

4. Шахов Э. К. Алгоритмы коррекции погрешности представления информации дискретными интегральными значениями функции.— В кн.: Методы и средства преобразования сигналов. Т. 1. [Тезисы докл. 1-й Всесоюз. конф.]. Рига: Зинатне, 1978.
5. Шахов Э. К. Об использовании косвенной интерполяции для восстановления непрерывных сигналов при интегральном представлении информации.— Цифровая информационно-измерительная техника. Вып. 8. [Межвуз. сб. научн. трудов]. Пенза: изд. Пензенского политехн. ин-та, 1978.

*Поступила в редакцию 19 июля 1978 г.;
окончательный вариант — 6 марта 1979 г.*

УДК 621.378.325

К. П. КОМАРОВ

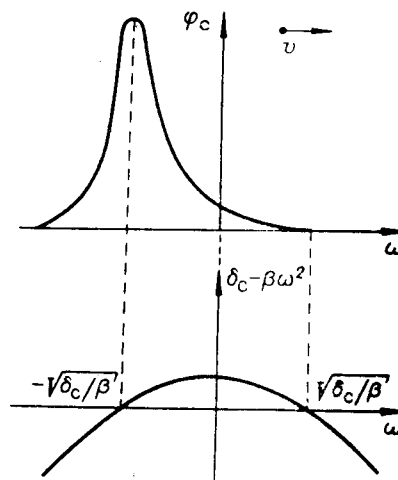
(Новосибирск)

СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ И РЕЛАКСАЦИОННЫЕ АУТОКОЛЕБАНИЯ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ СВИП-ЛАЗЕРОВ

В последнее время внимание исследователей привлекают лазеры с перестраиваемой в процессе генерации частотой излучения (так называемые свип-лазеры) [1—5]. Способ перестройки, нашедший практическое применение, связан с использованием селективных резонаторов с монотонно смещающимся по частоте максимумом добротности, вблизи которого группируются генерирующие типы колебаний. Свипирование частоты излучения в таких генераторах достигается за счет эстафетного высвечивания мод, частоты которых остаются неизменными. Как показывают экспериментальные исследования, непрерывное обновление генерирующих типов колебаний приводит к изменениям не только спектральных, но и энергетических, а также временных характеристик выходного излучения. Теоретический анализ работы свип-лазера связан с определенными трудностями, обусловленными принципиальной нестационарностью и многомодовостью генерации. Проведенное исследование пороговых условий и спектра излучения в пиковом режиме основано на анализе линейного этапа развития генерации, когда обратным влиянием поля на инверсию можно пренебречь [1—3]. Вопрос о зависимости интенсивности и кинетики выходного излучения от параметров свип-лазера, связанный с решением самосогласованной задачи, до настоящего времени остается открытым. В данной работе делается попытка исследования основных закономерностей генерации, связанных с последовательным высвечиванием мод.

При анализе будем использовать ряд приближений, широко применяемых и в работах других авторов (описание генерации на основе балансных уравнений, приближение пространственно однородной инверсии, параболический закон дисперсионных потерь и пр.) [1—2]. Кроме того, пренебрежем дисперсией коэффициента усиления, связанной с контуром линии люминесценции, и дискретную зависимость интенсивности излучения от частоты, обусловленную модовой структурой резонатора, заменим на непрерывную. Как показано в [1—3], учет первого фактора может приводить к существенным изменениям характеристик выходного излучения. Тем не менее этот фактор не является принципиальным свойством свип-лазера, таким, как непрерывное обновление генерирующих мод (по крайней мере, при достаточно медленном свипировании вблизи вершины линии люминесценции им можно пренебречь), и его

Рис. 1. Спектральное распределение интенсивности и коэффициента усиления. (Стрелкой показано направление свипирования.)



влияние на динамику здесь не анализируется. Для справедливости второго приближения необходимо, чтобы разность частот между соседними типами колебаний была много меньше получаемого в задаче характерного частотного интервала, на котором заметно меняется спектральная плотность интенсивности. (Последнее заведомо справедливо, например, для резонаторов Фабри — Перо достаточно большой длины.) В этом случае посредством усреднения спектральной плотности интенсивности по межчастотному интервалу допустим

переход от дискретной зависимости к непрерывной. Можно ожидать, что рассматриваемая модель свип-лазера, по-видимому, качественно правильно отражает основные экспериментальные закономерности и тогда, когда оба приближения несправедливы, поскольку она содержит в себе главное, принципиальное свойство этого типа лазеров — последовательную смену генерирующих мод.

В соответствии с изложенным выше (см. также [1]) исходные уравнения генерации свип-лазера имеют вид

$$\dot{\varphi}(\omega, t) = [\delta(t) - \beta(\omega - vt)^2]\varphi(\omega, t) + \varepsilon, \quad (1a)$$

$$\dot{\delta}(t) + \gamma\delta(t) = \alpha\gamma\sigma - (\sigma + \delta(t)) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\omega, t) d\omega, \quad (1b)$$

где $\varphi(\omega, t)$ — спектральная плотность интенсивности; $\delta(t)$ — коэффициент усиления, включающий недисперсионные потери; $\beta(\omega - vt)^2$ — дополнительные потери, вносимые селективным элементом; v — скорость перестройки селектора; ε — подкачка в интенсивность за счет спонтанного излучения активных центров; γ — обратное время жизни атомов на верхнем уровне; σ — поглощение резонатора; α — относительное превышение накачки над порогом.

Пренебрежение дисперсией усиления и переход к непрерывной зависимости спектральной плотности $\varphi(\omega)$ позволяют ввести понятие стационарного режима для свип-генератора и дают возможность развивать теорию этого типа лазеров в традиционном русле, т. е. исследовать энергетические и спектральные характеристики стационарного режима, проанализировать его на устойчивость и найти в его окрестностях частоты и декременты затухания релаксационных автоколебаний.

Стационарное решение. Среди решений системы (1) есть такое, которое представляет собой постоянный во времени профиль спектрального распределения интенсивности, перемещающийся вдоль оси частот со скоростью v , т. е. $\varphi(\omega, t) = \varphi(\omega - vt)$. Это решение будем называть стационарным. В новой системе координат (роль координаты здесь играет частота ω), перемещающейся относительно старой со скоростью v , для такого решения всякая зависимость от времени исчезает и оно определяется уравнениями (рис. 1)

$$\varphi_c(\omega) = \frac{\varepsilon}{v} \int_0^{\infty} \exp\left[\frac{\beta\Omega}{v}\left(\frac{\delta_c}{\beta} - \frac{\Omega^2}{3} - \omega\Omega - \omega^2\right)\right] d\Omega, \quad (2a)$$

$$\gamma\delta_c = \alpha\gamma\sigma - (\sigma + \delta_c)\varphi_c \quad (2b)$$

(индексом с помечаются стационарные значения соответствующих величин); если же мы интересуемся только интегральной стационарной интенсивностью $\Phi_c = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_c(\omega) d\omega$, то вместо (2а) имеем

$$\Phi_c = \varepsilon \sqrt{\frac{\pi}{v\beta}} \int_0^{\infty} \Omega^{-1/2} \exp\left(\frac{\delta_c \Omega}{v} - \frac{\beta \Omega^3}{12v}\right) d\Omega. \quad (2в)$$

При v , стремящемся к нулю, значение интегральной стационарной интенсивности определяется выражением

$$\Phi_c = \Phi_0 = \alpha\gamma, \quad (3)$$

что совпадает с соответствующим значением, получаемым из простейших скоростных уравнений [1]. При вычислении (3) предполагалось $\Phi_{сп} \ll \Phi_0$, где $\Phi_{сп} = \pi\varepsilon/\sqrt{\sigma\beta}$ — значение интенсивности в холодном резонаторе при подкачке фотонов со скоростью, обеспечиваемой спонтанным испусканием активных центров.

При $(3\Theta/2)^{2/3} \gg 1$, где $\Theta = \ln(\Phi_c/\Phi_{сп})\sqrt{\delta_c/\sigma}$, что в практически интересных случаях, как правило, выполняется, интеграл в (2в) может быть вычислен методом наискорейшего спуска:

$$\Phi_c \simeq \sqrt{\sigma/\delta_c} \exp(4\delta_c^{3/2}/v\beta^{1/2}). \quad (4)$$

Выражая δ_c из (4):

$$\delta_c \simeq (3\Theta/4)^{2/3} v^{2/3} \beta^{1/3} \quad (5)$$

— и подставляя в (2б), получаем выражение для интегральной интенсивности

$$\Phi_c \simeq (\alpha - (3\Theta/4)^{2/3} v^{2/3} \beta^{1/3} / \sigma) / (1 + (3\Theta/4)^{2/3} v^{2/3} \beta^{1/3} / \sigma).$$

В силу слабой зависимости Θ от Φ_c и δ_c во всех практически интересных случаях можно считать $\Theta \simeq \ln(\Phi_c/\Phi_{сп})$. При увеличении скорости свивирования v интегральная интенсивность монотонно уменьшается от Φ_0 до спонтанного уровня.

Интеграл в выражении для спектрального распределения интенсивности аналогично интегралу в правой части (2в) может быть вычислен методом наискорейшего спуска:

$$\varphi_c(\omega) \simeq \varepsilon \sqrt{\pi/v} \sqrt{\delta_c/\beta} \exp[(\omega - \sqrt{\delta_c/\beta})^2 (\omega + 2\sqrt{\delta_c/\beta}) \beta/3v]. \quad (6)$$

В (6) предполагается, что $\omega < \sqrt{\delta_c/\beta}$. При $\omega > \sqrt{\delta_c/\beta}$ спектральная плотность интенсивности находится на уровне спонтанного шума. Максимальное значение функция спектрального распределения интенсивности принимает при $\omega = -\sqrt{\delta_c/\beta}$ (см. рис. 1). Полуширина генерируемого спектра определяется выражением

$$\Delta\omega_x = (v^2/\delta_c\beta)^{1/4} = (4v^2/3\Theta\beta^2)^{1/6}.$$

Устойчивость стационарной генерации. Из системы (1) получаем линеаризованные уравнения для отклонений от стационарных значений спектрального распределения интенсивности $\Delta\varphi(\varphi, t) = \varphi(\omega, t) - \varphi_c(\omega - vt)$ и коэффициента усиления $\Delta\delta(t) = \delta(t) - \delta_c$:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(\omega, t) = & \varepsilon \int_{-\infty}^t e^{-\int_{-\infty}^t (\delta_c - \beta(\omega - vt'')^2) dt''} \left(- \int_{-\infty}^{t'} \Delta\delta(t'') dt'' \right) dt' \times \\ & \times e^{-\int_{-\infty}^t (\delta_c - \beta(\omega - vt'')^2) dt''} + \varepsilon \int_{-\infty}^t e^{-\int_{-\infty}^t (\delta_c - \beta(\omega - vt'')^2) dt''} dt' \times \end{aligned}$$

$$\times e^{-\int_{-\infty}^t (\delta_c - \beta(\omega - vt'')^2) dt''} \int_{-\infty}^t \Delta\delta(t'') dt'', \quad (7a)$$

$$\Delta\dot{\delta} + (\gamma + \Phi_c) \Delta\delta = -(\sigma + \delta_c) \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\varphi(\omega, t) d\omega. \quad (7b)$$

Подставляя $\Delta\varphi(\omega, t)$ из (7a) в (7b) и отыскивая решение в виде $\Delta\delta(t) = Ae^{\lambda t}$, получаем характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + \gamma_{\pi}\lambda + \Omega^2 = (\sigma + \delta_c) \varepsilon \sqrt{\frac{\pi}{v\beta}} \int_0^{\infty} \Omega^{-1/2} \exp\left(\frac{\delta_c - \lambda}{v} \Omega - \frac{\beta\Omega^3}{12v}\right) d\Omega, \quad (8)$$

где $\gamma_{\pi} = \gamma + \Phi_c$, $\Omega = \sqrt{\Phi_c(\sigma + \delta_c)}$.

При отбрасывании правой части (8) получаем обычное характеристическое уравнение, соответствующее релаксационным автоколебаниям твердотельного лазера, описываемого простейшими скоростными уравнениями. С учетом правой части уравнение (8) является трансцендентным и имеет бесконечное число корней. Последнее обстоятельство связано с тем, что поле, описываемое непрерывной функцией распределения интенсивности по частоте, является системой с бесконечным числом степеней свободы.

При $|1 - \lambda/\delta_c|(3\Theta/2)^{2/3} \gg 1$ (условие более слабое, чем используемое при вычислении стационарной интенсивности (2в)) значение интеграла в правой части (8) находим методом наискорейшего спуска:

$$\lambda^2 + \gamma_{\pi}\lambda + \Omega^2 = \Omega^2 (\exp\{\Theta[(1 - \lambda/\delta_c)^{3/2} - 1]\}/\sqrt{1 - \lambda/\delta_c}). \quad (9)$$

При $\delta_c \ll \Omega$ (малые скорости свипирования) характеристические корни, соответствующие скоростным уравнениям, могут быть найдены по теории возмущений. В нулевом приближении $\lambda = \pm i\Omega$. В следующем приближении

$$\lambda = \pm i\Omega - \frac{\gamma_{\pi}}{2} + \sqrt{\Omega\delta_c} e^{-\sqrt{2}\Theta(\Omega/\delta_c)^{3/2}(1 \pm i) \mp i\pi/4}. \quad (10)$$

При увеличении δ_c декремент затухания колеблется с возрастающей амплитудой.

Для отыскания других корней запишем (10) в виде

$$\lambda_{\pi} = \delta_c - \delta_c \{1 + [i2\pi n + \ln(1 + \lambda^2/\Omega^2) + 1/2 \ln(1 - \lambda/\delta_c)]/\Theta\}^{2/3},$$

пренебрегая вторым слагаемым левой части (9), малым по сравнению с остальными. При $2\pi n/\Theta \gg 1$

$$\lambda_{\pi} \simeq -(3\pi|n|/2)^{2/3} e^{i\pi \operatorname{sgn} n/3} (v^2\beta)^{1/3}.$$

При $2\pi n/\Theta \ll 1$ и $\lambda_{\pi}^2/\Omega^2 \ll 1$

$$\lambda_{\pi} = -i \frac{4\pi n}{3\Theta} \delta_c - \left(\frac{2\pi n}{3\Theta}\right)^2 \left(1 - \frac{8}{3\Theta} \frac{\delta_c^2}{\Omega^2}\right) \delta_c.$$

Расположение найденных корней на комплексной плоскости изображено на рис. 2. С увеличением δ_c (увеличение скорости свипирования v) характеристические корни, соответствующие скоростным уравнениям, движутся вокруг точек $\lambda = \pm i\Omega - \gamma_{\pi}/2$ по раскручивающимся спиральям (в верхней полуплоскости движение против часовой стрелки, в нижней — по часовой). При дальнейшем увеличении δ_c эти корни сходятся в некоторой точке действительной полуоси. После этого один из корней, двигаясь по действительной полуоси, приближается к началу координат, а другой — удаляется. Остальные корни расположены на двух прямых, переходящих в параболу. С увеличением скорости свипирования рас-

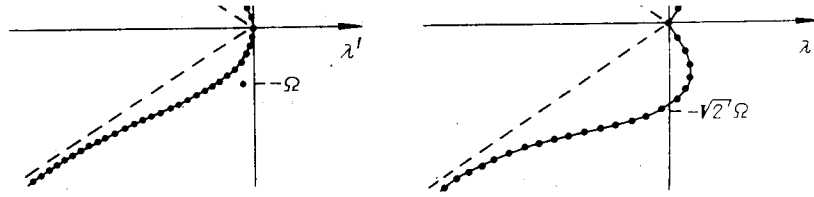


Рис. 2. Расположение корней характеристического уравнения: а — малые скорости свипирования; б — скорости свипирования, соответствующие неустойчивости стационарного решения.

стояние между соседними корнями увеличивается, парабола становится положе и при

$$\delta_c = \sqrt{3\Theta/8\Omega} \quad (11)$$

группа корней вблизи начала координат $\lambda_n = -i\sqrt{2/3}\Theta\pi\Omega n$ переходит в правую полуплоскость. Изменение расположения корней на комплексной плоскости λ , связанное с дальнейшим ростом скорости свипирования, изображено на рис. 2, б.

Поскольку расстояние между соседними корнями с ростом δ_c увеличивается, то, начиная с некоторых скоростей свипирования, корни последовательно выходят из правой полуплоскости вблизи точек $\lambda = \pm i\sqrt{2}\Omega$. При $\delta_c = (3/\sqrt{2})(\Theta\Omega/\pi(2n+1))$ значение корней на мнимой оси выражается формулой

$$\lambda_n = \pm i\sqrt{2}\Omega(1 - (\pi^2(2n+1)^2/24\Theta)). \quad (12)$$

При получении (12) предполагалось, что второе слагаемое в круглых скобках мало по сравнению с единицей. При

$$\delta_c = 3\Theta\Omega/\sqrt{2}\pi \quad (13)$$

последний корень выходит из правой полуплоскости.

Из (11) и (13) получаем критерий неустойчивости стационарного решения (2):

$$\sqrt{3\Theta\Omega/2\sqrt{2}} < \delta_c < 3\Theta\Omega/\sqrt{2}\pi$$

или

$$\Omega^{3/2}/((6\Theta)^{1/4}\beta^{1/2}) < v < (3^{1/2}2^{5/4}/\pi^{3/2})(\Theta^{1/2}\Omega^{3/2}/\beta^{1/2}). \quad (14)$$

Если скорость свипирования v не попадает в интервал, определяемый (14), то стационарное решение (2) устойчиво.

Заключение. Скорость свипирования, при которой происходит срыв генерации, определяется выражением

$$v_n \simeq (4/3)(\alpha^{3/2}\sigma^{3/2}/\Theta\beta^{1/2}).$$

Зависимость пороговой скорости v_n от превышения накачки над порогом α совпадает с соответствующей зависимостью, полученной в работах [1—3] без использования предположения о непрерывности спектра излучения и с учетом дисперсии усиления, связанной с контуром линии люминесценции. Как показано в [2], такая зависимость количественно хорошо согласуется с экспериментом.

Для объяснения незатухающих пичков твердотельных свип-лазеров является принципиальным существование области неустойчивости стационарного режима. Полученный переход беспичкового режима при достижении определенной скорости свипирования в пичковый, который при дальнейшем увеличении скорости переходит обратно в беспичковый,

качественно согласуется с экспериментальными данными [1]. В работе [4] изучалась кинетика выходного излучения в зависимости от скорости свипирования. Селектор был выполнен в виде плоскопараллельных пластин с пропусканием $T = 0,15$, расстояние между которыми $\Delta l = 0,4$ см. Свипирование осуществлялось смещением одного из зеркал селектора. При достижении скорости свипирования $(3,8-5,7)10^{13}$ с⁻² квазистационарный режим сменялся на пиковый. Незатухающие пикки наблюдались вплоть до максимально достигнутой в данной работе скорости $v = 1,5 \cdot 10^{15}$ с⁻¹. Величина $\epsilon = 3,2 \cdot 10^{-8}$ с⁻¹ оценивалась по формуле $\epsilon = D^2 N_b l / \Delta \omega L^2 s$ [1], где $D = 1,1 \cdot 10^{-8}$ см³с⁻¹ — коэффициент Эйнштейна для рабочего перехода рубинового лазера, $N_b = 5 \cdot 10^{18}$ см⁻³ — плотность населенности верхнего уровня, $l = 12$ см — длина активной среды, $L = 160$ см — длина резонатора, $s = 1,5 \cdot 10^{-2}$ см² — площадь сечения лазерного луча, $\Delta \omega = 5,9 \cdot 10^8$ Гц. Величина $\beta = 3,1 \cdot 10^{-13}$ с вычислялась из соотношения $\beta = 4(c/L)(1 - T/T^2)(\Delta l/c)^2$.

Для свип-лазера с такими параметрами число мод, для которых коэффициент усиления больше нуля, равно 10, а число мод, укладывающихся в ширину генерируемого спектра, вычисленную по формуле (8), — 2. Таким образом, сравнение с указанным экспериментом следует рассматривать как экстраполяцию теории на область, где рассматриваемый подход, строго говоря, некорректен.

Теоретическая граница перехода квазистационарного режима в пиковый согласно (14) равна $v = 3,9 \cdot 10^{13}$ с⁻², что хорошо согласуется с экспериментом. Смена пикового режима на квазистационарный, как следует из (14), должна происходить при $v = 3,2 \cdot 10^{14}$ с⁻². Однако превышение этой скорости в эксперименте в несколько раз не привело к квазистационарной генерации. Одной из возможных причин такого расхождения является возникновение при больших скоростях свипирования более эффективной случайной временной модуляции потерь, связанной с паразитной селекцией мод. В пользу этого фактора говорит нарушение при больших скоростях регулярности в кинетике излучения.

Уменьшения интенсивности при достигнутых скоростях свипирования замечено не было, что согласуется с теоретической формулой для стационарной интенсивности.

В заключение заметим, что рассмотренная модель может оказаться полезной для понимания работы свип-лазеров и в тех случаях, когда принципиальны дискретность спектра и дисперсия усиления, связанная с контуром линии люминесценции, поскольку ею описывается основное свойство этого типа квантовых генераторов — последовательное высвечивание мод. Результаты анализа обсуждавшейся модели могут быть использованы для дальнейшего развития теории свип-лазеров, учитывающих игнорированные ранее факторы.

В заключение автор выражает благодарность Я. И. Ханину за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. М.: Сов. радио, 1975.
2. Анохов С. П., Кравченко В. И., Ханин Я. И., Хижняк А. И. Некоторые вопросы динамики излучения твердотельных свип-лазеров. — Квант. электроника, 1976, т. 3, с. 20.
3. Анохов С. П. Динамика генерации лазерного излучения в режиме свипирования частоты: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Киев: изд. Ин-та физики АН УССР, 1977.
4. Гулев В. С., Пивцов В. С., Фолин К. Г., Чернышев А. И. О некоторых особенностях спектрально-кинетических характеристик рубинового свип-генератора. — ЖПС, 1977, т. 26, с. 1012.
5. Лопасов В. П., Макагон М. М. Свип-лазеры для лазерной спектроскопии. — Препринт № 15. Томск: изд. НИИ оптики атмосферы, 1976.

Поступила в редакцию 12 апреля 1978 г.;
окончательный вариант — 19 февраля 1979 г.