

отклика ( $\sim 0,1$  с), а компактность конструкции вместе с малой мощностью управления и низкой ценой.

5. **Заключение.** Чтобы когерентно-оптические системы с обратной связью работали на уровне аналога операционного усилителя, нужно предпринять ряд шагов. Во-первых, должен быть найден удовлетворительный усилитель изображения с высоким усилением и низким уровнем шумов. Во-вторых, наиболее перспективными, по нашему мнению, являются резонаторы с усиливающим газом (Ar, He—Ne) и оптические нелинейные эффекты, в частности четырехволновое взаимодействие. На основе фазовых модулирующих элементов можно реализовать системы с активной обратной связью, но пока это медленные системы. Для достижения более высоких скоростей нужно провести исследования перспективных пространственных фазовых модуляторов. Но даже без быстрых модуляторов такие вычислительные системы с обратной связью могут быть полезными из-за присущих им свойств — широкой полосы частот и возможности выполнения нелинейных операций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Indebetouw G., Tschudi T., Steffen J.— Appl. Opt., 1978, vol. 17, p. 911.
2. Goodmann J. W. Introduction to Fourier Optics.— McGraw-Hill, 1968.
3. Akins R. P., Athale R. A., Lee S. H.— Opt. Eng., 1980, vol. 19, p. 347.
4. Ferrano G., Häusler G.— Opt. Eng., 1980, vol. 19, p. 442.
5. Laeri F., Tschudi T.— Opt. Comm., 1981, vol. 36, p. 265.
6. Hänsch T. W., Varsanyi F., Schawlow A. L.— Appl. Phys. Lett., 1971, vol. 18, p. 108.
7. Schneeberger B., Laeri F., Tschudi T., Heiniger F.— Opt. Comm., 1981, vol. 36, p. 107.
8. Akins R. P., Lee S. H.— Appl. Phys. Lett., 1979, vol. 35, p. 660.
9. Gallagher N. C.— Appl. Opt., 1976, vol. 15, p. 882.
10. Laeri F., Schneeberger B., Tschudi T.— Opt. Comm., 1980, vol. 34, p. 23.

*Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.*

УДК 681.7.22

Г. ВАЙС

(Гамбург, ФРГ)

### РЕНТГЕНОВСКАЯ ТОМОГРАФИЯ НА ОСНОВЕ ОСВЕТИТЕЛЕЙ С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

1. **Введение.** В настоящее время интенсивно развивается техника получения изображений с помощью синтезированной апертуры. Она применяется везде, где нет антенн или линз достаточных размеров, или там, где излучение не может быть сфокусировано. Радар [1] и радиоастрономия [2] — примеры успешного использования синтезированных апертур. Получение изображения в  $\gamma$ -лучах с ее помощью также привлекает большое внимание. В последнем случае имеются в виду  $\gamma$ -лучевая астрономия; изображения, полученные с помощью изотопов, и медицинская рентгеновская диагностика. В  $\gamma$ -лучевой астрономии к синтезированной апертуре прибегают для улучшения отношения сигнал/шум [3]. В других задачах более важная цель — получение томографического эффекта, т. е. изображения сечения (слоя) трехмерного объекта.

Синтезированные апертуры можно разделить на два типа: непрерывные, такие как зонные пластинки Френеля [4], и дискретные, состоящие из распределения точек [5]. Точечные распределения на практике могут быть получены в виде пассивной апертуры, содержащей матрицу рентгеновских трубок. В предлагаемой работе рассматривается принцип синтезированной апертуры, включающий проблему генерации трехмерного изображения в рентгеновских лучах.

**2. Принцип изображения синтезированной апертурой.** Получение изображения синтезированной апертурой состоит из двух этапов: записи кодированного изображения трехмерного объекта с помощью пространственно-протяженного источника и визуализации слоев объекта путем обработки первичного изображения.

Этап кодирования показан на рис. 1: теневая проекция трехмерного объекта  $O$  на экране, полученная с помощью протяженного источника  $P$ , есть кодированное изображение  $O'$ . При этом каждая точка объекта  $O$  преобразуется в некоторое распределение интенсивности, подобное распределению источника. Точки  $O_1$  и  $O_2$  находятся в различных слоях объекта, поэтому их теневые проекции будут отличаться по масштабу и изображаться под разными углами —  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Эти факторы используются далее для выделения уровней разной глубины.

Математически изображение  $O'$  есть свертка объекта  $O$  и функции  $P$ , которая зависит от геометрии источника:

$$O' = O * P, \quad (1)$$

где  $*$  — свертка;  $O$ ,  $O'$  и  $P$  — функции двух переменных, определенных в разных плоскостях. Это распределение может быть представлено двумерным радиус-вектором  $x$ . Функция  $P$  называется функцией рассеяния точки. Если число уровней ограничено, как на рис. 1, и равно  $m$ , то уравнение (1) может быть преобразовано в сумму

$$O' = \sum_{i=1}^m O_i * P_i. \quad (2)$$

Функция рассеяния точки  $P_i$  для каждого уровня  $O_i$  объекта аналогична функции распределения матрицы источников, но умножена на скалярный множитель, который определяется геометрией схемы.

Проблема изображения кодированной апертурой состоит в реконструкции уровней  $O_i$  по изображению  $O'$ . Интегральное уравнение (2) можно решить двумя путями: или непосредственно обратной сверткой, или преобразованием в фурье-области. Это возможно только при использовании специальных функций  $P$  источника и, более того, только приближенно. В последние годы в основном изучались распределения источника  $P$  типа френелевских зонных пластинок и избыточные точечные распределения (НИТР) [6]. Для медицинских целей мы предпочли последний метод, так как он позволяет реализовать апертуру в виде матрицы определенным образом ориентированных рентгеновских трубок.

Эта ситуация показана на рис. 2, где три точечных источника, представляющие собой сфокусированное рентгеновское излучение, создают изображение сечений  $O_i$ . Для упрощения взято два поглощающих объекта: квадрат и диск.

Функция рассеяния  $P_i$  для каждого сечения  $O_i$  объекта подобна функции распределения матрицы источников, но умножена на множитель  $\lambda_i$ , который определяется геометрией изображения в центре. Если имеется  $n$  источников,  $P_i$  дается выражением

$$P_i = \sum_{l=1}^n \delta(x - \lambda_l x_l), \quad (3)$$

где  $\delta = 1$  при аргументе, равном 0, и  $\delta = 0$  при другом аргументе (функция Дирака);  $x_l$  представляет координаты точек излучения в плоскости матрицы источников.

Наиболее простой путь реконструирования сечений  $O_i$  — это корреляция кодированного изображения  $O'$  с функцией рассеяния точки  $P_h$ , приводящая к изображению  $O''$ :

$$O'' = O' \odot P_h = O_h * P_h \odot P_h + \sum_{i \neq h} O_i * P_i \odot P_h. \quad (4)$$

Это уравнение представляет кратко все проблемы изображения синтези-

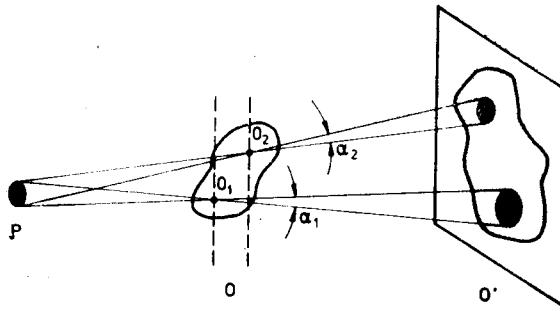


Рис. 1. Формирование кодированного изображения с помощью осветителя, составленного из нескольких протяженных источников («синтезированная апертура»).

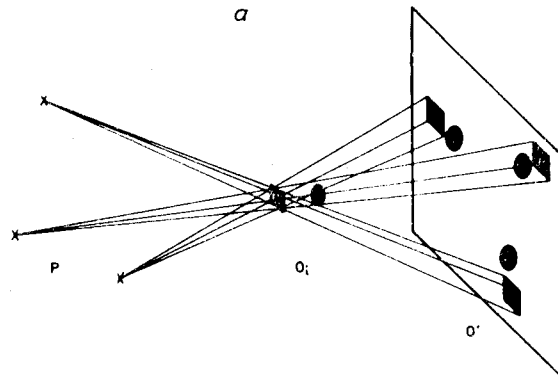


Рис. 2. Изображение кодированной апертурой с использованием неизбежного точечного распределения P.

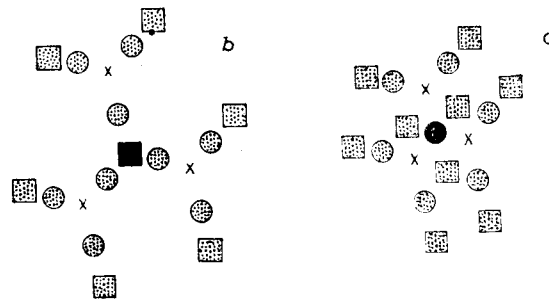


Рис. 3. Матрица из 25 рентгеновских трубок.

рованной апертурой. При идеальной реконструкции уровней  $O_k$  автокорреляция  $P_k$  дает  $\delta$ -функцию

$$P_k \odot P_k = \delta, \quad (5)$$

а все перекрестные корреляции уничтожаются:

$$P_i \odot P_k = 0, \quad i \neq k. \quad (6)$$

Эти требования выполняются, конечно, приближенно. Для НИТР из  $n$  точек  $\delta$ -функция аппроксимируется центральным пиком интенсивности  $n$ , окруженным  $n(n-1)$  пиками интенсивности, равными 1.

Для  $n=3$  это показано на рис. 2, *b, c*, где закодированное изображение рис. 2, *a* декодировано методом корреляции. Такая корреляция есть мультиплицирование кодированного изображения  $O''$ , сдвиг одинаковых разновременных изображений на величину координат распределения источников  $P$  и суммирование этих изображений. В зависимости от направления сдвига декодируется любой из уровней: квадрат (см. рис. 2, *b*) или диск (см. рис. 2, *c*). Реконструированные квадрат и диск все же искажены другими шумовыми квадратами и дисками, представляющими боковые лепестки автокорреляции в (5) и кросс-корреляцию в (6). Но благодаря особому свойству НИТР боковые изображения автокорреляции имеют единичную интенсивность по сравнению с интенсивностью  $n$  (здесь  $n=3$ ) декодированного уровня.

По боковым изображениям определяют отношение сигнал/шум в реконструированном уровне. Если все боковые изображения налагаются на основное изображение, то отношение  $S/N$  будет  $n/n(n-1)$ , т. е. меньше 1, и в результате декодированного изображения не будет видно. Так произойдет или иначе — зависит от трехмерной геометрии исследуемого объекта. Однако многие объекты дают изображения, которые не накладываются в такой степени, что все боковые изображения взаимодействуют с основным.

**3. Импульсная томосинтезирующая система.** Для целей медицинской диагностики была разработана рентгеновская томографическая система, использующая принцип синтезированной апертуры. На рис. 3 показана матрица рентгеновских источников, состоящая из 25 маленьких рентгеновских трубок, фокусы которых размещены по избыточному дискретному распределению. Трубки работают параллельно при напряжении 100 кВ и токе 20 мА каждая, перекрывая таким образом все диагностические применения. Полная доза облучения такая же, как у обычного радиографа.

НИТР при  $n=25$  приведено на рис. 4, *a*, а его автокорреляция  $P \odot P$  — на рис. 4, *b*. Этап декодирования выполняется оптическим процессором, который обрабатывает кодированное рентгеновское изображение по шагам: мультиплицирование, сдвиг и суммирование.

Принцип, используемый для декодирования рентгенограмм, показан на рис. 5. Изображение  $O'$  находится перед фотокамерой. В плоскости  $L$  размещены двадцать пять линз, формирующих то же самое НИТР, что и рентгеновские трубки; реконструированное трехмерное изображение получается в  $O''$ , где последовательные поперечные сечения объекта видны, когда экран движется вдоль оптической оси, т. е. через реконструируемый объем. Томограммы можно записывать на пленку или визуализировать на мониторе с помощью телевизионной камеры. Оборудование, установленное в университетском госпитале Вюресбурга, показано на рис. 6.

Серии томограмм, выполненных с помощью импульсного томосинтеза, представлены на рис. 7, где видны три рентгеновских сечения головы, полученных из одного кодированного изображения.

**4. Развитие алгоритмов кодирования и декодирования.** Как упоминается в п. 2, боковые лепестки функции корреляции, также называемые артефактами, искажают декодированные уровни.

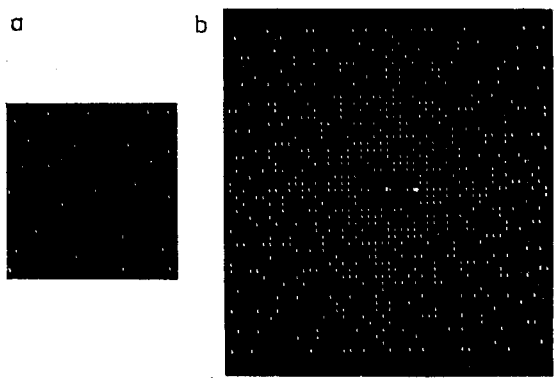


Рис. 4. Неизбыточное точечное распределение (а) и его автокорреляция (b).

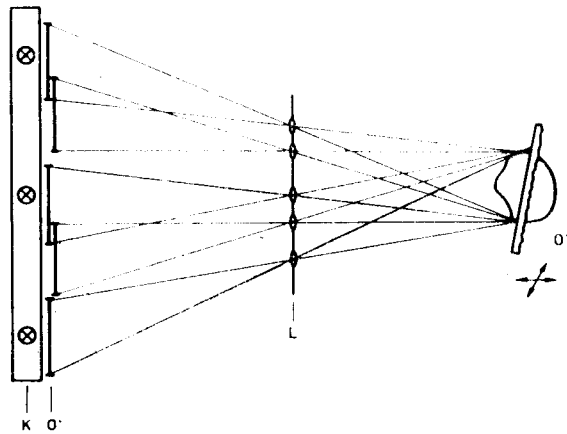


Рис. 5. Принцип оптического декодирования.

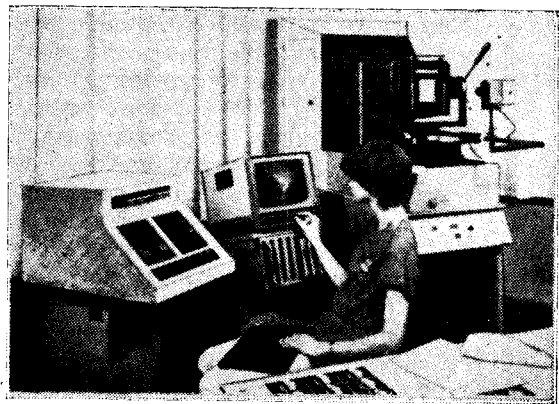


Рис. 6. Оптический декодер в госпитале.

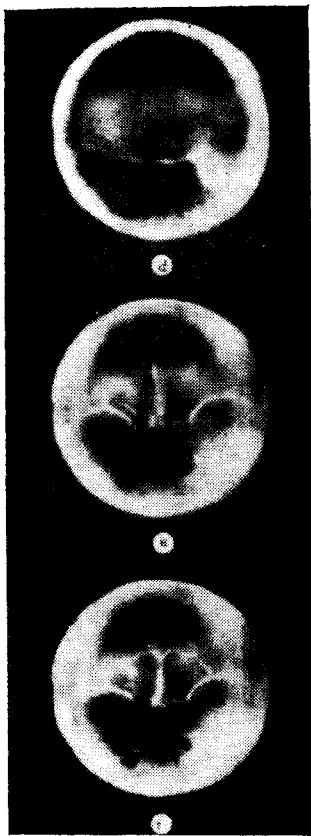


Рис. 7. Три томограммы головы.

		1	-1	1	1		
		1	-1	1	1		
<i>a</i>		-1	1	1	1		
		-1	-1	1	-1		
	-1	2	-2	-2	2	-1	-2
	1	2	1	2	-2	1	-2
<i>b</i>				16			
	1	-2	1	-2	2	1	2
	-1	-2	-1	2	-2	-1	2

Рис. 8. Когерентный код:

*a* — для  $n=16$ , *b* — его автокорреляция.

Опишем здесь новые методы оптимизации функции автокорреляции (5), решающие двумерную проблему кодирования-декодирования. Трехмерная проблема исследуется в [6].

Имеются два пути улучшения кодирования и декодирования томографических изображений. Первый состоит в поиске структуры точечного распределения  $P''$  осветителя с лучшей автокорреляционной функцией, т. е. с меньшими боковыми пиками; второй — в декодировании более эффективными способами, чем простая автокорреляция.

Первый путь кажется нелогичным, так как НИТР по определению имеют оптимальные автокорреляционные функции. Однако это относится только к случаю, когда все точки имеют одно и то же значение, например  $+1$ , по сравнению с нулевым фоном. Это будет случай точечных распределений, рассмотренный выше и называемый далее «некогерентным» кодом.

Существуют также и «когерентные» коды с положительными и отрицательными значениями. Это означает практически, что необходимо взять два или более мультиплицированных изображения и вычесть одно из другого [7]. Когерентные коды существенно лучше, т. е. имеют более  $\delta$ -подобную автокорреляционную функцию. В качестве примера когерентного кода покажем точечное распределение (рис. 8, *a*) и автокорреляционную функцию кода для  $n=16$  (рис. 8, *b*). Сумма интенсивностей боковых пиков равна 48, что дает в 5 раз лучшее отношение сигнал/шум, чем в случае некогерентного кода с  $n=16$ .

На рис. 9 показано несколько последовательных этапов процесса декодирования. Рис. 9, *a* — мультиплицированное изображение круга. Оно образовано наложением двух картинок: изображения, полученного от десяти « $+1$ » точек распределения, и изображения от шести « $-1$ » точек.

Последнее изображение негативное и складывается с первым. Корреляция выполняется также отдельно для положительных и отрицатель-

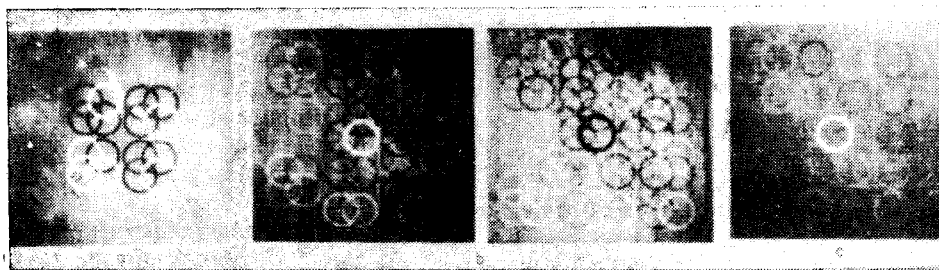


Рис. 9. Оптическое декодирование с использованием когерентного кода:

*a* — кодированное изображение, *b* — промежуточные шаги, *c* — декодированное кольцо.

Число точек	$P_1$	$P_2$	Число точек	$P_1$	$P_2$
1	+	+	32	<pre> +++++ +---+ +---+ +---+ +---+ </pre>	<pre> +++++ +---+ +---+ +---+ +---+ </pre>
2	++	+-			
4	<pre> ++ +- </pre>	<pre> ++ -- </pre>			
8	<pre> ++++ +---+ </pre>	<pre> ++++ +---+ </pre>	64	<pre> +++++ +---+ +---+ +---+ +---+ +---+ </pre>	<pre> +++++ +---+ +---+ +---+ +---+ +---+ </pre>
16	<pre> ++++ +---+ +---+ +---+ </pre>	<pre> ++++ +---+ +---+ +---+ </pre>			

Рис. 10. Получение дополнительных кодов итеративным методом.

ных точек. Левое изображение на рис. 9, *b* — результат корреляции кодированного изображения с положительной частью матрицы, правое — корреляция с отрицательной частью. Вычитание второго из первого дает конечный результат, в котором шум заметно снижен (рис. 9, *c*).

Однако невозможно устранить полностью боковые лепестки. Действительно, это выполняется для автокорреляции при использовании дополнительных кодов  $P_1$  и  $P_2$ , для которых сумма  $P_1 \odot P_1 + P_2 \odot P_2$  — идеальная  $\delta$ -функция [9]. Интерес представляет итеративный метод нахождения таких кодов: если пара  $P_1, P_2$  есть дополнительный код, тогда  $P_1 + P_2$

и  $P_1 - P_2$ , полученные добавлением соответственно  $P_2$  и  $-P_2$  к  $P_1$ , — тоже дополнительные коды. Это правило нахождения дополнительных кодов показано на рис. 10, где коды с большим числом точек получены от кодов с малым числом. На рис. 11 представлен результат декодирования изображения цифры «3» при использовании дополнительного кода порядка 32. Объект, закодированный на четвертом этапе в соответствии с плюсами и минусами точек распределений  $P_1$  и  $P_2$ , был декодирован с помощью 4-канальной голографической установки. На рис. 11 в середине показана реконструкция цифры «3» без артефактов, в то время как промежуточные рисунки довольно зашумлены.

Хотя кодирование с дополнительными кодами оптимально с точки зрения математики, физическая реализация, требующая четырех различных изображений на этапах кодирования, затруднена.

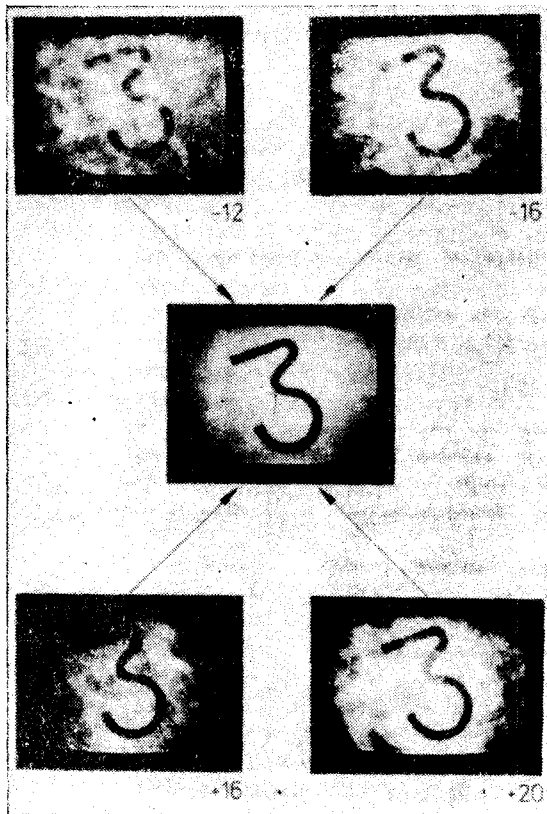


Рис. 11. Декодирование двумерного объекта дополнительным кодом ( $n = 32$ ).

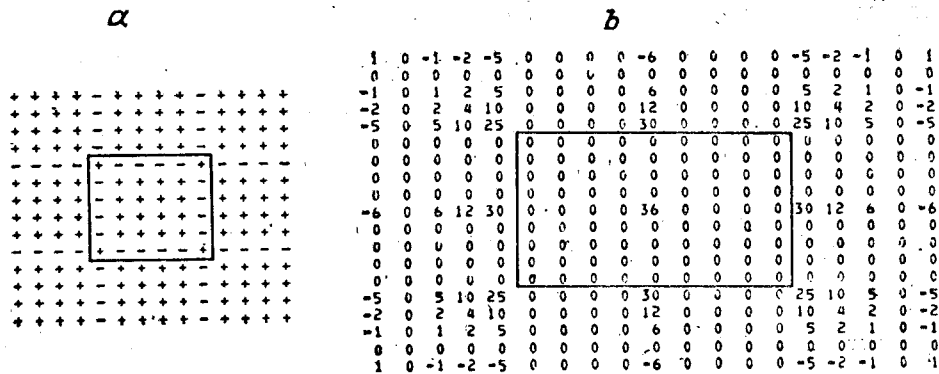


Рис. 12. Компенсирующий код:

$a$  — компенсирующий код  $Q$  и код  $P$  (внутри прямоугольника),  $b$  — корреляция  $P \odot Q$ .

Такой недостаток устраняется так называемыми компенсирующими кодами [10]. Эти коды без этапа декодирования автокорреляции  $P \odot P$  создают компенсирующие коды  $Q$  таким образом, что корреляция  $P \odot Q$  не имеет боковых лепестков и интересующая нас область вокруг центрального пика свободна от всех артефактов. Достаточно, чтобы эта область была больше или равна размерам реконструируемого объекта.

Код  $Q$  можно получить, если положить  $Q = P$  в центре  $Q$  и затем сдвинуть  $Q$  относительно  $P$  на один ряд вправо. При этом известные элементы  $P$  закрывают неизвестные элементы  $Q$ . Это выполняется при условии, что все суммы, найденные от наложения рядов  $P$  и  $Q$ , уничтожаются. Продолжая эту процедуру, можно получить код  $Q$ .

Код  $Q$  для кода  $P$  порядка 36 показан на рис. 12 вместе с корреляцией  $P \odot Q$  на рис. 12,  $b$ . Вычислительное моделирование для кода  $n = 24$  приведено на рис. 13, где реконструкция, полностью свободная от артефактов, в интересующей нас области сравнивается с шумовой реконструкцией при использовании некогерентного кода.

Наконец, следует упомянуть метод «идеального» декодирования, который работает в фурье-области, — так называемая инверсная фильтрация. Идея инверсной фильтрации основана на важном свойстве фурье-преобразования: свертка, проведенная в области изображения, эквивалентна обычному произведению в фурье-области. Декодирование изображения можно представить в области изображения как свертку с функцией  $Q$ :

$$Q'' = O * P * Q. \quad (7)$$

Теперь должна быть определена функция  $Q$ . Идеально  $P * Q$  должно равняться  $\delta$ -функции. После двумерного фурье-преобразования

$$F\{O''\} = F\{O\}F\{P\}F\{Q\}, \quad (8)$$

а идеальное декодирование можно получить, если

$$\{Q\} = 1/F\{P\}.$$

Хотя математическое решение найдено, применение его на практике — совсем другое дело. Функция  $1/F\{P\}$  становится бесконечной на многих полюсах и должна быть аппроксимирована. В принципе, она может быть аппроксимирована адекватно с помощью голограммы, которая допускает оптический подход к алгоритму. Однако нелегко

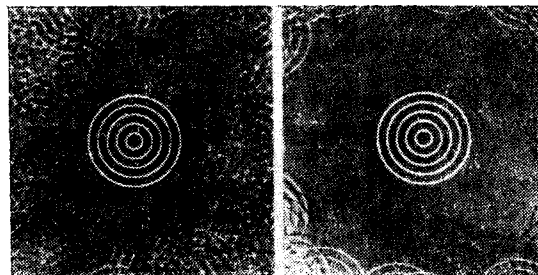


Рис. 13. Машинная имитация: реконструкция некогерентным (а) и компенсированным (б) кодами.



записать линейно большую разницу значений функции  $1/F\{P\}$  на фотографической пленке. Тем не менее есть надежда, что уже найден метод, который существенно упростит голографический процесс [11].

5. **Заключение.** Проблема изображения синтезированной апертурой может быть решена математически для плоских объектов при использовании дополнительных или компенсированных кодов либо с помощью инверсной фильтрации при условии  $P_k \odot P_k = \delta$ . Трехмерную проблему, также удовлетворяющую требованию  $P_i \odot P_k = 0, i \neq k$ , нельзя решить точно. Приближенные решения ожидаются в будущем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Cutrona L. J., Leith E. M., Porcello L. J., Vivian W. E.— Proc. IEEE, 1966, vol. 54, p. 1036.
2. Ryle M., Hewish A.— Mon. Not. R. Astr. Soc., 1960, vol. 120, p. 220.
3. Groh G., Heyat G. S., Stroke G. W.— Appl. Opt., 1972, vol. 11, p. 931.
4. Barrett H. H., Wilson P. T., de Meester G. D., Scharfmann H.— Opt. Eng., 1970, vol. 12, p. 6.
5. Klotz E., Weiss H.— Opt. Comm., 1976, vol. 11, p. 368.
6. Golay M. J. E.— J. Opt. Soc. Am., 1971, vol. 61, p. 272.
7. Weiss H., Klotz E., Linde R., Rade G., Tiemens U.— Optica Acta, 1977, vol. 24, N 4, p. 305—325.
8. Nadjmi M., Weiss H., Klotz E., Linde R.— Medicamundi, 1980, vol. 25, p. 9.
9. Pasedach K., Weiss H.— Deutsche Patentanmeldung. P. 28301 86.2.
10. Dallas W. J. Artifact-Free Region-of-Interest Reconstruction from Coded-Aperture Recordings.— Opt. Comm., 1979, vol. 30, p. 155—158.
11. Dallas W. J., Linde R., Weiss H.— Opt. Lett., 1978, vol. 3, p. 247.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.

УДК 681.335 : 535

Р. БАМЛЕР, И. ХОФЕР-АЛЬФЕЙС

(Мюнхен, ФРГ)

### АНАЛОГО-ОПТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ВЫЧИСЛЕНИЯ МНОГОМЕРНОЙ СВЕРТКИ

1. **Введение.** Во многих задачах обработки информации встречаются многомерные сигналы. Например, движущееся изображение —  $3P$ -сигнал, а движущийся объект — уже  $4P$ -сигнал. Преобразование  $2P$ -сигнала в локальный спектр мощности пространственных частот дает  $4P$ -сигнал [1]. К многомерной операции свертки можно свести операцию фильтрации, известную из обработки  $1P$ - и  $2P$ -сигналов (например, детектирование сигналов при согласованной фильтрации или сглаживание и подавление помех выбором соответствующей интерполяционной функции), а также опробовать новую многомерную фильтрацию. Отсюда следует, что многомерная свертка позволяет переработать большой объем информации. В п. 2 обсуждается редукция многомерного сигнала к  $2P$ -сигналу и указываются условия, при которых  $2P$ -свертку сечений можно считать многомерной сверткой. В п. 3 устанавливается связь между многомерной передаточной функцией и передаточной функцией  $2P$ -сечений, которая необходима для физической реализации. В п. 4 речь пойдет об объеме обработанной информации в обычной когерентно-оптической системе фильтрации.

2. **Представления многомерного сигнала через  $2P$ -сечения и многомерной свертки как свертки сечений.**  $2P$ -сигнал получается путем выделения из всех координат только двух и расположения соответствующих сечений изображения в одной плоскости. Последнее часто встречается