

записать линейно большую разницу значений функции  $1/F\{P\}$  на фотографической пленке. Тем не менее есть надежда, что уже найден метод, который существенно упростит голографический процесс [11].

5. **Заключение.** Проблема изображения синтезированной апертурой может быть решена математически для плоских объектов при использовании дополнительных или компенсированных кодов либо с помощью инверсной фильтрации при условии  $P_k \odot P_k = \delta$ . Трехмерную проблему, также удовлетворяющую требованию  $P_i \odot P_k = 0, i \neq k$ , нельзя решить точно. Приближенные решения ожидаются в будущем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Cutrona L. J., Leith E. M., Porcello L. J., Vivian W. E.— Proc. IEEE, 1966, vol. 54, p. 1036.
2. Ryle M., Hewish A.— Mon. Not. R. Astr. Soc., 1960, vol. 120, p. 220.
3. Groh G., Heyat G. S., Stroke G. W.— Appl. Opt., 1972, vol. 11, p. 931.
4. Barrett H. H., Wilson P. T., de Meester G. D., Scharfmann H.— Opt. Eng., 1970, vol. 12, p. 6.
5. Klotz E., Weiss H.— Opt. Comm., 1976, vol. 11, p. 368.
6. Golay M. J. E.— J. Opt. Soc. Am., 1971, vol. 61, p. 272.
7. Weiss H., Klotz E., Linde R., Rade G., Tiemens U.— Optica Acta, 1977, vol. 24, N 4, p. 305—325.
8. Nadjmi M., Weiss H., Klotz E., Linde R.— Medicamundi, 1980, vol. 25, p. 9.
9. Pasedach K., Weiss H.— Deutsche Patentanmeldung. P. 28301 86.2.
10. Dallas W. J. Artifact-Free Region-of-Interest Reconstruction from Coded-Aperture Recordings.— Opt. Comm., 1979, vol. 30, p. 155—158.
11. Dallas W. J., Linde R., Weiss H.— Opt. Lett., 1978, vol. 3, p. 247.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.

УДК 681.335 : 535

Р. БАМЛЕР, И. ХОФЕР-АЛЬФЕЙС

(Мюнхен, ФРГ)

### АНАЛОГО-ОПТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ВЫЧИСЛЕНИЯ МНОГОМЕРНОЙ СВЕРТКИ

1. **Введение.** Во многих задачах обработки информации встречаются многомерные сигналы. Например, движущееся изображение —  $3P$ -сигнал, а движущийся объект — уже  $4P$ -сигнал. Преобразование  $2P$ -сигнала в локальный спектр мощности пространственных частот дает  $4P$ -сигнал [1]. К многомерной операции свертки можно свести операцию фильтрации, известную из обработки  $1P$ - и  $2P$ -сигналов (например, детектирование сигналов при согласованной фильтрации или сглаживание и подавление помех выбором соответствующей интерполяционной функции), а также опробовать новую многомерную фильтрацию. Отсюда следует, что многомерная свертка позволяет переработать большой объем информации. В п. 2 обсуждается редукция многомерного сигнала к  $2P$ -сигналу и указываются условия, при которых  $2P$ -свертку сечений можно считать многомерной сверткой. В п. 3 устанавливается связь между многомерной передаточной функцией и передаточной функцией  $2P$ -сечений, которая необходима для физической реализации. В п. 4 речь пойдет об объеме обработанной информации в обычной когерентно-оптической системе фильтрации.

2. **Представления многомерного сигнала через  $2P$ -сечения и многомерной свертки как свертки сечений.**  $2P$ -сигнал получается путем выделения из всех координат только двух и расположения соответствующих сечений изображения в одной плоскости. Последнее часто встречается

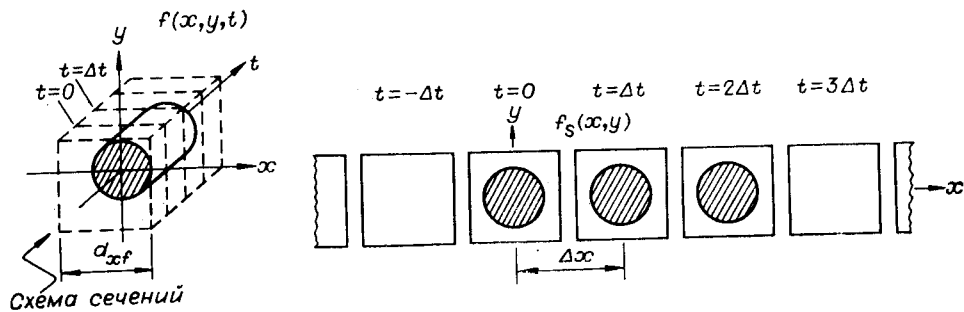


Рис. 1. 3P-сигнал и его сечения.

Теорема отсчетов нарушена из-за упрощенного представления выборки по времени.

при фиксировании сигналов, например, в кинофильме, где движущееся изображение запоминается в разное время и временные сечения объекта располагаются рядом друг с другом в виде полос (кадров). Дискретная по времени запись процесса в различных пространственных плоскостях при динамической компьютерной томографии фиксирует сечение 4P-процесса.

Условия для полного воспроизведения многомерного сигнала из отдельных сечений вытекают из теоремы отсчетов: интервал выборки сечения не может быть больше, чем разрешающая способность по каждой из координат. Второе условие следует из того, что сечения изображения не могут накладываться в плоскости представления. Это означает, например, что 3P-сигнал  $f(x, y, t)$ , который фиксируется на координате  $t$  с интервалом  $\Delta t$ , затем может быть представлен сечениями  $f_s(x, y)$ , расположенными, например, в  $x$ -направлении (интервал  $\Delta x$ ) (рис. 1):

$$f_s(x, y) = \sum_k f(x - k\Delta x, y, k\Delta t),$$

где  $\Delta t < (\Delta v_f)^{-1}$  — математическая ширина полосы по временной координате;  $\Delta x > d_{xf}$  — максимальная длина сечения изображения по  $x$ . Условия для редукции многомерного сигнала к 2P-сечениям можно распространить аналогично на другие координаты.

Цель представления 2P-сечений — замена многомерной свертки на 2P-свертку. На рис. 2 приведен качественный пример 3P-свертки, а на рис. 3 — соответствующие сечения  $f_s$  и  $h_s$  и результат свертки  $g_s$ . При этом  $g_s$  есть представление результата 3P-свертки. Доказательства представлены в [2]. Тогда

$$g_s(x, y) = \sum_k g(x - k\Delta x, y, k\Delta t) = f_s(x, y) ** h_s(x, y)$$

при  $\Delta t < \min\{(\Delta v_f)^{-1}, (\Delta v_h)^{-1}\}$ ,  $\Delta x > d_{xg} = d_{xf} + d_{xh}$ .

Из условия (1) вытекает, что  $f_s$  и  $h_s$  дают полное представление о многомерной функции; условие (2) препятствует наложениям сечений изображения  $g_s$ .

3. Передаточная функция свертки сечений. Свертку сечений  $f_s ** h_s$  можно интерпретировать как выходной сигнал линейной, инвариантной к сдвигу системы, имеющей импульсный отклик  $h_s$  и входной сигнал  $f_s$ .

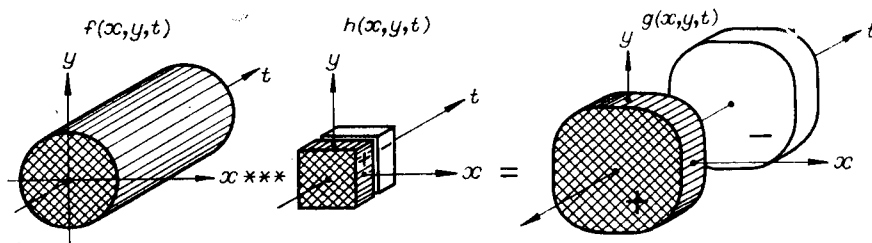


Рис. 2. Качественное представление 3P-свертки.

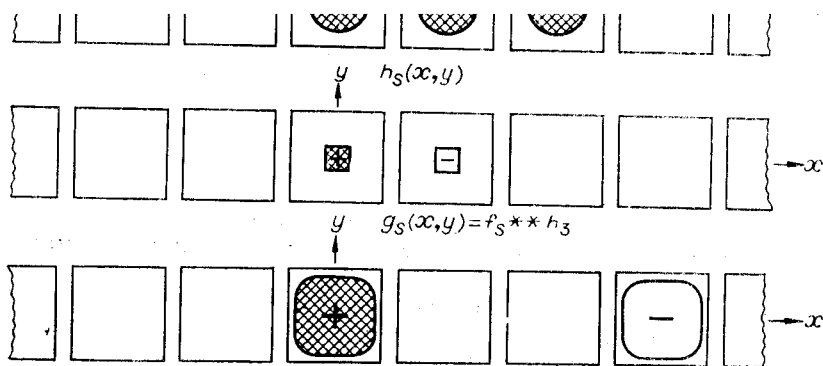


Рис. 3. Выборки (сечения) 3Р-функции, изображенной на рис. 2.

2Р-фурье-преобразование  $H_s$  от  $h_s$  есть многомерная передаточная функция системы и вместе с тем передаточная функция свертки сечений, которая описывает многомерную свертку в частотной области. Связь между  $H$  и  $H_s$  подробно выведена в [2]. Далее представлен 3Р-пример с расположением сечений согласно рис. 1. На рис. 4 показано

$$H(u, v, \nu) = \delta(\sqrt{u^2 + v^2} - \Delta\nu/2)$$

как 3Р-полосовой фильтр.  $H_s(u, v)$  получают путем следующих двух шагов: 1)  $H$  выбирается мультиплицированием расположенных эквидистантно параллельных плоскостей (параллельно оси  $\nu$  и осесимметрично оси  $\nu$ ,  $(\Delta x)^{-1}$  — в  $u$ -направлении и  $(\Delta t)^{-1}$  — в  $\nu$ -направлении), как это видно из средней части рис. 4; 2)  $H_s(u, v)$  получают проецированием на плоскость  $u, v$  изображений сечений в направлении оси  $\nu$ .

4. Когерентно-оптическая свертка сечений и максимальный объем обработанной информации. На рис. 5 представлена когерентно-оптическая система с фильтром пространственных частот. Объем обработанной информации (ОИИ) вычисляют по следующей формуле:

$$\text{ОИИ}_{\text{сист}} = \pi^2 l^4 / 16 \lambda^2 f^2;$$

при  $\lambda = 633$  нм,  $l = 80$  мм (диаметр объектива) и  $f = 1,1$  м (фокусное расстояние)  $\text{ОИИ}_{\text{сист}} \approx 0,5 \cdot 10^8$ . Передаточная функция  $H_s$  для когерентно-оптической фильтрации сечений может быть представлена в виде транспаранта или голограммы. Она определяется в соответствии с п. 3 из многомерной передаточной функции или через импульсный отклик сечений. Для ее реализации в литературе известен ряд методов (см., например, [3—7]).

В случае максимального объема обработанной информации когерентно-оптической системой фильтрации сечений ОИИ передаточной функции

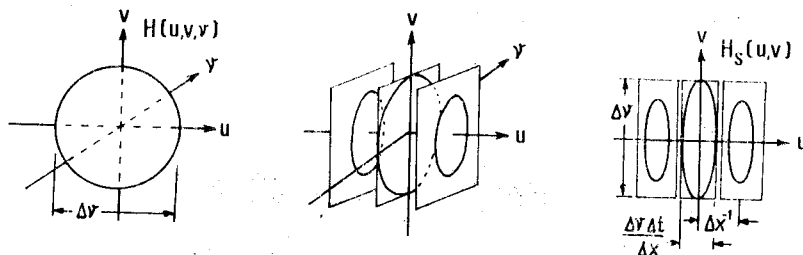


Рис. 4. Пример связи между 3Р-передаточной функцией  $H$  и передаточной функцией свертки сечений  $H_s$  для расположения, указанного рис. 1.

(ОИИ<sub>h</sub>) и ОИИ системы зависят от максимального числа входных данных, которые можно обработать. Время, затраченное на обработку, недостаточно характеризует процесс, так как время подготовки входных данных и время изготовления фильтра существенно индивидуальны и зависят от задачи. Например, можно в большинстве случаев иметь входные данные в виде сечений на пленке (кинофильм), а фильтр для обработки многих сечений оставить неизменным, так что фактически будем считать, что время обработки равно времени процесса фильтрации. Максимальный объем обработанной информации предполагает оптимальное расположение сечений ЗР-функции, например, как это показано на рис. 1, где происходит параллельная обработка многих сечений; или, как изображено на рис. 6,— пространственное повторение входных сечений. Для примера на этом же рисунке приводится пространственное расположение импульсных откликов свертки сечений. Для получения выходных сечений необходимо входные данные расположить на расстояниях  $d_f^2 + d_h^2$ , где  $d_f$  — максимальная ширина входного изображения,  $d_h$  — импульсный отклик изображения сечения (см. рис. 6). Тогда в плоскости входа число изображений входных сечений равно числу импульсных откликов, причем входные сечения могут быть любой длины.

Можно ввести отношение  $CP$ , равное отношению числа разрешаемых элементов входного изображения сечений  $d_f^2$  к разрешаемому числу изображений импульсных откликов  $d_h^2$ , т. е.

$$CP = d_f^2/d_h^2 \leq (\sqrt{ООИ_{сист}/ООИ_h} - 1)^2,$$

$CP$  — мера максимального объема данных входной функции, отнесенная к шагу импульсного отклика.

Пример 1. ЗР-импульсный отклик состоит из 100 разрешаемых элементов по каждой координате. При  $ООИ_{сист} \approx 0,5 \cdot 10^8$  получается  $CP \approx 36$ . Это означает, что каждое изображение входного сечения имеет  $d_f^2 = CPd_h^2 = 600^2$  разрешаемых элементов и одновременно с изображением импульсного отклика можно вычислить  $700^2$  разрешаемых элементов в выходном изображении.

Пример 2. 4Р-импульсный отклик содержит 50 разрешаемых элементов по каждой координате, отсюда следует, что  $CP \approx 3,3$  и сечения 4Р-сигнала могут включать 50 изображений сечений с  $CP \cdot 50^2 \approx 91^2$  разрешаемыми элементами, при этом одновременно можно максимально обработать 2500 изображений сечений. Причем  $z$  любое, т. е. сечение

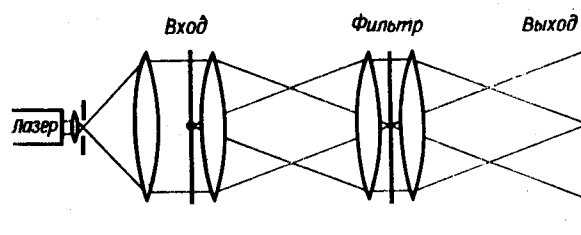


Рис. 5. Когерентно-оптическая система пространственной фильтрации.

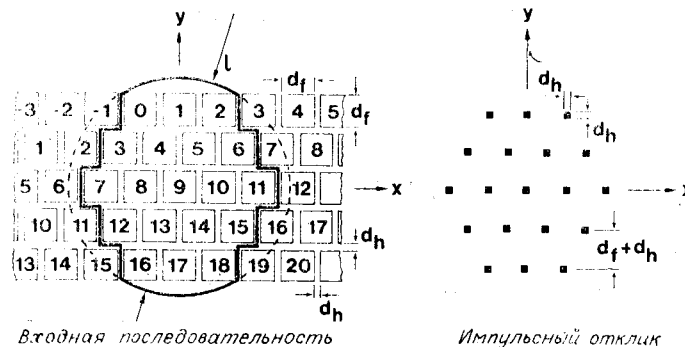


Рис. 6. Расположение входных выборок во входной плоскости и пространственное расположение импульсных откликов.

может быть любой длины по рассматриваемой координате при определенном направлении смещения.

Это число операций и данных, очевидно, далеко превосходит возможности цифровой обработки. Здесь более предпочтительна оптическая вычислительная техника для получения свертки сечений изображений.

Эксперименты по моделированию осесимметричного  $3P$ -полосового фильтра и по растяжению сечений с их интерполяцией приведены в [2, 8, 9].

**5. Заключение.** Многомерную свертку можно представить в виде  $2P$ -свертки сечений, если считывание обеих функций возможно по всем или двум координатам. Результат представляется снова как двуразмерное сечение. Представление сигнала  $2P$ -сечений требует высокой полосы пропускания частот как цены за потерю многомерности. Когерентно-оптическая аналоговая вычислительная техника располагает подходящими фильтрами для таких систем. Объем переработанной информации аналогичен объему для обычных оптических систем; например, при  $3P$ -импульсном отклике со 100 разрешаемыми элементами по координатам можно переработать достаточно большое изображение с  $600 \times 600$  элементами. Естественно, что время обработки существенно зависит от того, представлены ли входные данные в виде выборок на пленке и подготовлен ли фильтр. Многомерная обработка сигналов — это область исследования, значение и возможности которой непрерывно меняются. Многие методы, развитые для обработки  $1P$ -,  $2P$ -сигналов, могут иметь успешное применение для обработки многомерных сигналов, если есть априорная информация о движении или локальных свойствах объекта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Platzner H., Glunder H. Generation and Use of Local Power Spectra by Coherent Optics.— In: Machine-Aided Image Analysis. L.: The Institute of Physics — London, p. 114—119; Inst. of Phys. Conf. Ser. N 44, 1979.
2. Hofer-Alfeis J., Bamler R. 3-D and 4-D Convolution by Coherent Optical Filtering.— In: Transformations in Optical Signal Processing/Ed. W. T. Rhodes et al. Bellingham, WA, USA, SPIE, 1982.
3. Vander Lugt A. Signal Detection by Complex Spatial Filtering.— IEEE Trans. Inform. Theory, 1964, vol. 10, p. 139—149.
4. Stroke G. W. An Introduction to Coherent Optics and Holography.— L.— N. Y.: Academic Press, 1969, p. 82—86.
5. Lohmann A. W., Paris O. P. Binary Fraunhofer Hologramms, Generated by Computer.— Appl. Opt., 1967, vol. 6, p. 1739—1748.
6. For Reviews of Computer Holography; Lee W. H. Computer-Generated Holograms: Techniques and Applications.— In: Progress in Optics/Ed. E. Wolf. North-Holland, 1978, vol. 16, p. 124—232.
7. Lowenthal S., Chavel P. Reduction of the Number of Samples in Computer Holograms for Image Processing.— Appl. Opt., 1974, vol. 13, p. 718—720.
8. Narko H. The z-Model — a Proposal for Spatial and Temporal Modelling of Visual Threshold Perception.— Biol. Cybernetics, 1980, vol. 39, p. 111—123.
9. Bamler R., Nofer-Alfeis J. Three- and Fourdimensional Filter Operations by Coherent Optics.— Optica Acta, 1982, vol. 29, p. 747—757.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.

УДК 535.4 : 778.38

О. БРИНГДАЛ  
(Эссен, ФРГ)

#### ОПТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

**1. Введение.** Голограммы, синтезированные при помощи вычислительной машины (ГСМ), находят применение в области оптической обработки информации и при контроле качества линз. В последнее