

ционной функции

$$R(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\tau| \leq 1, \\ 0, & |\tau| > 1; \end{cases} \quad R(\tau) = \cos(2\pi\tau); \quad R(\tau) = \exp(-|\tau|)$$

и пуассоновской плотности распределения временных интервалов  $F(\tau) = -F \exp(-F|\tau|)$ , где  $F$  — средняя частота событий в единицу времени, приведены на рис. 1—3. Штриховая линия соответствует  $R(\tau)$ , сплошная линия —  $\hat{R}(\tau)$ ,  $N$  — общее число измерений,  $n$  — число усреднений,  $L$  — количество ступеней аппроксимации.

Экспериментальная проверка описанного метода восстановления корреляционной функции  $R(\tau)$  мгновенной скорости потока  $v(t)$  позволяет дать следующие практические рекомендации.

1. Наглядное представление о виде корреляционной функции получается при  $N = 10^3$  (а); хорошая точность восстановления, достаточная для большинства практических случаев, достигается при  $N = (5 \dots 10) 10^3$  (б) и  $n = 200$ . В этом случае точность восстановления в каждой точке не хуже 15% при  $L = 25 \dots 50$ .

2. В ходе эксперимента при эффективном управлении генератором светорассеивающих частиц (средней частотой  $F$ ) можно более подробно снять тот участок  $R(\tau)$ , который более всего интересует экспериментатора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Василенко Ю. Г. и др. Лазерные доплеровские измерители скорости.— Новосибирск: Наука, 1975.
2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов.— М.: Мир, 1976.
3. Акоюн И. Г., Птицын В. Н. Погрешность лазерного доплеровского измерителя скорости при исследовании турбулентных потоков.— В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. совещания «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности». Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1979.
4. Гапонов В. А., Томсон Я. Я. Определение спектральной плотности непрерывного случайного процесса при неравномерной дискретизации.— В кн.: Алгоритмы обработки теплофизического эксперимента. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1975.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1968, т. 2.
6. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1971.

Поступило в редакцию 21 января 1981 г.;  
окончательный вариант — 10 декабря 1981 г.

УДК 629.7.018 : 1.621.373.8

В. В. ИВАНОВ  
(Москва)

#### ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ СРЕДЫ НА ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Вопрос о структуре изображения в последнее время часто связывается с вопросом о помехах, играющих важную роль в приемниках излучения. Флуктуации показателя преломления среды при этом приводят к флуктуациям амплитуды и фазы в оптической волне, вызывают флуктуации дифракционного изображения. С ростом флуктуаций уменьшается контрастность изображения, происходит «размазывание» энергии по всей фокальной плоскости.

В связи с широким внедрением локальных оптических методов диагностики газовых потоков, для которых характерны высокие уровни турбулентных неоднородностей, представляется весьма важным исследовать влияние среды на работу приемных оптических устройств, имеющих сферическую абберацию и круговую апертуру. Аналогичное исследование для идеальной оптической системы с квадратной апертурой было проведено в работе [1].

Рассмотрим линзу с фокусным расстоянием  $f$ , помещенную в начало координат, и точечный источник с длиной волны излучения  $\lambda$ , расположенный на расстоянии  $d$  от линзы вдоль оси  $z$ . Кроме того, предположим, что на трассе излучения от источника до линзы существуют случайные флуктуации показателя преломления. Тогда комплексное поле источника в плоскости за линзой ( $z = \text{const}$ ) для случая дифракции Френеля, как известно, определяется соотношением [2]

$$u(x, y) = \frac{A_0}{\lambda^2 z d} \exp \left[ ik \left( z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp \left[ \frac{ik}{2} \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \right) \times \right. \\ \left. \times (x_1^2 + y_1^2) - \frac{ik}{z} (xx_1 + yy_1) + ik\Delta(x_1; y_1) + iS(x_1, y_1) \right] dx_1 dy_1, \quad (1)$$

где  $A_0$  — амплитуда волны;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $P(x, y)$  — функция зрачка:

$$P(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{внутри апертуры линзы,} \\ 0, & \text{вне апертуры линзы;} \end{cases}$$

$S(x, y)$  — случайное изменение фазы волны, обусловленное влиянием среды. Представленная в выражении (1) волновая функция  $\Delta(x, y)$  для случая сферической аберрации третьего порядка может быть записана в виде [3]

$$\Delta(\rho) = C_1(\rho^4 - 2\mu\rho^2). \quad (2)$$

Здесь  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ;  $C_1 = a^2\Delta L/4R^2$ ,  $a$  — радиус зрачка линзы,  $R \approx z$  — расстояние от линзы до плоскости изображения;  $\mu = \delta f/\delta L$  определяется положением плоскости изображения:  $\mu = 0$  соответствует паракиальному фокусу,  $\mu = 1$  — фокусу для крайних лучей. Из представлений физической оптики можно показать, что наибольшей концентрации энергии при наличии небольшой сферической аберрации соответствует  $\mu = 1/2$ , т. е. плоскость изображения находится в середине промежутка  $\Delta L$  между паракиальным фокусом и точкой пересечения крайних лучей. Рассматривая в дальнейшем формирование изображения в фокальной плоскости (при этом полагаем  $\mu = 1/2$ ), будем считать, что для паракиальных лучей выполняется условие  $d^{-1} + z^{-1} - f^{-1} = 0$ . Тогда с учетом (1) и (2) для распределения интенсивности, усредненной по реализациям случайного поля показателя преломления, можно получить следующее выражение:

$$I(r) = \langle u(r) u^*(r) \rangle = \frac{A_0}{\lambda^4 z^2 d^2} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp \left[ \frac{ikC_1}{a^4} (r_1^4 - r_2^4) - \frac{ikC_1}{a^2} (r_1^2 - r_2^2) - \frac{ikr}{z} r_1 \sin \varphi - \frac{ikr}{z} r_2 \sin \psi - \frac{1}{2} D_{сф}(R, L) \right] r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\varphi d\psi, \quad (3)$$

где [4]

$$D_{сф}(R, L) = 1,09 C_n^2 k^2 L R^{5/3} \quad (4)$$

— структурная функция фазы сферической волны, прошедшей слой случайно-неоднородной среды толщиной  $L$ ;  $C_n^2$  — структурная постоянная показателя преломления;  $R^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\varphi - \psi)$ . При выводе (3) было учтено, что флуктуации фазы имеют нормальный закон распределения с нулевым средним значением в силу предельной теоремы о среднем.

Проведение численного интегрирования выражения (3) является весьма трудоемкой задачей из-за большого объема вычислений, которые, однако, можно значительно сократить, если осуществить дополнительные преобразования. Для этого необходимо разложить функцию  $f(R, L) = \exp D_{сф}(R, L)/2$  в ряд Фурье — Бесселя и воспользоваться теоремой сложения Графа [5]. После несложных, но громоздких преобразований для среднего распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы можно получить следующее представление:

$$I(r) = \frac{8\pi^2 A_0^2 a^4}{\lambda^4 z^2 d^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{J_1^2(\mu_m)} \int_0^1 f(2a\xi) J_0(\mu_m \xi) \xi d\xi \int_0^1 J_\nu\left(\mu_m \frac{r_1}{2}\right) \times \\ \times J_\nu\left(\frac{kar}{z} r_1\right) \exp \left[ \frac{ikC_1}{2} (r_1^4 - r_1^2) \right] r_1 dr_1 \int_0^1 J_\nu\left(\mu_m \frac{r_2}{2}\right) J_\nu\left(\frac{kar}{z} r_2\right) \times \\ \times \exp \left[ -\frac{ikC_1}{2} (r_2^4 - r_2^2) \right] r_2 dr_2. \quad (5)$$

Здесь  $f(2a\xi) = \exp[-0,545 C_n^2 k^2 L (2a\xi)^{5/3}]$ ;  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя порядка  $\nu$ ;  $\mu_m$  — корни уравнения  $J_0(\mu) = 0$ . Семнадцать членов для каждого ряда в выражении (5) обеспечивают получение точности вычислений лучше 0,2% при  $f(2a) \leq 4$  и  $kar/z \leq 10$ .

На рис. 1 представлено безразмерное нормированное распределение интенсивности

$$\bar{I}(\rho) = I(\rho) / (2\pi^2 A_0^2 a^2 \Omega^2 / \lambda^4 d^2) \quad (6)$$

в фокальной плоскости идеальной оптической системы ( $C_1 = 0$ ) и системы со сферической аберрацией ( $C_1 = 4,86\lambda$ ) для случая слабонеоднородной среды ( $D_{сф} = 0,01$ ) и среды со средним уровнем неоднородностей ( $D_{сф} = 7,29$ ). В выражение (6) введены следующие обозначения:  $\rho = k\Omega r/2$ ,  $\Omega = 2a/z$  — относительное отверстие линзы. В связи с малой величиной побочных максимумов по сравнению с центральным на рис. 1 рассмотрена отдельно область вблизи первого минимума и первого максимума. Анализ результатов показывает, что в сравнении с классической дифракцион-

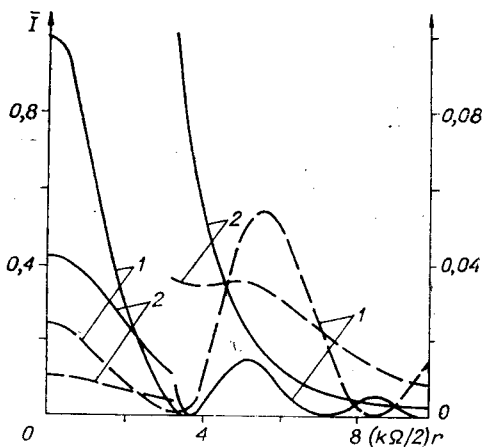


Рис. 1. Распределение средней интенсивности в фокальной плоскости линзы: сплошные линии —  $C_1 = 0$ ; штриховые —  $C_1 = 4,86\lambda$ ; 1 —  $D_{сф} = 0,01$ ; 2 —  $D_{сф} = 7,29$ .

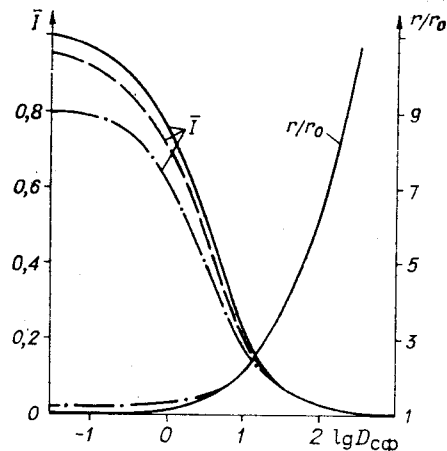


Рис. 2. Влияние флуктуаций фазы волны на интенсивность в фокусе и на размер дифракционного пятна: сплошные линии  $C_1=0$ ; штриховые —  $C_1=0,97 \lambda$ ; штрихпунктирные —  $C_1=1,94 \lambda$ .

ной картины ( $C_1=0$ ;  $D_{сф} \ll 1$ ) с ростом флуктуации в падающей волне наблюдается уменьшение контрастности изображения.

На рис. 2 изображены зависимости для значений безразмерной нормированной интенсивности (6) в центре дифракционной картины ( $\rho = 0$ ) от уровня флуктуаций фазы сферической волны, вычисленного на диаметре приемной апертуры. На этом же рисунке показано эффективное значение относительного радиуса дифракционного пятна  $r_{эф}/r_0 = [I(0, 0)/I(0, D_{сф})]^{1/2}$ ,  $r_0$  — эффективный радиус пятна при отсутствии неоднородностей. Как видно из рис. 2, значительное уширение дифракционного пятна начинается при  $D_{сф} > 30$ . Данное обстоятельство имеет важное значение при детектировании излучения из малых объемов, размеры которых определяются полевой диафрагмой в фокальной плоскости оптической системы. При малых размерах диафрагмы в условиях сильных флуктуаций показателя преломления среды может наблюдаться, таким образом, снижение мощности сигнала.

Влияние диаметра входной апертуры линзы при  $\Omega = \text{const}$  на размер дифракционного пятна представлено на рис. 3. В частности, увеличение диаметра линзы при наличии случайных флуктуаций среды, как видно из рисунка, приводит к уменьшению относительной интенсивности в центре пятна и к увеличению его размера.

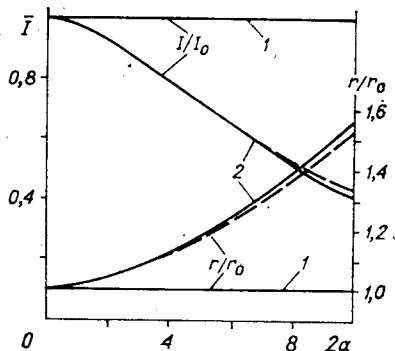
Влияние диаметра входной апертуры линзы на изменение интенсивности в центре дифракционного пятна можно оценить с учетом (3) в приближении  $D_{сф}(\xi L) \approx 1,09 C_n^2 k^2 L a^{5/3} \xi^2$  выражением

$$\frac{d\bar{I}}{da} = 4a \int_0^1 I_0 [2\xi\psi(a)] \exp[-\psi(a)(1+\xi^2)] \xi d\xi, \quad (7)$$

где  $\psi(a) = 0,545 C_n^2 k^2 L a^{5/3}$ ,  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Анализ результатов, в частности, показывает, что увеличение флуктуаций в падающей волне приводит к более замедленному росту интенсивности (ср. с линейным характером изменения при  $C_n^2 = 0$ ). Данное обстоятельство может иметь практическое значение, так как в условиях сильных флуктуаций среды увеличение входной апертуры оптической системы не всегда будет являться эффективным средством повышения уровня сигнала на выходе регистрирующих фотоэлектронных устройств.

Рис. 3. Влияние размера входной апертуры линзы на интенсивность в центре дифракционного пятна и на его характерный размер:

сплошные линии —  $C_1 = 0$ ; штриховые —  $C_1 = 4,86\lambda$ ; 1 —  $C_n^2 = 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$ ; 2 —  $C_n^2 = 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ .



## ЛИТЕРАТУРА

1. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах.— М.: Наука, 1975.
2. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1967.
3. О'Нейл Э. Введение в статистическую оптику.— М.: Мир, 1966.
4. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере.— М.: Наука, 1967.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1966.

Поступило в редакцию 13 января 1981 г.

УДК 629.7.018.1 : 621.373.8

В. В. ИВАНОВ, Ю. Р. ТАШЕВСКИЙ  
(Москва)

### ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕЩЕНИЙ СВЕТОВОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ В УСЛОВИЯХ СВЕРХЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

Применение ЛДИС для диагностики газовых потоков в некоторых случаях, как известно, осложняется особенностями распространения лазерных пучков в турбулентно-неоднородной среде. Для сверхзвуковых аэродинамических труб (АТ) с камерами Эйфеля, имеющих сравнительно большие поперечные размеры рабочих частей ( $> 100$  см), эта проблема является наиболее серьезной из-за сильных турбулентных течений в зонах, примыкающих к ядру потока.

В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований смещений оси лазерного пучка, прошедшего рабочую часть сверхзвуковой АТ с камерой Эйфеля.

Случайные смещения пучка в двух взаимно перпендикулярных направлениях регистрировались с помощью двумерного позиционно-чувствительного фотоэлемента (ПЧФ) — инверсного фотодиода. В качестве источника излучения использовался одномодовый аргоновый лазер с длиной волны  $\lambda = 514,5$  нм и мощностью пучка 0,1 Вт. Установленная за лазером фокусирующая оптическая система формировала на расстоянии 4 м в области размещения ПЧФ пучок диаметром 0,5 мм (на уровне  $e^{-0,5}$ ). Запись сигналов по двум координатам в аналоговом виде осуществлялась через усилители на магнитную ленту двухканального магнитофона. Последующая обработка сигналов, записанных на замкнутую магнитную ленту при средней длительности реализации 10 с, велась на анализаторе гармоник низких частот С5-3. Полученные спектры записывались на самописце уровня электрических колебаний Н110. Параллельно сигналы обрабатывались на аналоговом корреляторе, с которого снимались показания среднеквадратичных значений, и определялась нормированная временная корреляционная функция.

В процессе эксперимента проверялась эффективность использования защитных экранов на трассе лазерного пучка. Экраны, выполненные из металлических труб диаметром 30 мм, устанавливались с обеих сторон от потока и экранировали участки трассы от стенок рабочей части до зоны смещения (для устранения влияния на ядро потока).

Исследования поперечных смещений центра пучка проводились при числах  $M$  потока от 0,9 до 3,5. При этом особое внимание уделялось снижению влияния вихрей на элементы конструкции оптической системы.

Один из основных результатов эксперимента представлен на рис. 1, где показаны среднеквадратичные отклонения центра пучка для горизонтальных (см. рис. 1) смещений. При этом обращает на себя внимание высокий уровень отклонений пучков ( $\sim 0,2-0,25$  мм) для всех режимов работы АТ (точки 1). Применение защитных экранов, которые, однако, не устраняют влияния зоны смещения, позволяет уменьшить степень случайных отклонений пучков от 2 до 7 раз в диапазоне чисел  $M$  от 2 до 3. Данное обстоятельство указывает на значительное влияние турбулентных течений в зоне внешней части камеры Эйфеля. Изображенные на рисунке сплошные кривые представляют приближенную оценку влияния зоны смещения на величину среднеквадратичных отклонений в зависимости от числа  $M$  потока и рассчитаны по формуле

$$\sigma \sim (1 + 0,2M^2)^{-2,25} M. \quad (1)$$

Оценка (1) сделана в предположении, что дисперсия смещений пучка пропорциональна структурной постоянной показателя преломления среды  $C_n^2$  [1], значение которой определяется известным соотношением [2]

$$C_n^2 = \text{const} (P/T^2)^2 \langle (T_1 - T_2)^2 \rangle / \rho^{2/3}. \quad (2)$$

Здесь  $\bar{P} = P_{ст}$  — статическое давление,  $\bar{T} = T_{ст}$  — статическая температура ( $T_1 -$