М., Коронкевич В. П., Чугуй Ю. В. Измерение параметров резьбы когерентно-оптическим методом.— ОМП, 1977, № 10.
2. Kochsiek M., Kunzmann H., Tantau J. Anwendung Beugungsoptischer Methoden zur Messung der Durchmesser von Kleinen Wellen.— PTB-Mitt., 1977, Bd 87, N 4, S. 279.
3. Schmidt S. Ein Beitrag zur Erklärung der Lichtbeugung am Metallischen Kreis-zylinder.— PTB-Mitt., 1976, Bd 86, N 4, S. 239.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., Мир, 1970.
5. Хенл Х., Мауэ М., Вестпфаль К. Теория дифракции. М., Мир, 1964.
6. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. М., Связь, 1978.
7. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. М., Мир, 1970.
8. Лютт В. Формулы для анализа и расчета систем оптической обработки информации.— ТИИЭР, 1966, т. 54, № 8.
9. Harburn G., Ranniko T. K., Williams R. P. An Aspect of Phase in Fraunhofer Diffraction Patterns.— Optik, 1977, Bd. 48, N 3, S. 321.
10. Arsenault H., Brousseau N. Space — Variance in Quasi — Linear Coherent Optical Processors.— JOSA, 1973, vol. 63, N 5, p. 555.

Поступила в редакцию 26 сентября 1979 г.