

- измерителя мгновенной и средней скорости воздушного потока.— В кн.: Докл. II Всесоюз. конференции по методам аэрофизических исследований. Новосибирск: ИГиПМ СО АН СССР, 1979.
4. Зуев В. Н., Колотаев Н. П., Миронов А. М. Расширение характеристик электронного частотомера для селекции и измерения параметров кратковременных сигналов.— Тр. Рязанского радиотехн. ин-та. Рязань, 1975, вып. 68.
  5. Ковтун А. К., Шкуро А. Н. Принципы построения цифровых измерителей интервалов времени.— ПТЭ, 1973, № 1.
  6. Беспалько В. А. Специализированный аналого-цифровой процессор для дискретной системы ЛДИС.— В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. сов. «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности». Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1979.
  7. Гродзовский Г. Л. Выбор оптимальных параметров лазерного доплеровского измерителя скорости жидкости и газа.— Ученые записки ЦАГИ, 1976, т. VII, № 5.
  8. Карпов В. А., Колотаев Н. П., Мезенцева С. Ф., Никитин В. Е. Автоматизация научного эксперимента в натурной аэродинамической трубе с ЛДИС.— В кн.: Материалы Всесоюз. конференции «Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ». Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1977.

Поступило в редакцию 22 декабря 1980 г.

УДК 621.391

С. А. ГАЛУН, А. В. ЗЮЛЬКОВ, А. П. ТРИФОНОВ  
(Воронеж)

### ОЦЕНКА ПЛОЩАДИ ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ФОНЕ ШУМОВ

Задача оценки параметров оптических изображений рассматривалась в работах [1, 2] и др. Однако в [1, 2] найдена лишь потенциальная точность оценки неэнергетических параметров изображения. Зарегистрированное оптическое черно-белое изображение будем описывать пуассоновским полем случайных точек [1—3]. Для фотоэлектронного приемника эти точки соответствуют вылетевшим фотоэлектронам, а для фотопластинок и фотоплёнок — светочувствительным центрам, в которых поглощены кванты света. Полагая, что шумы (фон) равномерно засвечивают весь экран (область наблюдения  $G$ ), интенсивность изображения обозначим  $\lambda(\xi)$ ,  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ ,  $\xi \in G$ . Распределение интенсивности полезного изображения  $\lambda_s(\xi/\sqrt{\chi})$  зависит от характеризующего его масштаб параметра  $\chi \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$ . При этом  $\lambda(\xi) = \lambda_s(\xi/\sqrt{\chi}) + \lambda_N$ , где  $\lambda_N$  — интенсивность шумов, а

$$\lambda_s(\xi) = \begin{cases} \lambda_0, & \xi \in \Omega, \\ 0, & \xi \notin \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\Omega$  — область, ограниченная контуром изображения, площадь которой равна  $E_s$ . Если в выбранной системе координат  $(\xi_1, \xi_2)$   $E_s = 1$ , то параметр  $\chi$  численно равен площади полезного изображения. Для измерения площади оптического изображения  $\chi_0$  по наблюдаемой в области  $G$  реализации  $N(\xi)$  воспользуемся методом максимального правдоподобия. Тогда оценка  $\chi_m$  площади  $\chi_0$  определяется как положение абсолютного максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [2]:

$$M(\chi) = \int_G \ln [1 + \lambda_s(\xi/\sqrt{\chi})/\lambda_N] dN(\xi) - \int_G \lambda_s(\xi/\sqrt{\chi}) d\xi \quad (2)$$

при  $\chi \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$ . Используя (1), перепишем (2) как

$$M(\chi) = \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N) N_\chi - \chi \lambda_0 E_s, \quad (3)$$

где  $N_\chi$  — число случайных точек наблюдаемой реализации  $N(\xi)$  в области, имеющей форму полезного изображения (1) с площадью  $\chi E_s$ . Согласно (3), устройство для измерения площади оптического изображения можно представить в виде рис. 1, где 1 — анализируемое изображение; 2 — сменная маска с отверстием, имеющим форму области  $\Omega$  с различными значениями площади  $\chi E_s$ ; 3 — фотоэлектронный преобразователь, выходной сигнал которого пропорционален числу точек изображения  $N_\chi$  в пределах отверстия маски, а  $\psi = \lambda_0 E_s / \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N)$ . Устройство позволяет путем смены масок получить  $M(\chi)$  для различных  $\chi_i \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n$  — число используемых масок. Площадь отверстия маски, для которой  $M(\chi_i)$  достигает наибольшего значения, является оценкой неизвестной площади изображения (1). Рассмотренное устройство, хотя и реализует метод максимального правдоподобия, обладает ря-

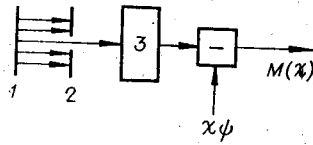


Рис. 1.

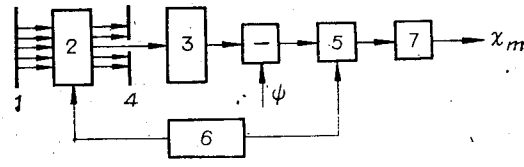


Рис. 2.

дом серьезных недостатков. Действительно для достижения высокой точности измерения необходимо использовать большое число сменных масок  $n$ , что приводит к значительным затратам времени. Кроме того, если изображение (1) имеет сложную форму, изготовление большего числа масок с разными площадями отверстия может вызвать существенные затруднения. Рассмотрим еще один вариант реализации оптимального измерителя площади оптического изображения, для чего, сделав замену переменной интегрирования  $\eta = \xi/\sqrt{\chi}$ , перепишем (2) в следующем виде:

$$M(\chi) = \chi \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N) \left[ \int_{\Omega} d\tilde{N}(\eta \sqrt{\chi}) - \psi \right]. \quad (4)$$

Это выражение позволяет функционально реализовать измеритель площади в виде устройства, показанного на рис. 2. Здесь обозначения 1 и 3 те же, что и на рис. 1; 2 — устройство, уменьшающее масштаб изображения в  $\sqrt{\chi}$  раз по обеим осям; 4 — маска с отверстием  $\Omega$ ; 5 — усилитель с коэффициентом усиления, пропорциональным  $\chi$ ; 6 — генератор, вырабатывающий сигнал  $u(t) = (\chi_{\max} - \chi_{\min})t/T + \chi_{\min}$ , управляющий блоками 2, 5 и работающий в течение времени анализа  $[0; T]$ ; 7 — устройство, фиксирующее положение  $t_m$  абсолютного максимума выходного сигнала усилителя 5. Искомая оценка  $\chi_m$  в решающем устройстве 7 легко находится из соотношения  $\chi_m = t_m(\chi_{\max} - \chi_{\min})/T + \chi_{\min}$ . Для изменения масштаба анализируемого изображения может быть использован объектив с переменным фокусным расстоянием или соответствующая электронно-оптическая система [4]. В последнем случае время анализа  $T$  можно существенно уменьшить. Очевидно, выбор между двумя возможными способами реализации оптимального измерителя площади зависит как от степени сложности формы полезного изображения, так и от требований к длительности и точности процедуры измерения.

Определим точность оценки максимального правдоподобия площади оптического изображения. С этой целью представим  $M(\chi)$  (2) в виде суммы сигнальной и шумовой составляющих [5]:

$$M(\chi) = S(\chi) + N(\chi), \quad S(\chi) = \langle M(\chi) \rangle = \mu \{ q \ln(1+q) \min(\chi_0, \chi) - [q - \ln(1+q)] \chi \} / \chi_{\max}, \quad N(\chi) = M(\chi) - \langle M(\chi) \rangle, \quad (5)$$

где  $q \equiv \lambda_0/\lambda_N$ ,  $\mu \equiv \lambda_N E_s \chi_{\max}$ . При этом  $\langle N(\chi) \rangle = 0$  и

$$\langle N(\chi_1) N(\chi_2) \rangle = \frac{\mu(1+q) \ln^2(1+q)}{\chi_{\max}} \begin{cases} \min(\chi_1, \chi_2), & \min(\chi_1, \chi_2) < \chi_0, \\ [\min(\chi_1, \chi_2) + q\chi_0]/(1+q), & \min(\chi_1, \chi_2) > \chi_0. \end{cases} \quad (6)$$

Усреднение в (5), (6) проводится по реализациям  $\tilde{N}(\xi)$  наблюдаемого поля. Как следует из (5), (6), сигнальная и шумовая функции на выходе измерителя не дифференцируемы. Поэтому найти смещение и дисперсию оценки с помощью разложения  $M(\chi)$  в ряд Тейлора не удастся. В частности, использование в рассматриваемом случае формулы Крамера — Рао [5] приводит к тривиальной нулевой нижней границе для дисперсии оценки. Поэтому рассмотрим несколько подробнее свойства сигнальной и шумовой функций.

Введем взаимно-однозначное непрерывное преобразование измеряемого параметра

$$\chi = \frac{\chi_{\max}}{\mu(1+q) \ln^2(1+q)} \begin{cases} l, & l < l_0, \\ (1+q)l - ql_0, & l > l_0, \end{cases}$$

которое приводит выражения (5), (6) к виду

$$\hat{M}(l) = M(\chi(l)) = \hat{S}(l) + \hat{N}(l), \quad \langle \hat{N}(l) \rangle = 0, \\ \hat{S}(l) = \begin{cases} \Gamma_1(q)l, & l < l_0; \\ \Gamma_2(q)l_0 - [\Gamma_2(q) - \Gamma_1(q)]l, & l > l_0; \end{cases} \quad \langle \hat{N}(l_1) \hat{N}(l_2) \rangle = \min(l_1, l_2).$$

Здесь  $l_0 = \mu(1+q) \ln^2(1+q) \chi_0/\chi_{\max}$ ,  $\Gamma_1(q) = \ln^{-1}(1+q) - q(1+q)^{-1} \ln^{-2}(1+q)$ ,  $\Gamma_2(q) = q^2(1+q)^{-1} \ln^{-2}(1+q)$ .

Отметим, что согласно [6] при  $\mu \rightarrow \infty$  функция  $\hat{M}(l)$  представляет собой реализацию асимптотически марковского гауссова процесса. Коэффициенты сноса и диф-

Фузии этого процесса определяются выражением

$$\chi_m = \int \Gamma_1(q), \quad l < 0; \\ \times [2(1+q) \ln^2(1+q) \Gamma_1^2 \Gamma_2^2 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2]^{-1} \quad (7)$$

и рассеяние (средний квадрат ошибки)

$$V(\chi_m | \chi_0) = \langle (\chi_m - \chi_0)^2 | \chi_0 \rangle \simeq \mu_s^{-2} q^2 \{ [2\Gamma_2^3 - (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2 (2\Gamma_2 - \Gamma_1)] \Gamma_1^4 (1+q)^2 + \\ + [2\Gamma_2^3 - (\Gamma_1 + \Gamma_2) \Gamma_1^2] (\Gamma_2 - \Gamma_1)^4 \} [2(1+q)^2 \ln^4(1+q) \Gamma_1^4 \Gamma_2^3 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^4]^{-1}. \quad (8)$$

Здесь  $\mu_s = \lambda_0 E_s$  — среднее число точек изображения с единичной площадью  $E_s$ . Точность формул (7), (8) возрастает с увеличением  $\mu$ . Анализ показывает, что условное смещение и рассеяние оценки площади изображения не зависят от ее истинного значения  $\chi_0$  и совпадают с безусловными характеристиками оценки  $d(\chi_m)$  и  $V(\chi_m)$ . Поскольку смещение оценки  $\chi_m$  постоянно, при необходимости нетрудно получить несмещенную оценку  $\hat{\chi}_m = \chi_m - d(\chi_m)$ . Она обладает такой же дисперсией, что и оценка максимального правдоподобия  $\chi_m$ :

$$D(\chi_m) = \langle (\chi_m - \langle \chi_m \rangle)^2 \rangle = \langle (\hat{\chi}_m - \chi_0)^2 \rangle = V(\chi_m) - d^2(\chi_m).$$

Выражения (7), (8) существенно упрощаются, если  $q \ll 1$ :

$$d(\chi_m) \simeq -7/(6\mu_s), \quad V(\chi_m) \simeq 26/(q^2 \mu_s^2). \quad (9)$$

Если же  $q \gg 1$ , то

$$d(\chi_m) \simeq -1/(2\mu_s), \quad V(\chi_m) \simeq 1/\mu_s^2. \quad (10)$$

Из последней формулы следует, что оценка площади оптического изображения имеет ненулевое рассеяние даже в отсутствие шумов ( $q \rightarrow \infty$ ). Это объясняется случайным характером самого полезного изображения. Численные расчеты показывают, что формулы (9) и (10) являются удовлетворительной аппроксимацией рассеяния оценки при  $q \leq 0,05 \div 0,1$  и  $q \geq 10^3 \div 5 \cdot 10^3$  соответственно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Потенциальная точность оценки параметров оптических изображений. — Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика, 1976, № 4.
2. Федосеев В. И., Широков В. Ф. Обнаружение и оценка положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле. — Изв. высш. учебн. заведений. Сер. Радиофизика, 1975, т. 18, № 2.
3. Заворуев Ю. В., Троицкий И. Н. Об оптимальном числе коэффициентов обобщенного ряда Фурье при распознавании маломощных оптических изображений. — Автометрия, 1977, № 4.
4. Горелик С. Л., Кац Б. М. Электронно-лучевые трубки в системах обработки информации. — М.: Энергия, 1977.
5. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966.
7. Трифонов А. П. Прием сигнала с неизвестной длительностью на фоне белого шума. — Радиотехника и электроника, 1977, т. 22, № 1.

Поступило в редакцию 10 августа 1981 г.