

ЛАЗЕРНЫЕ ДОПЛЕРОВСКИЕ АНЕМОМЕТРЫ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗАЦИИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В. А. ГАПОНОВ, Я. Я. ТОМСОНС
 (Новосибирск)

УДК 519.2 : 681.2.082

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ ЛДИС С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Характерной особенностью ЛДИС является неравномерность дискретизации исследуемого процесса — свойство, присущее оптическим методам диагностики потоков. Эту особенность приходится учитывать при использовании различной электронной аппаратуры ЛДИС, выбор которой обусловлен концентрацией частиц, отношением сигнал/шум и другими факторами.

В одночастичном режиме текущие оценки мгновенной скорости определяются, как правило, с помощью счетных электронных схем. Максимальное значение огибающей доплеровского сигнала соответствует моменту времени t_k ($k = 1, 2, \dots$), когда рассеивающая частица находится ближе всего к центру измерительного объема.

В результате дальнейшей обработки доплеровского сигнала, осуществляемой обычно аппаратурными средствами, каждому такому моменту времени t_k ставится в соответствие измеренная доплеровская частота ω_k . Таким образом, в случайные моменты времени t_k измеряются мгновенные значения скорости $X(t_k)$, соответствующие ω_k .

Рассмотрим вопросы оценивания интегральных характеристик случайных процессов при стохастической дискретизации, полученной в одночастичном режиме ЛДИС.

Выборочное среднее. Оценивание характеристик типа выборочного среднего

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X(t_k) \quad (1)$$

не представляет особой сложности. Однако неравномерность процедуры дискретизации приводит к тому, что дисперсия оценки (1) зависит не только от свойств процесса $X(t)$, но и от вероятностных характеристик последовательности t_k , определяющей моменты дискретизации.

Статистические свойства оценки (1) исследовались в работе [1] для трех типов корреляционной функции стационарного процесса $X(t)$, было получено выражение дисперсии для случая, когда дискретизация осуществляется в соответствии с законом Пуассона. Более общее выражение дисперсии выборочного среднего получено в [2], в которой показано, что

$$D[\bar{X}_N] = \int_{-\infty}^{\infty} W_N(f) S_X(f) df, \quad (2)$$

где

$$W_N(f) = (1/N^2) \{ N [1 - \varphi_{\xi}^2(f)] - 2\varphi_{\xi}(f)[1 - \varphi_{\xi}^N(f)] / [1 - \varphi_{\xi}(f)]^2 \},$$

$S_X(f)$ — спектральная плотность процесса $X(t)$, а $\varphi_\xi(f)$ — характеристическая функция случайных величин $\xi_k = t_{k+1} - t_k$ (предполагается, что ξ_k независимы и одинаково распределены).

Будем считать в дальнейшем, что $M[X(t)] = 0$ ($-\infty < t < \infty$).

Оценивание спектральной плотности (СП). Одной из задач обработки результатов измерений, полученных с помощью ЛДИС, является задача оценивания СП случайного процесса $X(t)$ по последовательности наблюдаемых значений $\{t_k, X(t_k)\}$.

Один из известных подходов к решению указанной задачи состоит в следующем [3]: по измеренным значениям $\{t_k, X(t_k)\}$ сначала восстанавливается реализация процесса $X(t)$, а затем проводится периодическая дискретизация и применяются традиционные методы цифрового спектрального анализа. Однако восстановление реализации, вообще говоря, вносит в получаемую при этом выборочную оценку спектральной плотности дополнительную погрешность. Эта погрешность существенно зависит не только от способа восстановления реализации, основанного, допустим, на интерполяции исходного сигнала, но и, что самое главное, от свойства последовательности t_k .

Вместе с тем известны методы определения спектральной плотности, не опирающиеся на восстановление траектории процесса $X(t)$. Такая задача решается непосредственно, при этом используются выборочные значения $X(t_k)$ и априорная информация о структуре последовательности t_k . Для некоторых известных моделей стохастической дискретизации такой подход позволяет, в принципе, получить искомую оценку СП. Однако и в этом случае область применения алгоритмов спектрального анализа ограничена жесткими требованиями, предъявляемыми к структуре последовательности t_k . В этой связи следует упомянуть работы Месри [4], Гастера и Робертса [5] и некоторых других авторов, решавших задачу оценивания СП для случая, когда дискретизация осуществляется в соответствии с законом Пуассона. Следует обратить внимание на принципиальное различие между исходным точечным процессом и точечным процессом, регистрируемым при помощи измерительной аппаратуры. Обычно считается, что точечный процесс моментов попадания рассеивающих частиц в измерительный объем подчиняется закону Пуассона. Это предположение опирается, как правило, на общие рассуждения о «чисто случайном» поведении частиц в исследуемой среде [5]. Даже если это и так, то регистрируемый точечный процесс отличается от исходного и не является пуассоновским.

Имеется несколько причин, нарушающих структуру первоначально го процесса. Одна из них состоит в том, что часть отсчетов несет недостоверную информацию о контролируемом параметре потока и поэтому «бракуется» в процессе аппаратурного измерения или при цифровой обработке сигнала ЛДИС.

Другая причина состоит в следующем. Пусть поступающие на вход ЛДИС частицы подчиняются закону Пуассона. Реальная измерительная аппаратура имеет так называемое «мертвое» время, необходимое для фиксации и обработки очередного отсчета. Поэтому число регистрируемых отсчетов на временном интервале $0 < t \leq T$ распределено приблизительно по нормальному закону [6]. Это значит, что предположение о пуассоновском распределении частиц в пространстве должно использоваться с большой осторожностью при практическом оценивании СП.

Для более широкого класса точечных процессов t_k задача оценивания СП решается в работах [7, 8]. Основная идея этого метода такова: по имеющейся последовательности $\{t_k, X(t_k)\}$ строится последовательность $\{I_n, u_n, z_n\}$ такая, что

$$z_n = I_n y_n, \quad y_n = X(nh + u_n) \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (3)$$

где h — шаг синхронизации; I_n — последовательность случайных вели-

чин, удовлетворяющих условию $P\{I_n = 0\} + P\{I_n = 1\} = 1$; u_n — последовательность случайных величин, удовлетворяющая условию

$$P\{0 \leq u_n < 1 | I_n = 1\} = 1$$

и определенная, вообще говоря, лишь для тех значений n , при которых $I_n = 1$.

Один из возможных вариантов построения последовательности $\{I_n, u_n, z_n\}$ состоит в следующем. Введем в рассмотрение последовательность непересекающихся интервалов $L_n = [nh, nh + h)$ ($n = 1, 2, \dots$). Примем $I_n = 0$ и $z_n = 0$ при условии, что интервал L_n не содержит ни одного отсчета времени t_k , и $I_n = 1$ в противном случае. Для тех значений n , при которых $I_n = 1$, обозначим символом t'_n минимальное значение t_k , принадлежащее интервалу L_n , и примем $z_n = X(t'_n)$, $u_n = t'_n - nh$.

Если I_n является стационарной в широком смысле случайной последовательностью, причем $M[I_n I_{n+m}] > 0$ для всех натуральных n и m , u_n — последовательностью независимых одинаково распределенных случайных величин с общей характеристической функцией $\Phi_u(f)$ и $S_x(f) = 0$ вне интервала $-1/2h < f < 1/2h$, то построенная последовательность $\{I_n, u_n, z_n\}$ сохраняет информацию о СП процесса, и при этом [8]

$$S_x(f) = h\Phi(fh)[S_y(fh) - C], \quad |f| \leq 1/2h, \quad (4)$$

где

$$C = \int_{-1/2}^{1/2} [\Phi(g) - 1] S_y(g) dg / \int_{-1/2}^{1/2} \Phi(g) dg,$$

$$\Phi(g) = |\Phi_u(g/h)|^{-2}, \quad S_y(g) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_y(m) \exp(-i2\pi gm),$$

$$R_y(m) = R_z(m) / [R_I(m) + p^2], \quad p = M[I_n],$$

а $R_I(m)$, $R_z(m)$ — корреляционные функции случайных последовательностей I_n и z_n соответственно.

Если функции $B_I(m) = R_I(m) + p^2$ и $\Phi(g)$ априори известны, то соотношения (4) могут быть использованы для построения соответствующей асимптотически несмещенной и состоятельной оценки СП процесса $X(t)$ [7]. В противном случае по измеренным значениям $\{I_n, u_n, z_n\}$, наряду с выборочной оценкой функции $R_z(m)$, вычисляются также оценки функций $B_I(m)$ и $\Phi(g)$ и осуществляется преобразование (4). Оценки функций $B_I(m)$ и $R_z(m)$ вычисляются с применением алгоритма быстрого преобразования Фурье. Для получения выборочных значений функции $\Phi(g)$ ($-1/2 \leq g \leq 1/2$) предварительно вычисляется оценка характеристической функции случайных величин u_n . С целью повышения вычислительной эффективности ее оценка строится для фиксированного числа значений аргумента, а затем применяется аппарат кубических сплайнов.

Алгоритмы оценивания СП в условиях случайной дискретизации реализованы в виде пакета прикладных программ [9].

Результаты численного моделирования. Отсутствие стандартных тарифовочных стенов не позволило провести полную метрологическую аттестацию использованного в эксперименте ЛДИС. Тем не менее о качестве алгоритмов оценивания СП в известной степени можно судить по результатам решения модельных задач. Приведем некоторые наиболее характерные примеры численного эксперимента.

Пример 1. Тестовый сигнал — синусоида с частотой 0,0625 Гц. Дискретизация этой синусоиды проводится по закону Пуассона с параметром $\lambda = 1$.

Пример 2. Тестовый сигнал представляет собой сумму трех синусоид с частотами 0,125, 0,25 и 0,375 Гц соответственно. Все три синусоиды имеют одинаковую амплитуду. Дискретизация осуществляется в соответствии с законом Пуассона ($\lambda = 1$).

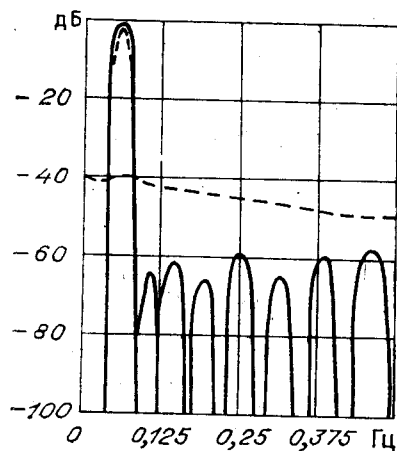


Рис. 1.

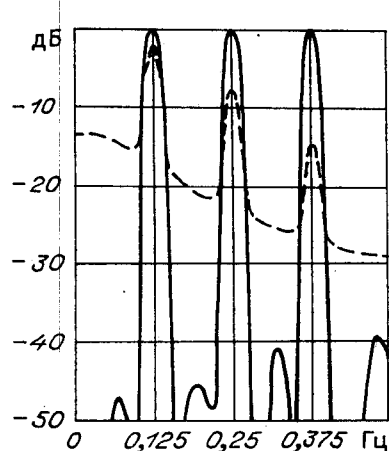


Рис. 2.

Пример 3. Тестовый сигнал — синусоида с частотой 0,25 Гц. Дискретизация проводится по закону Пуассона ($\lambda = 0,25$). На один период синусоиды, таким образом, приходится в среднем один отсчет.

Для указанных трех примеров обработка велась по реализации, соответствующей интервалу времени $T = 48\,000h$ ($h = 1$ с), с использованием четырехчленного корреляционного окна Блэкмана — Хэрриса.

На рис. 1—3 непрерывной линией изображены соответствующие сглаженные выборочные СП, полученные с помощью соотношений (4). На тех же рисунках штриховой линией показаны сглаженные выборочные СП, полученные традиционным методом после ступенчатой интерполяции исходной дискретной последовательности, а штрихпунктирной — после интерполяции кубическими сплайнами (см. рис. 3).

Уровень ложных лепестков сглаженной выборочной спектральной плотности заметно снижается по мере возрастания длины реализации. Так, при обработке тестового сигнала, приведенного в примере 1, при $T = 16\,000h$ максимальный уровень ложных лепестков достигал -46 дБ, а при увеличении длины реализации втрое — падал, как видно на рис. 1, до -58 дБ.

Пример 4. Тестовый сигнал — синусоида с частотой 0,05 Гц. На этот раз при дискретизации полагалось $\xi_k = 2 + 2\eta_k$, где η_k — последовательность экспоненциально распределенных случайных величин с единичным математическим ожиданием. На рис. 4 показана оценка спектральной плотности, полученная по реализации, соответствующей интервалу времени $T = 48\,000h$ (при вычислениях принималось $h = 5$).

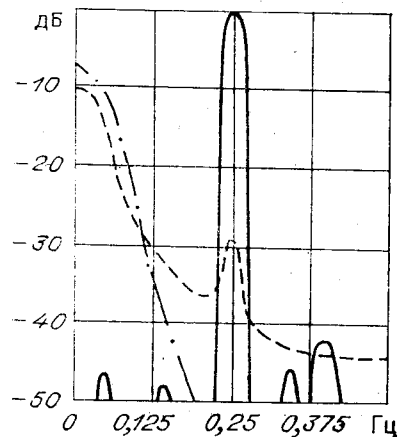


Рис. 3.

Сопоставление результатов оценивания спектральной плотности, полученных на основе ступенчатой интерполяции сигнала $X(t)$, интерполяции $X(t)$ кубическими сплайнами, применения алгоритма (4), показало, что при относительно высокой средней частоте дискретизации ($\sim 100/h$) с помощью всех трех методов достигается удовлетворительная точность оценивания СП $S_x(f)$, поэтому в этих условиях применение на практике ступенчатой интерполяции представляется правомерным; при средней частоте поступления отсчетов последовательности t_k ($\sim 10/h$) ступенчатая интерполяция приводит к появле-

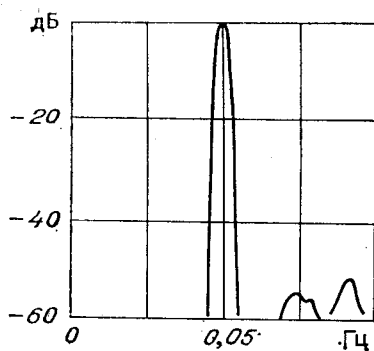


Рис. 4.

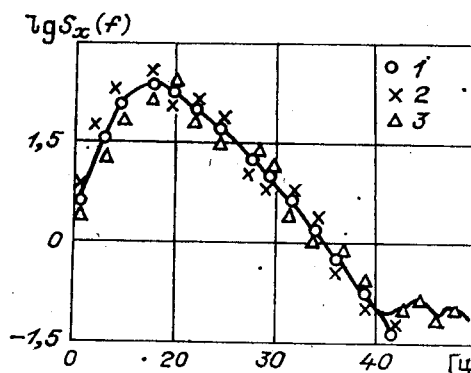


Рис. 5.

нию заметной систематической погрешности, в то время как алгоритм (4) и интерполяция с помощью кубических сплайнов позволяют получить требуемый результат с достаточно высокой точностью; при относительно низкой средней частоте дискретизации ($\sim 1/h$) интерполяционные методы (и это хорошо видно на примере 3) существенно уступают по точности непосредственному оцениванию спектральной плотности согласно алгоритму (4).

Некоторые вопросы организации измерений. Характерная особенность практического применения соотношений (4) состоит в использовании специальной процедуры «привязки» последовательности отсчетов $\{t_k, X(t_k)\}$ к модели случайной дискретизации (3). Эту процедуру можно осуществить как программными, так и аппаратными средствами.

Этой цели служит специальное устройство формирования импульсной последовательности [8], на вход которого поступает последовательность $\{\xi_k, X(t_k)\}$, а на выходе формируется последовательность (I_n, u_n, z_n) , которая и вводится в оперативную память ЭВМ. При использовании устройства облегчается синхронизация первичных преобразователей с ЭВМ. Вся процедура измерения может быть спланирована с учетом наличия «мертвого» времени первичных преобразователей и приемопередающей аппаратуры. Если, например, h — интервал времени между синхронизирующими импульсами, к которым осуществляется «привязка» отсчетов $X(t_k)$, и Δ — указанное выше «мертвое» время, то фиксацию процесса $X(t)$ можно проводить лишь в те случайные моменты времени t_k , которые приходятся на интервалы времени $[nh, nh + h - \Delta)$, $n = 1, 2, \dots$ (предполагается, что $\Delta < h$).

Возникает вопрос, как ослабить зависимость (если таковая существует) средней интенсивности точечного процесса, определяющего моменты дискретизации, от амплитуды исследуемого процесса $X(t)$. При выводе алгоритма восстановления спектральной плотности, а также в приведенных выше примерах считалось, что средняя интенсивность последовательности t_k не зависит от измеряемого процесса $X(t)$. Следующий пример выходит за рамки делавшихся ранее предположений.

Пример 5 [10]. Аппаратными средствами генерировалась реализация случайного процесса, которая затем подвергалась периодической дискретизации (1), случайной дискретизации в соответствии с законом Пуассона (2), случайной дискретизации, при которой интенсивность линейно зависела от амплитуды генерируемого сигнала (3). Затем осуществлялась «привязка» измеренных значений $\{t_k, X(t_k)\}$ к модели стохастической дискретизации (3) и проводилось вычисление на ЭВМ оценки спектральной плотности. При этом оценка строилась по интервалу времени $T = 16$ с с частотой синхронизации $\nu = 1/h = 500$ Гц. Результаты вычислений приведены на рис. 5. Зависимость интенсивности точечного процесса t_k от амплитуды измеряемого сигнала приводит, разумеется,

к систематической погрешности, величина которой зависит не только от вероятностных свойств процесса $X(t)$ и последовательности t_n , но и от характера указанной зависимости. Проведенные численные эксперименты не выявили, однако, сильного влияния этой зависимости на результат вычислений. Этот факт объясняется, по-видимому, тем обстоятельством, что в процессе «привязки» последовательности $\{t_n, X(t_n)\}$ к модели (3) происходит «прореживание» исходной точечной последовательности t_n и вместе с тем ослабляется зависимость между получаемой в результате последовательностью t'_n и исследуемым процессом $X(t)$. Указанная зависимость может быть еще более ослаблена путем дополнительного «прореживания» входного точечного потока [11].

Замечания. 1. Одночастичному режиму соответствует модель (3) общего вида. Частный случай модели (3) при $u_n = 0$ ($n = 1, 2, \dots$) соответствует равномерной дискретизации со случайными пропусками наблюдений. К нему можно свести модель дискретизации сигналов следящего демодулятора ЛДИС [12]. Это обстоятельство примечательно тем, что позволяет проводить обработку и интерпретацию доплеровских сигналов в условиях отсутствия полного описания модели демодулятора как следящей системы. При этом в ЭВМ кроме дискретизованных значений сигнала обратной связи вводится дискретная индикаторная последовательность I_n ($n = 1, 2, \dots$) [13].

2. Оценка скорости, измеренной с помощью следящих демодуляторов ЛДИС, может быть улучшена, если использовать ее коррекцию

$$X(t) = X_{oc}(t) + e_f(t),$$

где $X_{oc}(t)$ — аппаратурная оценка мгновенной скорости, полученная с помощью следящего демодулятора; $e_f(t)$ — оценка погрешности измерения мгновенной скорости. В следящем демодуляторе [12] $e_f(t)$ может быть оценена по формуле [14]

$$e_f(t) = [x_1(t)x_2'(t) - x_1'(t)x_2(t)]/[x_1(t)x_2(t)],$$

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ — сигналы на выходах фильтров низкой частоты ортогональных каналов. Численное оценивание $e_f(t)$ относится к классу некорректно поставленных задач и может быть реализовано, например, на основе решения интегрального уравнения 1-го рода со специальным ядром или применения сглаживающих сплайн-функций. Для обоих случаев разработаны пакеты программ, но следует отметить, что такая обработка требует значительных вычислительных ресурсов и оправдана лишь в ответственных метрологических испытаниях.

3. Когда отношение сигнал/шум недостаточно для работы схем, работающих в счетном и следящем режимах, используют режим анализатора спектра следящего демодулятора или просто анализаторы спектра.

Обработка сигнала ЛДИС, снятого в режиме анализатора спектра, связана или с восстановлением моментов (первого и второго) для оценки средней скорости и степени турбулентности, или с восстановлением плотности вероятности турбулентных пульсаций согласно модели [15]

$$G_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega - \omega') G_1(\omega') d\omega' + \Theta(\omega), \quad (5)$$

где $G_0(\omega)$ — аппаратурная функция, $\Theta(\omega)$ — шум измерения, $G_1(\omega)$ — восстанавливаемая функция, $G_2(\omega)$ — зарегистрированный результирующий спектр.

Для решения уравнения типа (5) предложена эффективная по количеству вычислительных операций регуляризирующая процедура [16].

ВЫВОДЫ

1. Модель дискретизации (3) описывает ЛДИС с различными типами электронных схем при различных концентрациях рассеивающих частиц и упрощает построение систем сбора данных ЛДИС.

2. Алгоритм (4) позволяет получать надежные оценки СП при низких концентрациях рассеивающих частиц, тем самым расширяет область применения ЛДИС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daudpota O. T., Dowrick G., Greated C. A. Estimation of Moments of a Poisson-Sampled Random Process.—J. Phys. Ser. A: Math. Gen., 1977, vol. 10, N 4, p. 471—483.
2. Гапонов В. А., Томсонс Я. Я. Об оценке математического ожидания стационарного процесса. — IEEE Trans. Inform. Theory, 1978, vol. IT-24, N 2, p. 173—183.
5. Gaster M., Roberts J. B. Spectral Analysis of Randomly Sampled Signals.—J. Inst. Math. Applic., 1975, vol. 15, N 2, p. 195—216.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.— М.: Мир, 1967, т. 2.
7. Гапонов В. А., Томсонс Я. Я. Определение спектральной плотности непрерывного случайного процесса при неравномерной дискретизации.— В кн.: Алгоритмы обработки теплофизического эксперимента. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1975, с. 146—154.
8. Томсонс Я. Я., Гапонов В. А., Данилов Н. С., Титков В. И. Адаптация преобразователей со стохастической дискретизацией к системам сбора данных.— В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности. [Труды III Всесоюз. совещ., Новосибирск, 1976]. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1977.
9. Томсонс Я. Я., Гапонов В. А., Ишкович Е. И. Пакет прикладных программ для спектрального анализа случайных процессов в условиях неравномерной дискретизации.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. [Тез. докл. VI Всесоюз. конф.]. Новосибирск: изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1981.
10. Томсонс Я. Я., Гапонов В. А., Кириллов К. М., Титков В. И. Некоторые аспекты обработки сигналов при неравномерной дискретизации.— В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности. [Материалы III Всесоюз. совещ.]. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1980.
11. Гапонов В. А., Данилов Н. С., Титков В. И., Томсонс Я. Я. Устройство для формирования импульсной последовательности. (Автор. свид-во № 752 310).— БИ, 1980, № 28.
12. Титков В. И., Томсонс Я. Я., Данилов Н. С. Лазерный доплеровский измеритель скорости (ЛДИС).— В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности [Материалы III Всесоюз. совещания]. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1980.
13. Томсонс Я. Я. и др. Сопряжение ЛДИС с ЭВМ М-4030.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. [Тез. докл. Всесоюз. конф.]. Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1979.
14. Wilmshurst T. H., Rizzo J. E. An Autodyne Frequency Tracker for Laser Doppler Anemometry.— J. Phys. Ser. E: Sci. Instruments, 1974, vol. 7, p. 924—930.
15. Ринкевичус Б. С., Смирнов В. И. Оптический доплеровский метод исследования турбулентных потоков с использованием спектрального анализа сигнала.— Квант. электроника, 1973, № 2 (14).
16. Воскобойников Ю. Е., Томсонс Я. Я. Выбор параметра регуляризации и ошибки восстановления входного сигнала в методе статистической регуляризации.— Автометрия, 1975, № 4.

Поступила в редакцию 23 декабря 1981 г.