

ЛИТЕРАТУРА

1. Шандаров С. М. Дифракция света на упругих волнах в оптически анизотропных кристаллах.— В кн.: Акустооптические устройства обработки сигналов. Л.: ЛЭТИ, 1977.
2. Пинноу Д. А. Упругооптические материалы.— В кн.: Справочник по лазерам. М.: Сов. радио, 1978, т. 2, с. 223.
3. Таблицы физических величин. Справочник/Под ред. И. К. Киколина. М.: Атомиздат, 1976.
4. Smith R. T., Welsh F. S. Temperature Dependence of Elastic Piezoelectric and Dielectric Constants of Lithium Tantalate and Lithium Niobate.— J. Appl. Phys., 1974, vol. 42, N 6.
5. Chang I. C. Noncollinear Acoustooptic Filter with Large Angular Aperture.— Appl. Phys. Lett., 1974, vol. 27, N 7.

Поступило в редакцию 29 сентября 1981 г.

УДК 681.301

В. Н. КУРАШОВ, А. П. МАКАРОВСКИЙ, А. С. ОСТРОВСКИЙ
(Киев)

ФОРМИРОВАНИЕ ОПИСАНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

Одной из основных задач, возникающих при построении автоматической системы распознавания изображений, является выбор признаков, получаемых из исходных измерений и позволяющих оптимизировать процедуру кластеризации для заданной меры в пространстве признаков. Наиболее часто используемый метод построения такой системы признаков — проецирование заданного ансамбля изображений на некоторое n -мерное ортогональное евклидово пространство. Полученные таким образом проекции a_n рассматриваются как исходные признаки, представляющие анализируемое изображение. Среди всех возможных базисов наиболее эффективным при такой процедуре оказывается так называемый базис Карунена — Лозва [1, 2], построенный на собственных векторах корреляционной матрицы ансамбля изображений. Этот метод был успешно использован при анализе одномерных сигналов как в цифровом [3], так и в когерентно-оптическом [4] варианте. Однако в применении к двумерным изображениям построение базиса Карунена — Лозва затруднительно, так как при размерности изображения $N \times N$ приходится находить собственные векторы матрицы $N^2 \times N^2$ [5]. Ввиду этого в задачах такого типа более распространено использование разложений Фурье и Адамара, которые хотя и существенно менее эффективны, но обеспечивают необходимую простоту анализа. В связи с этим представляется естественной попытка построения такого ортогонального базиса, который, сохраняя простоту и универсальность традиционных спектральных методов, приблизился бы по своей эффективности к оптимальному базису Карунена — Лозва. Возможное решение этой задачи основано на выборе подходящей аппроксимации корреляционной функции, которая, с одной стороны, допускает аналитическое решение соответствующего интегрального уравнения, что позволяет исключить громоздкое численное определение базисных векторов, а с другой — является представительной для большого класса анализируемых изображений.

В настоящей работе приведены результаты такого подхода к задаче машинной обработки ансамбля двумерных бинарных изображений. Наиболее простое предположение о структуре класса анализируемых изображений состоит в условии факторизации корреляционной функции [6]:

$$G(x, x'; y, y') = G_1(x, x')G_2(y, y'), \quad (1)$$

откуда следует факторизация собственных функций и собственных значений уравнения Карунена — Лозва. Однако и в этом случае строгое решение соответствующих одномерных уравнений

$$\int_{-\infty}^{\infty} G_i(\xi, \xi') \varphi_n^{(i)}(\xi) \alpha \xi' = \lambda_n \varphi_n^{(i)}(\xi), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

откуда следует факторизация собственных функций и собственных значений уравняющих систем с достаточно высоким разрешением было экспериментально установлено [7], что корреляционная функция изменяется достаточно плавно в области малых смещений и резко убывает на краях. Ввиду этого аппроксимируем $G_i(\xi, \xi')$ вы-

$$G_i(\xi, \xi') = G_0 \exp\{-(\xi - \xi')^2/2\sigma_{0i}^2\} \exp\{-(\xi^2 + \xi'^2)/4\sigma_i^2\}. \quad (3)$$

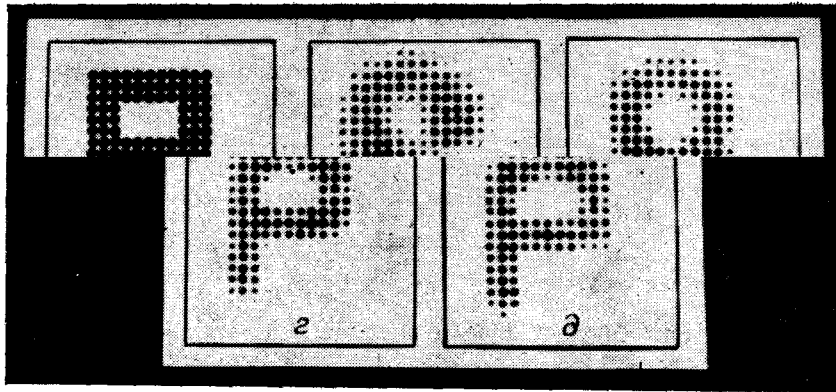


Рис. 1.

В корреляционной функции вида (3) параметры σ_{0i} и σ_i определяют радиус корреляции и эффективный размер апертуры по строкам и столбцам изображения для $i = 1, 2$ соответственно, а G_0 — нормирующая константа, соответствующая интенсивности изображения в центре. В дальнейшем для простоты будем предполагать, что рассматриваемый ансамбль изображений пространственно изотропен, так что $\sigma_{01} = \sigma_{02}$ и $\sigma_1 = \sigma_2$, и опускать соответствующие индексы. Подставляя (3) в (2), получим интегральное уравнение, общее решение которого приведено в [8] и имеет вид

$$\varphi_n(\xi) = \sqrt{\alpha/2^n n!} \sqrt{\pi} e^{-\alpha^2 \xi^2/2} H_n(\alpha \xi), \quad (4)$$

$$\lambda = G_0 / [\sqrt{2\pi p} \sigma \sigma_0 (2p\sigma_0^2)^n], \quad (5)$$

где $H_n(Z)$ — полином Эрмита, а

$$P = 1/2\sigma_0^2 + 1/4\sigma^2 + \alpha^2/2, \quad (6)$$

$$\alpha^2 = \sqrt{1/\sigma_0^2 \sigma^2 + 1/4\sigma^4}. \quad (7)$$

Единственным параметром, связывающим систему функций (4) с исходным ансамблем изображений, является α , величина которого определяется в соответствии со статистическими параметрами формируемого поля (7). Хотя система функций (4) полная при любом значении α (т. е. может быть использована для представления произвольных изображений), варьируя значение α , можно оптимизировать базисные функции (4) для заданного класса сигналов. Такая система функций не строго оптимальна (в смысле экстремальных свойств разложения Карунена — Лозва), но приводит к разложению, учитывающему корреляционные свойства ансамбля объектов и, следовательно, сходящемуся быстрее, чем соответствующие стандартные разложения.

В качестве примера рассмотрим обработку по предложенному методу бинарных изображений стилизованных рукописных букв (рис. 1, а, б, в). Использовался массив исходных изображений восьми букв русского алфавита, заданных на сетчатке 21×21 отсчет. Изображение аппроксимировалось рядом

$$f_N(x, y) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \varphi_n(x, y), \quad (8)$$

где двумерные функции $\varphi_n(x, y)$ выбирались в виде

$$\varphi_n(x, y) = \varphi_k(x) \varphi_l(y). \quad (9)$$

Индекс n в (9) соответствует порядковому номеру функции $\varphi_k(x) \varphi_l(y)$ в упорядоченной последовательности по убыванию произведения $\lambda_k \lambda_l$.

На рис. 1, б — в показано изменение качества восстановленного изображения в зависимости от числа функций. Интенсивность каждой точки восстановленного изображения квантовалась на семь уровней и кодировалась таким образом, что площади зачерненных кружков могли принимать значения, соответствующие этим уровням.

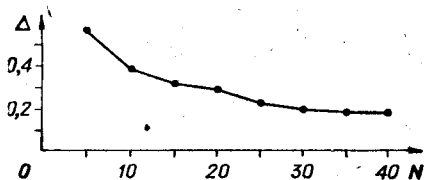


Рис. 2.

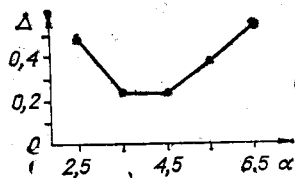


Рис. 3.

Видно, что с качественной точки зрения изображение буквы «Р» мало меняется при использовании более чем 30 функций. Это подтверждает строгий расчет средней квадратичной относительной погрешности восстановления

$$\Delta = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, y) - f_N(x, y)|^2 dx dy \right\rangle / \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)|^2 dx dy \right\rangle, \quad (10)$$

где усреднение проводится по ансамблю исходных объектов $f(x, y)$.

На рис. 2 показан график зависимости Δ от числа функций N , полученный усреднением по 4 реализациям изображения. При $N \geq 30$ Δ от N зависит очень слабо.

Следует отметить, что обработка изображений букв проводилась с некоторым постоянным значением $\alpha = \alpha_{\text{опт}} = 4$.

Выбор оптимального параметра может быть осуществлен путем расчета по формуле (7), однако в этом случае возникает проблема точного определения величин σ и σ_0 . Значительно проще оказалось вычисление значений Δ в зависимости от α при фиксированном числе функций. График такой зависимости, полученный усреднением по 8 изображениям, приведен на рис. 3. Минимум соответствует значению $\alpha_{\text{опт}} = 4$, которое и использовалось выше. Изменение качества изображения буквы «Ф» в зависимости от величины α показано на рис. 4, а—д. Малые значения параметра соответствуют большому зашумлению всего поля изображения и малому его контрасту (см. рис. 4, б), большие — обрезанию краев изображения с сохранением контраста в центре (см. рис. 4, д). Последнее явление связано с уменьшением эффективной апертуры отображаемого сигнала при увеличении параметра α .

Действительно, как видно из (7), для заданного ансамбля сигналов, т. е. при $\sigma_0 = \text{const}$ и $\alpha = \alpha(\sigma)$, $\alpha \sim 1/\sigma$, так что область локализации аппроксимирующих функций (4), а следовательно, и апертура правильно отображаемого сигнала уменьшаются с возрастанием σ .

Как показали проведенные эксперименты по машинному моделированию, предложенный метод сочетает в себе высокую эффективность с простотой: Он может быть успешно использован при решении задач распознавания и классификации, улучшения качества изображений. Следует отметить, что при обработке сложных объектов, например телевизионных изображений [7], аппроксимация корреляционной функции выражением (3) более удовлетворительна, чем в рассмотренном здесь примере отображения стандартизованных буквенно-цифровых знаков, так что предлагаемый метод оказывается ближе к оптимальному. Особый интерес представляет оптическая

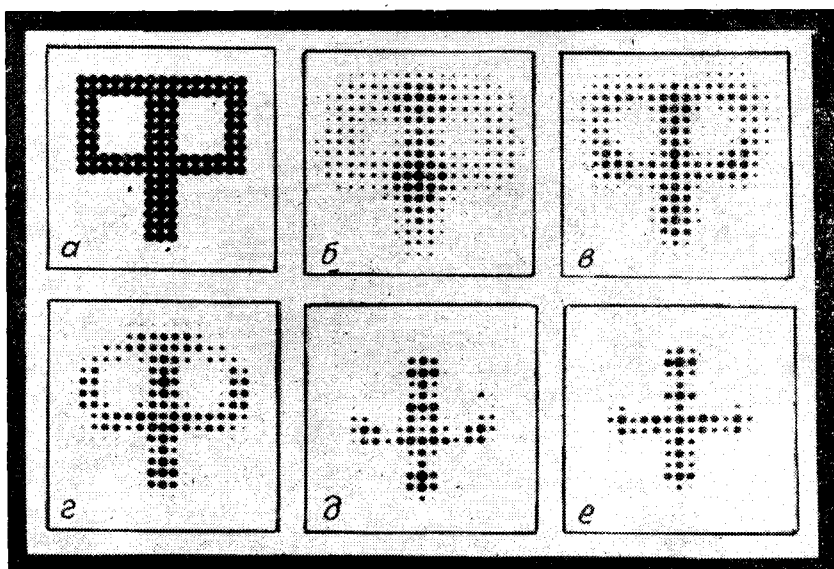


Рис. 4.

реализация обработки изображений по методу ортогональной фильтрации [9]. Применение функций вида (4) позволяет достаточно просто синтезировать соответствующие оптические фильтры, которые могут быть использованы в когерентно-оптических системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. М.: Наука, 1979.
2. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978.
3. Ваганабе С. Разложение Карунена — Лозва и факторный анализ. Теория и приложения. — В кн: Автоматический анализ сложных изображений. Сб. переводов. М.: Мир, 1969.
4. Duvernoy J. Optical Pattern Recognition and Clustering: Karhunen — Loeve Analysis. — Appl. Optics, 1976, vol. 15, N 6, p. 1584—1590.
5. Эндрус Г. Применение вычислительных машин для обработки изображений. М.: Энергия, 1977.
6. Кловский Д. Д., Соيفер В. А. Обработка пространственно-временных сигналов. М.: Связь, 1976.
7. Игнатъев Н. К. Энергетический спектр телевизионного сигнала. М.: Электросвязь, 1959, № 1.
8. Воробьев Ю. В. Метод собственных функций в обратных оптических задачах. — Опт. и спектр., 1978, т. 44, вып. 3.
9. Василенко Г. И. Голографическое опознавание образов. М.: Сов. радио, 1977.

Поступило в редакцию 4 ноября 1981 г.;
окончательный вариант — 10 марта 1982 г.

УДК 517.942.82 : 624.317.757

С. С. СЛИВА, В. К. ФОМЕНКО
(Таганрог)

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

При использовании дискретного преобразования Фурье (ДПФ) для анализа периодических сигналов по их отрезкам ограниченной длительности возникают эффекты растекания спектральных составляющих и паразитная амплитудная модуляция спектра. Для наглядного объяснения этих эффектов приведена в [1] и подробно обоснована в [2] модель ДПФ в виде набора полосовых фильтров. Однако общепринятая трактовка этой модели, как будет показано ниже на простом примере, приводит к ошибочным заключениям. В статье анализируются причины, приводящие к ошибкам, и пути их устранения.

Как известно, периодическая с периодом T' функция может быть представлена в виде ряда Фурье

$$x'(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k e^{jk\omega_0' t}, \quad -\infty < t < \infty, \quad (1)$$

где $\omega_0' = 2\pi/T'$; $\alpha_k = \frac{1}{T'} \int_0^{T'} x'(t) e^{-jk\omega_0' t} dt$ — спектр сигнала $x'(t)$. На практике определяют спектр сигнала:

$$x(t) = x'(t)h(t), \quad (2)$$

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t < T, \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ и } t \geq T, \end{cases} \quad (3)$$

причем очень часто $T \neq lT'$ (l — целое число).

Рассмотрим непрерывное преобразование Фурье сигнала $x(t)$:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x'(t)h(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (4)$$

Подставим (1) в (4):

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k e^{jk\omega_0' t} \right] h(t) e^{-j\omega t} dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k \int_{-\infty}^{\infty} \left[h(t) e^{jk\omega_0' t} \right] e^{-j\omega t} dt. \quad (5)$$