

## ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

УДК 598.27 : 535.12

Ю. Ф. СТУСЬ

(Новосибирск)

### ВЛИЯНИЕ ГАУССОВОЙ СТРУКТУРЫ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ ЛАЗЕРНЫМ ГРАВИМЕТРОМ

При современных требованиях к точности измерений длин двухлучевыми лазерными интерферометрами возникает необходимость учета дифракционных фазовых сдвигов, обусловленных ограниченными размерами освещающего пучка. Из расчетов, выполненных в [1], на основе решения задачи об интерференции двух гауссовых пучков, следует, что ошибки измерений, определяемые дифракционными фазовыми сдвигами, без принятия специальных мер могут достигать десятых долей порядка интерференции. В [2] аналогичные расчеты проделаны для астигматических неколлимированных пучков. Там же показано, что в случае, когда измеряемые интервалы невелики по сравнению с конфокальными параметрами интерферирующих пучков, формулы для учета дифракционного эффекта имеют практически один и тот же вид как для стигматических, так и для астигматических пучков. В этих же работах рассмотрены некоторые методы уменьшения влияния дифракционного эффекта и способы введения соответствующих поправок.

При измерениях ускорения силы тяжести ( $g$ ) аппаратурой, описанной в [3], необходимо определять расстояния, проходимые падающим телом с погрешностями, не превышающими сотых и даже тысячных долей порядка интерференции. Следовательно, в соответствии с результатами [1, 2] дифракционный эффект может внести заметный вклад в систематическую погрешность. Ниже рассматривается влияние дифракционного эффекта на точность измерения абсолютного значения ускорения силы тяжести, а также приводятся результаты экспериментов по определению фазовых сдвигов, обусловленных ограниченными поперечными размерами лазерного пучка.

В основе расчетов, выполненных в [1, 2], лежит представление о лазерном излучении, как о пучке, интенсивность света в любом поперечном сечении которого распределена по закону Гаусса. За радиус такого пучка обычно принимают расстояние от оси, на котором интенсивность света убывает в  $e^2$  раз. Согласно [4], пространственное распределение поля основной моды излучения аксиально-симметричного резонатора определяется выражением

$$E(z, r) = E_0(w_0/w) \exp[-r^2/w^2] \exp[-i(kz - \arctg(2z/R_0) + kr^2/2R)]. \quad (1)$$

Здесь  $E_0$  — амплитуда поля на оси пучка в плоскости с минимальным значением радиуса  $w_0$  (плоскость перетяжки);  $w = w_0 \sqrt{1 + (2z/R_0)^2}$  — радиус пучка на расстоянии  $z$  от перетяжки;  $R = z[1 + (R_0/2z)^2]$  — радиус кривизны волнового фронта;  $R_0 = 2\pi w_0^2/\lambda_0$  — конфокальный параметр пучка;  $r^2 = x^2 + y^2$ , где  $x$  и  $y$  — координаты точки в поперечном сечении пучка;  $k = 2\pi/\lambda_0$  — волновое число.

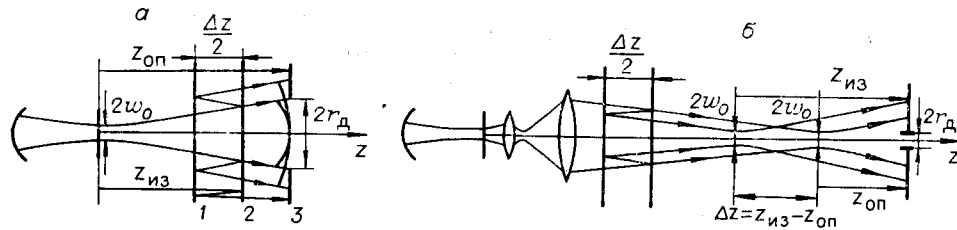


Рис. 1.

Из (1) видно, что распространение лазерного излучения в отличие от плоской волны сопровождается изменением не только амплитуды, но и фазы. При освещении интерферометра пучком света с указанными свойствами амплитуда и фаза интерференционной картины отличаются от случая интерференции плоских волн. На рис. 1, а приведена схема освещения. Интерферометр представлен в виде двух параллельных пластин 1 и 2. На выходе прибора в поле интерференции установлена выходная диафрагма 3. Для простоты в схеме отсутствует телескопическая система для уменьшения расходимости излучения лазера. Суммарная интенсивность в плоскости диафрагмы 3 в соответствии с (1) будет равна

$$I(r) = |[\alpha_{оп}E(z_{оп}, r) + \alpha_{из}E(z_{из}, r)]|^2. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha_{оп}$  и  $\alpha_{из}$  — коэффициенты, характеризующие долю исходного светового пучка, прошедшего из опорного и измерительного плечей интерферометра.

Проинтегрировав (2) по всей площади диафрагмы с радиусом  $r_д$ , получим для общего количества света, прошедшего через диафрагму,

$$I_{из} = A + B \cos [k(z_{из} - z_{оп}) + \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2], \quad (3)$$

где

$$A = \alpha_{оп}^2 E_0^2 \frac{\pi w_0^2}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2r_д^2}{w_{оп}^2}\right) \right] + \alpha_{из}^2 E_0^2 \frac{\pi w_0^2}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2r_д^2}{w_{из}^2}\right) \right]; \quad (4)$$

$$B = \alpha_{оп}\alpha_{из} E_0^2 \pi w_0^2 \sqrt{1 - 2 \exp(-ar_д^2) \cos br_д^2 + \exp(-2ar_д^2)}; \quad (5)$$

$$\Delta\varphi_1 = -(\arctg(2z_{из}/R_0) - \arctg(2z_{оп}/R_0)); \quad (6)$$

$$\Delta\varphi_2 = \arctg \frac{b - \exp(-ar_д^2) [a \sin br_д^2 + b \cos br_д^2]}{a + \exp(-ar_д^2) [b \sin br_д^2 - a \cos br_д^2]}. \quad (7)$$

Величины  $a$  и  $b$  определяются соотношениями

$$a = 1/w_{оп}^2 + 1/w_{из}^2, \quad b = k(1/2R_{из} - 1/2R_{оп}),$$

где параметры  $w_{оп}$  и  $w_{из}$  — радиусы пучков опорного ( $z = z_{оп}$ ) и измерительного ( $z = z_{из}$ ) плечей интерферометра. Поскольку величина фототока пропорциональна интенсивности освещающего пучка, то электрический сигнал на выходе фотоприемника определяется также выражением (3). Как видно из (3)—(7), сигнал с фотоприемника при перемещении измерительного плеча интерферометра не только меняется по фазе и амплитуде, но и сопровождается изменением уровня постоянной составляющей. Обычно для получения информации о пути, пройденном измерительным плечом интерферометра, используется дискриминатор уровня сигнала. При этом в измерениях, кроме ошибок, обусловленных фазовыми сдвигами  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$ , содержатся и ошибки, зависящие от изменения уровня сигнала и его амплитуды. В лазерном гравиметре для исключения этих дополнительных ошибок сигнал с фотоприемника через дифференцирующую цепочку направляется на дискриминатор нуля. Возможность использования дифференцирующей цепочки объясняется тем, что в гравиметре начало отсчета интервалов пути производится не

в момент начала падения, а спустя некоторое время, за которое тело приобретает начальную скорость  $\approx 1$  м/с. При этом частота электрического сигнала на выходе фотоприемника составляет около 3 МГц. Таким образом, период следования импульсов, сформированных дискриминатором нуля, соответствует изменению аргумента косинуса в (3) на  $2\pi$ , и, следовательно, дальнейшее рассмотрение можно ограничить величинами, определяющими значение аргумента.

Как видно из (3), (6) и (7), фазовые соотношения при интерференции гауссовых пучков отличаются от случая плоских волн дополнительными фазовыми сдвигами  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$ . Причем, если  $\Delta\varphi_2$  обуславливается в основном искривлением фазовых фронтов интерферирующих пучков и зависит от размера выходной диафрагмы, то  $\Delta\varphi_1$ , соответствующее изменению фазы вдоль оси пучка, не зависит от размера выходной диафрагмы и полностью определяется величинами  $z_{из}$ ,  $z_{оп}$  и  $R_0$ . Если выразить  $z_{из}$  через  $z_{оп}$  и оптическую разность хода интерферирующих пучков  $\Delta z = z_{из} - z_{оп}$ , то (6) можно переписать в виде

$$\Delta\varphi_1 = -\operatorname{arctg} \frac{2\Delta z}{R_0 \left[ 1 + 4z_{оп}(z_{оп} + \Delta z)/R_0^2 \right]}. \quad (8)$$

При отсутствии выходной диафрагмы (7) преобразуется в выражение

$$\Delta\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\Delta z}{R_0} \left[ \frac{1 - 4z_{оп}(z_{оп} + \Delta z)/R_0^2}{1 + (2z_{оп}^2 + 2(z_{оп} + \Delta z)^2)/R_0^2} \right] \right\}. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что дополнительные фазовые сдвиги тем меньше, чем больше конфокальный параметр освещающего интерферометр пучка. Величину конфокального параметра пучка можно существенно увеличить, используя телескопическую систему, которая одновременно служит и для уменьшения расходимости лазерного пучка. Если  $z_{оп}$  и  $\Delta z$  малы по сравнению с  $R_0$ , то (8) и (9) существенно упрощаются и могут быть записаны в виде

$$\Delta\varphi_1 \approx -2\Delta z/R_0, \quad \Delta\varphi_2 \approx \Delta z/R_0. \quad (10)$$

При наличии выходной диафрагмы, диаметр которой мал по сравнению с диаметром выходного пучка, вместо (7) имеем

$$\Delta\varphi_2 \approx \frac{br_{\pi}^2}{2} \approx \frac{2\pi r_{\pi}^2}{\lambda_0 R_0^2} \Delta z \quad (11)$$

в предположении, что  $z_{из}$  и  $z_{оп}$  невелики по сравнению с  $R_0$ . Из (11) следует, что путем уменьшения радиуса выходной диафрагмы интерферометра влияние  $\Delta\varphi_2$  на точность измерений может быть уменьшено до любой заданной величины. Для оценок удобнее представить  $r_{\pi}$  в виде  $r_{\pi} = w_0/\gamma$ , где  $\gamma$  — число, показывающее, во сколько раз радиус выходной диафрагмы меньше радиуса перетяжки освещающего пучка. Поскольку  $w_0 = \sqrt{\lambda_0 R_0/2\pi}$ , то вместо (11) можно записать

$$\Delta\varphi_2 \approx \Delta z/\gamma^2 R_0. \quad (12)$$

Последнее выражение справедливо для оценок не только при  $\gamma \gg 1$ , но и вплоть до  $\gamma = 1$ . Ошибки, связанные с приближенным характером (12), не превышают нескольких процентов от полной величины  $\Delta\varphi_2$ . Для диафрагм, размеры которых превышают размер перетяжки, можно считать  $\gamma = 1$ , при этом (12) полностью совпадает с (10).

С учетом полученных соотношений выражение для фазы интерференционного сигнала в соответствии с (3) принимает вид

$$\Phi = k\Delta z + \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = k\Delta z - 2\Delta z/R_0 + (1/\gamma^2)(\Delta z/R_0). \quad (13)$$

Из (13) следует, что дифракционный эффект приводит к изменению волнового числа на величину  $\Delta k = -(2 - 1/\gamma^2)/R_0$ . С учетом малости  $\Delta k$

по сравнению с  $k$  для эффективного значения длины волны лазерного излучения получаем

$$\lambda_{\text{эф}} \approx \lambda_0 [1 + \lambda_0 (2 - 1/\gamma^2) / 2\pi R_0]. \quad (14)$$

При определениях ускорения силы тяжести методом свободного падения оптический угловой отражатель в измерительном плече интерферометра движется по закону

$$\Delta z = \Delta z_0 - v_0 t - gt^2/2, \quad (15)$$

где  $\Delta z_0$  и  $v_0$  — соответственно оптическая разность хода и начальная скорость движения в момент  $t=0$ ;  $g$  — ускорение силы тяжести.

С учетом (13) и (15) для числа интерференционных полос, прошедших в поле прибора за время  $t$ , можно записать

$$N(t) = (\Phi(0) - \Phi(t)) / 2\pi = (1/2\pi)(gt^2/2 + v_0 t)[k - (1/R_0)(2 - 1/\gamma^2)].$$

Следовательно, относительная погрешность измерений ускорения силы тяжести, обусловленная дифракционным эффектом, равна относительной погрешности определения эффективного значения длины волны лазерного излучения:

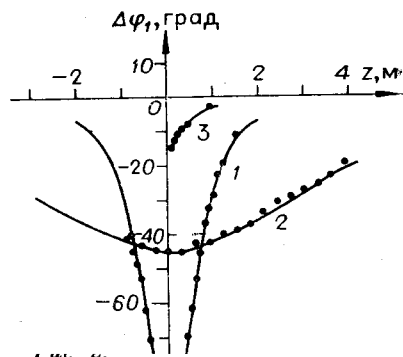
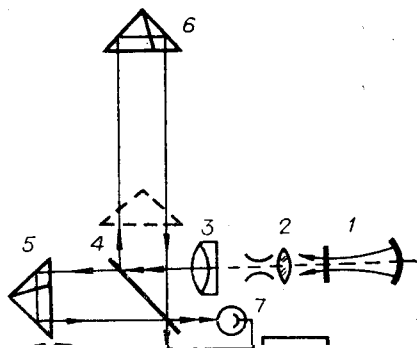
$$\delta g = \Delta g/g = \Delta\lambda/\lambda_0 = -(2 - 1/\gamma^2)\lambda_0/2\pi R_0.$$

В лазерном гравиметре [3] телескопическая система позволяет сфокусировать пучок с конфокальным параметром  $R_0 \approx 30$  м. При отсутствии выходной диафрагмы относительная погрешность измерений, обусловленная дифракционным эффектом, составляет

$$\delta g = \Delta\lambda/\lambda_0 \approx \lambda_0/2\pi R_0 \approx 3,4 \cdot 10^{-9}.$$

Эта величина лежит в пределах погрешности определения ускорения силы тяжести, составляющей около  $1 \cdot 10^{-8}$ , но существенно превышает значения, характеризующие стабильность и воспроизводимость длины волны лазерного излучения, используемого в качестве стандарта длины. Поэтому при повышении точности измерений дифракционный эффект может внести заметный вклад в общую погрешность. Снижение его влияния за счет увеличения конфокального параметра освещающего интерферометр пучка может оказаться нецелесообразным, так как с увеличением  $R_0$  возрастает и диаметр пучка, что, в свою очередь, требует увеличения размеров как оптических элементов, так и гравиметра в целом. В то же время эффективность введения дифракционной поправки зависит от степени соответствия принятой для расчетов модели реальной структуре интерферирующих пучков.

Попытка экспериментальной проверки степени влияния изменения кривизны волновых фронтов интерферирующих гауссовых пучков на точность измерений длины была предпринята в [5]. Интерферометр в этих экспериментах освещался одновременно двумя пучками с разными значениями конфокальных параметров. Таким способом получали два ряда отсчетов расстояний, пройденных рефлексом измерительного плеча интерферометра. По разности показаний определялась величина вклада искривления волновых фронтов в общую погрешность измерений. Однако, как показывают расчеты по формулам (6) и (7), основной вклад вносит не фазовый сдвиг  $\Delta\phi_2$ , обусловленный искривлением волновых фронтов, а  $\Delta\phi_1$ . Кроме того,  $\Delta\phi_2$  может быть снижен до любой заданной величины уменьшением выходной диафрагмы интерферометра. При этом влияние гауссовой структуры интерферирующих пучков на точность измерений длины будет определяться в основном величиной  $\Delta\phi_1$ . Возможность уменьшения величины  $\Delta\phi_2$  диафрагмированием позволяет про-



вести эксперименты по непосредственной проверке справедливости (6). Для пояснения идеи эксперимента обратимся к формуле (8), из которой следует, что  $\Delta\varphi_1$  существенно зависит от координаты  $z_{\text{оп}}$ , отсчитываемой от плоскости перетяжки освещающего пучка. Если интерферометр освещать сходящимся лазерным пучком, как это показано на рис. 1, б, то  $z_{\text{оп}}$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от того, где находится плоскость наблюдения интерференционной картины: после перетяжки или до нее. Если подобрать параметры пучка так, чтобы  $R_0 \ll \Delta z$ , то значения  $\Delta\varphi_1$  вблизи плоскости перетяжки будут заметно меняться даже при небольших смещениях точки наблюдения вдоль оси интерферирующих пучков. Если построить зависимость  $\Delta\varphi_1$  от величины  $z_{\text{оп}}$ , то получится кривая, симметричная относительно точки  $z_{\text{оп}} = -\Delta z/2$ , в которой  $\Delta\varphi_1$  достигает максимума по абсолютной величине. При  $z_{\text{оп}} \rightarrow \pm\infty$  величина  $\Delta\varphi_1 \rightarrow 0$ .

Экспериментальная установка для измерения  $\Delta\varphi_1$  представлена на рис. 2. Как видно из рисунка, ее основой является интерферометр Майкельсона с уголковыми отражателями 5 и 6. Измерительный отражатель 6 позволяет менять задаваемую разность хода от одного до трех метров. Референтный отражатель 5 связан с пьезоэлементом для получения переменного сигнала на выходе фотоприемников 7 и 8. Фотоприемник 8 можно перемещать вдоль оптической оси прибора на расстояние до 6 м. Оптическая система состоит из короткофокусной 2 и длиннофокусной 3 линз. Перемещением одной из линз вдоль оптической оси формируется сходящийся лазерный пучок с требуемыми параметрами. На рис. 2 пунктирными линиями показаны положения перетяжек после интерферометра.

Сигналы фотоприемников через усилители поступали на пластины  $x$  и  $y$  осциллографа. При наличии фазового сдвига луч на экране осциллографа описывает эллипс. По величине полуосей эллипса можно определить фазовый сдвиг между сигналами. Знак фазового сдвига фиксировался по сопоставлению движения опорного отражателя и точки, образующей эллипс на экране. Для устранения влияния искривления волновых фронтов на точность определения дифракционного фазового сдвига оба фотоприемника снабжены диафрагмами. Допустимый размер диафрагм вычисляется в соответствии с формулой (7) так, чтобы вклад в общий фазовый сдвиг не превышал 1%.

Полученные результаты иллюстрирует рис. 3. Кривые 1 и 2 построены по значениям  $\Delta\varphi_1$ , вычисленным по формуле (6) при  $R_0 = 1,05$  м и  $\Delta z = 1$  м,  $R_0 = 6,7$  м и  $\Delta z = 1,8$  м соответственно. Кривая 3 соответствует случаю, представленному на рис. 1, а, когда излучение поступает

в интерферометр непосредственно без преобразования телескопической системой. В этой ситуации  $R_s = 0,4$  м и  $\Delta z = 1$  м. Экспериментальные значения  $\Delta\varphi_1$  отмечены на рисунке точками. При построении кривых 1 и 2 за начало отсчета расстояний принималась точка, соответствующая  $z_{оп} = -\Delta z/2$ , а для кривой 3 отсчет проводился непосредственно от делителя лучей.

Проведенные эксперименты подтверждают справедливость теоретических выводов о влиянии дифракционных фазовых сдвигов, возникающих в лазерном пучке, на результат интерференционных измерений длины. Кроме того, хорошее согласие экспериментальных данных с теорией позволяет повысить точность измерений длины и соответственно абсолютного значения ускорения силы тяжести либо путем введения соответствующих поправок, вычисленных непосредственно по формулам (6) и (7), либо использованием при расчетах эффективного значения длины волны (14).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Щур В. Л., Эцин Е. Ш. О влиянии расходимости пучка лазера на точность измерений в двухлучевом интерферометре. — Автометрия, 1976, № 3.
2. Monchalin J.-P. e. a. Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Mickelson interferometer. — Appl. Opt., 1981, vol. 20, N 5.
3. Арнаутов Г. П. и др. Измерение абсолютного значения ускорения силы тяжести лазерным баллистическим гравиметром. — Квант. электроника, 1979, т. 6, № 3.
4. Когельник, Ли. Резонаторы и световые пучки лазеров. — ТИИЭР, 1965, т. 54, № 10.
5. Занимонский Е. М., Мирошниченко О. Н. Влияние формы освещающего пучка на погрешность измерения длины лазерным интерферометром Майкельсона. — Измерит. техника, 1976, № 2.

Поступила в редакцию 16 декабря 1982 г.

УДК 621.391 : 621.317.373 : 519.24

Ю. М. ВЕШКУРЦЕВ

(Омск)

### ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФЛУКТУАЦИЙ ФАЗЫ АНАЛИЗАТОРОМ С ИДЕАЛЬНЫМ КАНАЛОМ ФОРМИРОВАНИЯ ОПОРНОГО КОЛЕБАНИЯ

Изучению флуктуаций в науке и технике уделялось [1, 2] и уделяется сейчас [3] самое пристальное внимание. Интерес к ним, особенно к флуктуациям фазы колебаний, продиктован на данном этапе стремлением глубже проникнуть в сущность открытых физических явлений. Исследование тонкой структуры ионосферы, радиосвязь, в том числе и космическая, автоколебательные системы — вот далеко не полный перечень практических задач, в которых оказалось необходимым с помощью эксперимента точно установить величину флуктуации фазы. Однако традиционные принципы измерения флуктуаций фазы предусматривают наличие на входе статистического анализатора двух сигналов: сигнала  $u_1(t) = U_{m1} \cos[\omega t + \varepsilon(t)]$  с измеряемыми флуктуациями фазы  $\varepsilon(t)$  и связанного с ним опорного колебания  $u_2(t) = U_{m2} \cos \omega t$ . Поскольку абсолютно стабильного источника сигнала, фаза которого была бы постоянна в течение заданного интервала времени, не существует, приходится опорное колебание  $u_2(t)$  формировать из реального сигнала.