

24. Ведерников В. М. и др. Применение лазерных интерферометров для контроля и юстировки отсчетных систем тяжелых станков.— Станки и инструмент, 1978, № 4.
25. Горелик Г. С. О применении модуляционного метода в оптической интерферометрии.— ДАН, 1952, т. 83, № 549.

Поступила в редакцию 7 июля 1982 г.

УДК 530.145

Е. А. КУЗНЕЦОВ, В. С. ЛЬВОВ, С. Л. МУШЕР,
А. А. ПРЕДТЕЧЕНСКИЙ, А. М. РУБЕНЧИК
(Новосибирск)

НЕЛИНЕЙНАЯ ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА И КИНЕТИКА

Введение. В последние два десятилетия нелинейные волновые явления привлекают особое внимание физиков различных специальностей. Это связано в основном с созданием мощных СВЧ-генераторов и лазеров, с исследованиями в области управляемого термоядерного синтеза,— другими словами, с появлением интересных и важных экспериментальных ситуаций, в которых взаимодействие волн играет определяющую роль.

В последние годы в ИАиЭ СО АН СССР выполнен цикл работ по изучению динамических и кинетических эффектов в системе взаимодействующих «нелинейных» волн различной природы: спиновых волн в ферродиеlectricах, различных типов волн в плазме и, наконец, волновых и вихревых движений слабосжимаемой жидкости. Рассмотрение такого широкого круга вопросов связано с тем, что нелинейные волновые эффекты в различных средах имеют много общего, поэтому их следует изучать с общей точки зрения, отвлекаясь по возможности от конкретных свойств среды. Адекватным такому подходу способом описания нелинейных волн является классический гамильтоновский формализм.

Гамильтоновский метод, последовательно используемый в наших работах, применим к широкому классу слабо взаимодействующих и слабо диссипативных волновых систем, он предельно четко проясняет их общие свойства. Вся информация, необходимая и достаточная для изучения распространения невзаимодействующих волн, содержится в их законе дисперсии, в то время как уравнения движения для волн, записанные в естественных переменных среды, могут сильно отличаться друг от друга. Точно так же остальные коэффициенты разложения функции Гамильтона в ряд по амплитудам волн определяют их нелинейное взаимодействие.

Нетривиальным моментом при переходе к гамильтоновскому описанию является формулировка естественных уравнений среды в каноническом виде. Дело в том, что связь канонических переменных с естественными часто оказывается сложной, нелинейной и нелокальной, а регулярная процедура отыскания этой связи отсутствует. Однако к настоящему времени канонические переменные известны для подавляющего большинства физических задач. В частности, в наших работах найдены канонические переменные для уравнения Блоха, описывающего спиновые волны в магнетиках, и для магнитной гидродинамики.

Сходство нелинейных эффектов в различных средах и создание универсального способа их описания позволяют говорить о возникновении новой области физики — физики нелинейных явлений. Ее проблемы исключительно трудны для решения. Эти трудности имеют много общего с трудностями макроскопической физики вообще. Можно написать исходные уравнения — уравнения гидродинамики, Максвелла, Шредингера, но нельзя, как правило, их точно решить. Количество различных ситуа-

ций и, следовательно, задач, возникающих в физике нелинейных явлений, остается огромным даже при переходе к одному каноническому методу описания. Естественно выделить при этом несколько ключевых проблем, классов задач, детальное изучение которых в упрощенных ситуациях выработывает общую точку зрения, создает физическую картину явлений, помогающую затем разобраться в конкретных задачах и в ряде случаев их удовлетворительно решить.

Первым таким классом задач является изучение свойств нескольких «универсальных» нелинейных уравнений. Прежде всего это отыскание фундаментальных решений в виде уединенных волн — солитонов, стационарных периодических волн и исследование их устойчивости, позволяющее ответить на вопрос об их реализации в природе. Эти результаты описаны в разд. 1.

Следующий класс задач относится к случаю, когда в среде одновременно возбуждено большое число волн, причем взаимодействие между ними является относительно слабым, так что может учитываться по теории возмущений. Чрезвычайно широкий круг явлений можно адекватно описать уже в первом порядке теории возмущений — приближении самосогласованного поля, когда взаимодействие приводит только к перенормировке линейных характеристик волн: частоты, затухания, накачки. Описание именно таких явлений и посвящена основная часть теоретических исследований. Прежде всего, это созданная в этих работах нелинейная теория параметрического возбуждения волн в сплошных средах (разд. 2). Она объяснила широкую совокупность экспериментальных факторов по параметрическому возбуждению спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках, предсказала ряд новых нетривиальных эффектов, обнаруженных впоследствии экспериментально.

Другая группа задач, рассмотренных в этом разделе, связана с теорией турбулентности изотермической плазмы. Основным нелинейным процессом в этом случае является индуцированное рассеяние на ионах или нелинейное затухание Ландау. Построенная теория позволяет описать взаимодействие с плазмой электронного пучка и мощного электромагнитного излучения в ряде экспериментальных ситуаций.

Для целого ряда других физических явлений эффекты самосогласованного поля несущественны и необходимо учитывать взаимодействие во втором порядке теории возмущений, что приводит к кинетическому уравнению для волн. В третьем разделе описаны полученные нами точные решения кинетических уравнений — колмогоровские спектры слабой волновой турбулентности.

В разд. 2, 3 речь идет о слабой волновой турбулентности, когда нелинейность мала и можно развить регулярные методы описания. В обратном случае турбулентность является сильной и регулярные методы описания отсутствуют. Классический пример — гидродинамическая турбулентность, включающая чрезвычайно широкий круг вопросов, задач и проблем. Две такие проблемы изучаются нами экспериментально, теоретически и с помощью ЭВМ. Это проблема перехода от ламинарного течения жидкости к турбулентному (разд. 4) и проблема распределения энергии по масштабам, т. е. спектров развитой однородной гидродинамической турбулентности (разд. 5). Интерес к первой из этих проблем резко возрос в последнее десятилетие в связи с тем, что был понят механизм возникновения стохастичности в простых динамических системах, обусловленный появлением в их фазовом пространстве странного аттрактора. Поэтому было весьма интересно и важно понять, какое отношение они имеют к конкретным физическим явлениям. В этой связи нами выполнено первое детальное исследование поэтапного режима перехода к турбулентности для классического кругового течения Куэтта в длинном цилиндре. Наши эксперименты продемонстрировали весьма сложную последовательность режимов по мере увеличения числа Рейнольдса. Была предложена простая феноменологическая система уравнений, описывающая эти режимы, и с помощью численного моделирования в ее фазовом простран-

ве обнаружен стохастический аттрактор. Успех в изучении этой проблемы был бы невозможен без широкого использования средств автоматизации и варьируемой обработки больших массивов данных в ритме эксперимента. Эти результаты представлены в разд. 4. Изложению ряда теоретических результатов по спектрам развитой однородной гидродинамической турбулентности посвящен последний, пятый раздел.

В заключение надо сказать, что сложность нелинейных явлений, необходимость формулирования совершенно новых представлений и методов потребовали комплексного подхода к изучаемым проблемам. Его основная черта — одновременное использование методов теоретической физики, численного и натурального экспериментов. При таком стиле исследований неотъемлемым инструментом теоретиков и экспериментаторов являются ЭВМ, которые используются как традиционным образом для управления экспериментом, обработки данных и вычислений, так и для формирования новых представлений в результате численных экспериментов.

1. **Динамика нелинейных волн.** При исследовании нелинейных динамических уравнений существенное значение имеет нахождение их фундаментальных решений. Примером таких решений являются уединенные волны — солитоны, играющие важную роль в динамике нелинейных систем. Следующий этап — изучение устойчивости солитонов, позволяющее выяснить вопрос об их реализации в природе. Наиболее простой и физически наглядный метод решения задачи о существовании и устойчивости решений может быть сформулирован для гамильтоновских систем. Если гамильтониан, представляющий собой функционал от полевых переменных, ограничен снизу, то, согласно теореме Ляпунова, существует устойчивое решение, реализующее его минимум. Доказательство ограниченности гамильтониана для нелинейной волновой системы зачастую является весьма нетривиальным. Применение и развитие этого метода позволило доказать существование и устойчивость трехмерных ионно-звуковых солитонов в замагниченной плазме, двумерных звуковых солитонов в средах с положительной дисперсией, трехмерных солитонов, возникающих при трехволновом взаимодействии.

Другой важный пример фундаментальных решений нелинейных динамических уравнений — так называемые «когерентные структуры» в гидродинамике. Они возникают вблизи порога устойчивости ламинарных течений и определяют режим перехода к турбулентности. Хорошо известными «когерентными структурами» являются вихри Тейлора в круговом течении Куэтта. В наших работах было показано, что система вихрей является единственным устойчивым решением при слабой надкритичности. Найдена кривая нейтральной устойчивости — зависимость критического числа Рейнольдса от волнового числа k , подтвержденная в наших экспериментах.

При потере устойчивости ламинарных состояний, однородных и изотропных в плоскости, в уравнениях существенна квадратичная нелинейность. Именно она определяет геометрию слабонадкритических структур и их устойчивость. Развитие этой концепции позволило построить теорию слабонадкритических структур в двумерных системах, примененную затем к исследованиям слабонадкритической конвекции и изучению нелинейной стадии неустойчивости поверхности жидких диэлектриков во внешнем вертикальном электрическом поле. Для конвекции в горизонтальном слое установлено, что существование ячеек Бенара обязано, помимо известных факторов, также термокапиллярному эффекту и конечной деформации свободной поверхности. Это обстоятельство существенно при объяснении классических экспериментов Бенара по конвекции и Каули и Розенцвейга по феррожидкостям.

Особое место в исследованиях устойчивости занимает метод обратной задачи рассеяния. Существенная особенность этого подхода заключается в возможности исследовать устойчивость нелинейных решений относительно конечных возмущений. С помощью этого метода были изучены взаимодействие солитонов и кноидальных волн в средах со сла-

бой дисперсией и нелинейная стадия развития одномерной неустойчивости ленгмюровского конденсата. Значительные преимущества метода обратной задачи рассеяния дает и при исследовании устойчивости относительно малых возмущений. Решение проблемы в этом случае сводится к ряду линейных спектральных задач для операторов более низкого порядка, нежели исходное линеаризованное уравнение.

Наряду с этим развивался традиционный метод исследования устойчивости, основанный на теории возмущений. С его помощью решен ряд задач, имеющих важное практическое значение. Было установлено, в частности, что неустойчивы одномерные и двумерные высокочастотные солитоны в плазме, волноводное распространение света в диэлектриках, а также солитоны на поверхности жидкости и ленгмюровские солитоны. Эта неустойчивость приводит к образованию локализованных сгустков колебаний. Локализованные сгустки плазменных колебаний, как было показано в 1972 г. В. Е. Захаровым, могут схлопываться за конечное время. Процесс схлопывания во многом аналогичен самофокусировке света в нелинейном диэлектрике. В настоящее время ясно, что это явление носит общефизический характер. В частности, в работах сотрудников ИАиЭ СО АН СССР показано, что коллапс имеет место для электромагнитных нижнегибридных колебаний плазмы. Численное моделирование заключительной стадии ленгмюровского коллапса показало, что при схлопывании заметная часть захваченной энергии передается частицам. Коллапс плазменных колебаний поэтому представляет собой эффективный, чисто нелинейный механизм диссипации, который существенным образом влияет на пучковый и высокочастотный нагрев плазмы.

2. Кинетика волн и сингулярные спектры турбулентности в приближении самосогласованного поля. С ростом числа степеней свободы динамическое описание нелинейной системы резко усложняется, и естественно описывать ее статистически. Если характерные инкременты малы по сравнению с частотами взаимодействующих колебаний, удастся построить регулярную статистическую теорию — теорию слабой турбулентности.

2.1. Спектры турбулентности, обусловленные индуцированным рассеянием. Как уже отмечалось во введении, в первом порядке теории возмущений взаимодействие лишь перенормирует линейные характеристики колебаний. Нелинейная перенормировка затухания $\gamma_{ni}(k)$ описывает их индуцированное рассеяние на частицах, примесях, волнах другой природы.

Эти процессы сохраняют полное число волн и приводят лишь к их перераспределению в k -пространстве. Индуцированное рассеяние описывается интегродифференциальным уравнением, которое, несмотря на наличие диссипации, обладает гамильтоновской структурой. Поэтому его кинетика оказывается нетривиальной: система приходит к равновесию только благодаря малому шуму. Резкие аномалии имеют также и стационарные спектры, описывающие распределение энергии по волновым векторам. Прежде всего, они определены с большой степенью произвола, который снимается условием устойчивости стационарных решений. Эти условия имеют простой геометрический смысл: $\gamma_k = \gamma$ — поверхность (γ_k — линейное затухание) в k -пространстве волновых векторов лежит выше поверхности $\gamma_{ni}(k)$ и касается ее в точках, где возбуждены колебания. Структура γ_k и $\gamma_{ni}(k)$, вообще говоря, различна, и поэтому касание происходит в отдельных точках или на линиях (для случая аксиальной симметрии). Следовательно, стационарные спектры турбулентности являются сингулярными.

Развитие этих идей применительно к плазменной турбулентности позволило получить следующие результаты.

В изотропной плазме определены спектры, возбуждаемые электромагнитным излучением и электронным пучком; показано, что спектры резко анизотропны и имеют вид «струй» в k -пространстве, протянув-

шихся из зоны накачки в область малых волновых векторов; исследована тонкая структура спектров. Найдена скорость аномального поглощения энергии, обусловленная возбужденными колебаниями.

Были построены спектры высокочастотной турбулентности магнитоактивной плазмы с учетом как регулярной, так и стохастической неоднородности, всегда присутствующих в реальных экспериментах.

Эти результаты использовались при исследовании нижнегибридного нагрева плазмы — перспективного метода дополнительного нагрева плазмы в стационарных тороидальных установках. Была выяснена роль параметрических неустойчивостей при таком способе нагрева и показано, что выбором параметров возбуждающей системы можно предотвратить выделение энергии на периферии плазменного шнура и добиться равномерного прогрева плазмы в установке.

2.2. Параметрическое возбуждение волн в нелинейных средах. При возбуждении турбулентности когерентным излучением поглощение энергии существенно зависит от суммарной фазы волны накачки и возбуждающихся колебаний. Перенормировка накачки, вызванная взаимодействием, приводит к новому, фазовому механизму стабилизации неустойчивости. Его детальное изучение привело к созданию общей теории параметрического возбуждения волн в сплошных средах, получившей название *S*-теории.

Особенно подробно как теоретически, так и экспериментально было изучено возбуждение спиновых волн в ферродизлектриках. Эти эксперименты принадлежат к числу наиболее чистых в физике нелинейных волн, что объясняется относительной простотой их проведения (по сравнению с плазменным или нелинейно-оптическим экспериментом), а также высокими качествами кристаллов. Прежде всего *S*-теория позволила объяснить накопленные за полтора десятилетия до ее создания многочисленные экспериментальные результаты, полученные в классических работах Сула, Бломбергена, Деймона, Уанга, Шлеманна и др. Серьезным испытанием для *S*-теории был вопрос об автоколебаниях намагниченности при параметрическом возбуждении волн. Нами показано, что эти автоколебания являются коллективными колебаниями системы возбужденных волн и, в частности, объяснена их гигантская анизотропия в кубических ферромагнетиках. В дальнейшем в натурном и численном экспериментах было показано, что коллективные колебания могут быть как квазипериодическими, так и стохастическими аналогично колебаниям в гидродинамических течениях.

В работах, выполненных в ИАиЭ, теоретически предсказаны и экспериментально обнаружены следующие новые явления: жесткие фазовые корреляции в системе параметрически возбужденных волн, поэтапное возбуждение волн, двойной параметрический резонанс, неустойчивость пары волн и ее самофокусировка, наличие нелинейного сдвига частоты на ранних стадиях параметрической неустойчивости, перестройка равновесного состояния непараметрических волн и связанные с этим нелинейное затухание и гистерезис при возбуждении параметрических волн.

При детальном сравнении предсказаний теории с экспериментом учтены такие свойства кристаллов, как наличие различных видов дефектов и рассеяние волн поверхностью образца, получено обобщение *S*-теории на случай некогерентной накачки, результаты которого подтверждены экспериментом. Для определения тонкой структуры распределения волн потребовался выход за рамки приближения самосогласованного поля и последовательный учет рассеяния параметрически возбужденных волн с помощью диаграммной техники. Было показано, что распределение волн в почти изотропной среде является резко анизотропным, найдена форма линии их излучения. Полученные результаты совпадают с данными прецизионных экспериментов.

В последние годы в связи с увеличением возможностей эксперимента возник ряд новых проблем, связанных с взаимодействием мощного

пакета волн с равновесными. Наиболее интересным явлением в этом ряду является открытая нами кинетическая неустойчивость спиновых волн, приводящая к возникновению «квазиконденсата» с малыми волновыми векторами и появлению интенсивного перестраиваемого магнитным полем излучения из феррита.

В целом S -теория позволила объяснить результаты известных экспериментов и стимулировала постановку новых работ, проведенных в Институте физических проблем АН СССР, Физико-техническом институте АН СССР, Киевском государственном университете, Институте физики твердого тела АН СССР, Дальневосточном политехническом институте.

3. Колмогоровские спектры слабой волновой турбулентности. Если эффекты самосогласованного поля незначительны, эволюция слаботурбулентных спектров описывается кинетическим уравнением для волн. Изотропные степенные решения этих уравнений в области прозрачности (колмогоровские спектры) удается легко найти, если матричные элементы являются однородными функциями волновых векторов, а законы дисперсии взаимодействующих волн имеют одну и ту же степенную зависимость. В наших работах исследованы спектры турбулентности высокочастотных и низкочастотных волн с различными законами дисперсии. Эти решения удалось найти, используя малость изменения частоты в процессе взаимодействия.

Так же был подробно выяснен нетривиальный вопрос о реализации колмогоровских спектров и характере их установления. В изотропной среде обычно принято считать спектр турбулентности изотропным. Показано, что анизотропия возбуждения колебаний может приводить и в изотропной среде к резкой анизотропии турбулентности. В частности, исследованы анизотропные спектры неизотермической плазмы.

Были найдены также колмогоровские спектры турбулентности в анизотропных средах. В частности, получены распределения колебаний по углам и волновым векторам для высокочастотной турбулентности замагниченной плазмы и для замагниченных ионно-звуковых колебаний.

4. Переход к турбулентности в простых гидродинамических течениях. Одну из наиболее актуальных проблем гидродинамической турбулентности — проблему ее возникновения — можно сформулировать так: в чем причина случайного стохастического движения жидкости при больших скоростях? Какое отношение к этому имеет феноменологическая гипотеза Ландау и представление о стохастическом аттракторе? Этот вопрос изучался экспериментально, теоретически и с помощью ЭВМ на классическом примере течения Куэтта с вращающимся внутренним цилиндром.

Прежде всего, используя прецизионную механическую конструкцию ротора и электронную стабилизацию скорости вращения и температуры, удалось получить рекордную точность поддержания числа Рейнольдса (0,01%). Это позволило с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости определить пороги возбуждения вторичных течений с точностью лучше, чем 0,1%, и дало возможность зарегистрировать ряд тонких перестроек течения.

Далее было изучено поведение амплитуды азимутальных волн, образующихся вследствие неустойчивости внутренней границы пары вихрей Тейлора относительно изгибов, и показано, что амплитуда ведет себя в соответствии с нормальной бифуркацией Ландау — Хопфа. Оказалось, что азимутальные волны («быстрые» колебания) устойчивы только до надкритичности $\varepsilon = 0,02$, после чего наблюдается новое явление — модуляционная неустойчивость (или «медленное» движение), приводящая к разрушению пространственной когерентности колебаний. Применяя систему сбора данных на базе ЭВМ, удалось подробно изучить характер этой модуляционной неустойчивости, ее эволюцию с ростом числа Рейнольдса. Оказалось, что модуляция имеет сначала синусоидальный характер, который сменяется хаотическим. Хаотическая модуляция ($\sim 2\%$) затем сме-

няется периодической пилообразной модуляцией, после чего снова развивается «медленный» хаос.

Традиционно изучаемая в гидродинамике величина — спектр мощности сигнала — в этих процессах состоит из одного высокого пика (на 4 порядка выше уровня шума) со своими гармониками, однако его относительная ширина конечна и составляет 1%, что соответствует большому обратному периоду медленного движения.

Для объяснения данной последовательности бифуркаций была предложена конечномерная феноменологическая модель, описывающая взаимодействие ближайших вихрей. Прямое решение модели на ЭВМ с перебором ее параметров в диалоговом режиме и отображением фазовой траектории на графический дисплей позволило быстро оценить тип возникающих аттракторов. Выбор параметров модели осуществлялся из сравнения последовательности и топологии бифуркаций, наблюдаемых в натурном и численном экспериментах. Характер образования сложных аттракторов в этой модели (бифуркации удвоения, образование седлофокусов) свидетельствует о стохастичности в строгом смысле, что решает вопрос о природе хаотического поведения жидкости.

При дальнейшей эволюции системы с ростом числа Рейнольдса возникают новые «быстрые» движения, но уже хаотически промодулированные. Было обнаружено новое явление — блуждание траектории по этим быстрым движениям. Некоторое время течение колеблется с частотой, соответствующей одному быстрому движению, потом траектория притягивается к другому квазиаттрактору, соответствующему другой частоте, и т. д. С ростом числа Рейнольдса частота таких блужданий растет, что в спектральном представлении соответствует уширению линий и переходу к сплошному спектру, и спектр мощности явно становится сплошным.

5. Колмогоровские спектры развитой гидродинамической турбулентности. При переходе к развитой турбулентности в области больших чисел Рейнольдса спектр становится сплошным не только по частотам, но и по волновым векторам. В этом режиме в инерционном интервале формируется универсальный степенной спектр Колмогорова — Обухова, который был получен из соображений размерности и подтвержден с хорошей точностью наблюдениями над атмосферной турбулентностью. Последовательной теории этого явления до сих пор нет. Трудности, которые здесь возникают, связаны с тем, что развитая гидродинамическая турбулентность представляет собой одну из систем с сильным взаимодействием. Попытки построения такой теории до сих пор так или иначе были связаны с различными приближениями, среди которых наиболее разумным является приближение прямых взаимодействий. Это приближение удовлетворительно описывает турбулентность в энергосодержащем интервале, но в инерционном — завышает роль взаимодействия с длинноволновыми пульсациями.

В теории развитой гидродинамической турбулентности в ИАиЭ СО АН СССР был получен ряд результатов. Во-первых, проанализирована бесконечная цепочка стационарных уравнений для момента поля скорости и показано, что эта цепочка имеет решение с положительными значениями индексов. Это решение основывается на предположении локальности взаимодействия, при этом старшие моменты ни в каком смысле не являются малыми. Во-вторых, построена улучшенная модель прямых взаимодействий, исключаящая кинематический эффект переноса вихрей малого масштаба крупномасштабными вихрями. Показано, что уравнения данной модели, обладающие свойствами локальности, имеют решение в виде колмогоровского спектра. В-третьих, изучено влияние сжимаемости и гиротропии на спектры турбулентности. Показано, что на фоне колмогоровского спектра формируется спектр, соответствующий постоянному потоку гиротропии по масштабам. Найдена добавка к спектру за счет сжимаемости, спадающая в инерционном интервале быстрее, чем колмогоровский спектр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Е. А., Михайлов А. В. Устойчивость стационарных волн в нелинейных средах с дисперсией.— ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 1727.
2. Кузнецов Е. А. Коллапс электромагнитных волн в плазме.— ЖЭТФ, 1974, т. 66.
3. Мушер С. Л., Стурман Б. И. О коллапсе плазменных волн вблизи нижнего гибридного резонанса.— Письма в ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 537.
4. Кузнецов Е. А., Спектор М. Д. О существовании гексагонального рельефа на поверхности жидкого диэлектрика во внешнем электрическом поле.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 262.
5. Львов В. С., Рубенчик А. М. Квазидинамическое описание пространственно-неоднородных сингулярных спектров слабой турбулентности.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 127.
6. Кузнецов Е. А., Спектор М. Д. О слабонадкритической конвекции.— ПМТФ, 1980, № 2, с. 262.
7. Кузнецов Е. А., Турицын С. К. О двумерных и трехмерных солитонах в слабодиспергирующих средах.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1457.
8. Kuznetsov E. A., Mikhailov A. V. On Topological Meaning of Clebsch Variables.— Phys. Lett., 1980, vol. 77A, p. 37.
9. Захаров В. Е., Львов В. С., Старобинец С. С. Турбулентность спиновых волн за порогом их параметрического возбуждения.— УФН, 1974, т. 114, с. 609.
10. Гранкин В. Л. и др. Вторичная турбулентность параметрически возбужденных спиновых волн.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 763.
11. Лавриненко А. В. и др. Кинетическая неустойчивость сильно неравновесной системы спиновых волн и перестраиваемое излучение феррита.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 1022.
12. Рубенчик А. М., Рыбак И. Я., Стурман Б. И. О высокочастотном нагреве плазмы в сильном магнитном поле.— ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 1364.
13. Захаров В. Е., Мушер С. Л., Рубенчик А. М. Слабая ленгмюровская турбулентность изотермической плазмы.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 155.
14. Рубенчик А. М. Об аномальном поглощении электромагнитной волны с частотой, близкой к удвоенной плазменной.— ЖЭТФ, 1975, т. 8, с. 1005.
15. Musher S. L., Rubenchik A. M., Sturman B. I. Collective Effects Associated with Low Hybrid Heating.— Plasma Physics, 1978, vol. 20, p. 1131.
16. Musher S. L. Numerical Solution of Kinetic Equations for Plasma Waves.— Jour. of Comput. Physics, 1981, vol. 43, p. 250.
17. Musher S. L. About Establishing of Kolmogorov Type Spectrum in the System of Nonlinear Oscillators.— Phys. Lett., 1979, vol. 70A, p. 361.
18. Канашов А. А., Рубенчик А. М. О спектре турбулентности неизотермической плазмы.— ДАН, 1980, т. 253, № 5.
19. Львов В. С., Фалькович Г. Е. О сильно анизотропных спектрах слабой звуковой турбулентности.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, № 2.
20. L'vov V. S., Predtechensky A. A. On Landau and Stochastic Attractor Pictures in the Turbulent Transition Problem.— Physica 2D, 1981, p. 38.
21. Львов В. С., Предтеченский А. А., Черных А. И. Бифуркации и хаос в системе вихрей Тейлора: натуральный и численный эксперимент.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, № 3.
22. Kuznetsov E. A., L'vov V. S. Turbulent Spectrum in the Direct Interaction Model.— Phys. Lett., 1977, vol. 64A, p. 14.
23. L'vov V. S., Mikhailov A. V. About non Linear Theory of Wave and Hydrodynamic Turbulence of Compressible Liquid.— Physica 2D, 1981, p. 224.

Поступила в редакцию 10 августа 1982 г.

УДК 621.391.14

А. В. ЗЕЛЕНКОВ

(Рига)

АЛГОРИТМЫ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА НА СКОЛЬЗЯЩЕМ ИНТЕРВАЛЕ

Введение. Дискретное косинусное преобразование (ДКП) относится к классу ортогональных преобразований, называемых сдвинутыми дискретными преобразованиями Фурье [1]. Хорошая декорреляция исходных данных при существенной неравномерности дисперсии компонент, свойственная данному преобразованию, и обусловленная этим возможность