

мы [1]. Теперь, подставляя в (6) соотношение  $Mx_1x_2 = \text{cov}(x_1, x_2) + a_1a_2$ , находим

$$\text{cov}[f^2(\omega_1), f^2(\omega_2)] = 2[\text{cov}f(\omega_1), f(\omega_2)]^2 + \text{var} T_2 = \frac{1}{(4\pi)^2} \int \int \left\{ 2 \left[ \frac{1}{T} F^2(\omega_1) (h_T(\omega_2 + \omega_1) + h_T(\omega_2 - \omega_1)) \right] + 4F(\omega_1)F(\omega_2) \left[ \frac{2\pi}{T} F^2(\omega_1) (h_T(\omega_2 + \omega_1) + h_T(\omega_2 - \omega_1)) \right] \right\} d\omega_1 d\omega_2. \quad (8)$$

Используя (2), (3), при большом  $T$  получаем  $\text{var} T_2 = h(0)/(B_T T^2) \int F^4(\omega) d\omega + \int F^4(\omega) d\omega/(\pi T) + F^4(0)/(2T)$ . Отсюда  $\lim_{T \rightarrow \infty} \text{var} T_2 = 0$ , если  $\int F^4(\omega) d\omega < \infty$

и  $F^4(0) < \infty$ . Таким образом, при этих ограничениях на спектральную плотность применение сглаживающего окна, удовлетворяющего условиям (2), (3), обеспечивает сходимость в среднеквадратическом оценке  $T_2$  ИК к истинному значению  $\tau_2$ .

Приведем результаты оценивания ИК для процесса авторегрессии  $x(t) = \gamma x(t-1) - \gamma^2 x(t-2) + n(t)$ , где  $\gamma = 0,8$  и  $n(t)$  — последовательность, генерируемая датчиком случайных чисел. Ковариационная функция такого процесса определяется известным соотношением [3], а ИК —  $\tau_0 = 3,56$  и  $\tau_2 = 1,76$ . На рисунке представлены результаты вычисления  $T_2$  для двух различных реализаций процесса  $x(t)$  в зависимости от длины реализации  $T$ , которая изменяется от 30 до 1500 с шагом 30. Применялось прямоугольное корреляционное окно шириной  $\sim \sqrt{T}$ . Результаты моделирования для различных значений параметра  $\gamma$  дают основания полагать, что оценка  $T_0$  расходится, по крайней мере для  $T \sim 10^3$  отношение  $T_0/\tau_0$  достигало 5—7. Оценка  $T_2$  с применением сглаживающих окон обладает устойчивостью и неплохой точностью даже на сравнительно коротких реализациях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1974, т. 1.
2. Жовинский А. Н. Оценивание интервала корреляции с позиции теории проверки гипотез.— Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, вып. 9.
3. Дженкинс Г., Ватте Д. Спектральный анализ и его приложения.— М.: Мир, 1971, вып. 1.
4. Parzen E. On consistent estimates spectrum of stationary time series.— The Annals of Mathematical Statistics, 1957, vol. 28, N 2.
5. Дженкинс Г., Ватте Д. Спектральный анализ и его приложения.— М.: Мир, 1972, вып. 2.

Поступило в редакцию 17 марта 1983 г.

УДК 621.37 : 621.391.519.27

В. В. КУРИЛКИН

(Люберцы Московской)

#### О ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ОГИБАЮЩЕЙ СМЕСИ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА С УЗКОПОЛОСНЫМ НОРМАЛЬНЫМ ШУМОМ

При решении ряда практических задач часто возникает необходимость расчета статистических характеристик огибающей\* и ее производной аддитивной смеси  $\xi(t)$  квазигармонического сигнала и узкополосного нормального шума [1], в частности плотности вероятности огибающей этой смеси. Однако использование в соответствующих выкладках известного соотношения из [1] в некоторых случаях затруднительно ввиду его относительной сложности.

\* Под термином «огибающая смеси» здесь и далее понимается комплексная огибающая узкополосного случайного процесса  $\xi(t)$ .

В данном сообщении выведено соотношение для указанной плотности вероятности, удобное при выполнении отдельных прикладных расчетов, а также приведен пример его использования для наиболее характерного на практике рэлеевского закона флуктуаций огибающей сигнала.

Рассмотрим аддитивную смесь  $\xi(t) = s(t) + n(t)$  сигнала  $s(t) = U_c(t) \times \cos(\omega_c t + \Theta_0)$  с флуктуирующей огибающей  $U_c(t)$  и неизвестной, но постоянной фазой  $\Theta_0$  и стационарного нормального узкополосного шума  $n(t)$  со средней частотой спектра  $F(\omega)$ , совпадающего с несущей частотой сигнала  $\omega_c$ , и корреляционной функцией  $R(\tau) = \sigma^2 \rho(\tau)$   $\left( \sigma^2 = \int_0^\infty F(\omega) d\omega \right)$ .

При таких условиях совместная плотность вероятности  $W_2(A, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c)$  огибающей  $A(t)$  и ее производной  $\dot{A}(t)$  смеси  $\xi(t)$  в совпадающие моменты времени равна [1]

$$W_2(A, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c) = \frac{A^2}{2\pi\sigma^4\omega_*^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( A^2 + U_c^2 + \frac{\dot{A}^2 + \dot{U}_c^2}{\omega_*^2} \right) \right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -\frac{A^2 \dot{\Theta}^2}{2\sigma^2\omega_*^2} \right] I_0 \left[ \frac{1}{\sigma^2\omega_*^2} \sqrt{A^2 \dot{\Theta}^2 \dot{U}_c^2 + (\dot{A}U_c + AU_c\omega_*^2)^2} \right] d\dot{\Theta}. \quad (1)$$

Здесь  $U_c(t)$  и  $\dot{U}_c(t)$  — соответственно огибающая сигнала  $s(t)$  и ее производная в совпадающие моменты времени;  $\omega_*^2$  — среднеквадратическая полоса частот энергетического спектра  $F(\omega)$  аддитивного шума [1, 2];  $\Theta$  и  $\dot{\Theta}$  — фаза и ее производная огибающей смеси  $\xi(t)$  в совпадающие моменты времени;  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка первого рода.

Расчеты с использованием соотношения (1) представляют собой достаточно сложную задачу даже при решении ее на современных быстродействующих ЭВМ. В целях упрощения расчетов представим (1) в более компактном виде. Для этого воспользуемся следующим выражением [1, 3] для плотности вероятности огибающей  $A(t)$ , фазы  $\Theta(t)$  смеси  $\xi(t)$  и их первых производных (при отсутствии фазовой модуляции в сигнале):

$$W_4(A, \dot{A}, \Theta, \dot{\Theta}/U_c, \dot{U}_c) = \frac{A^2}{4\pi^2\sigma^4\omega_*^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2\omega_*^2} \left[ \omega_*^2 (A^2 + U_c^2) + \dot{A}^2 + \dot{U}_c^2 \right] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{AU_c}{\sigma^2} \cos \Theta - \frac{A^2}{2\sigma^2\omega_*^2} \dot{\Theta}^2 - \frac{\dot{A}U_c}{\sigma^2\omega_*^2} \dot{\Theta} \sin \Theta + \frac{\dot{A}\dot{U}_c}{\sigma^2\omega_*^2} \cos \Theta \right\}. \quad (2)$$

Интегрируя (2) сначала по  $\dot{\Theta}$ , а затем по  $\Theta$  и учитывая, что [4]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -(\dot{\Theta}^2 + 2\rho\dot{\Theta}) \right] d\dot{\Theta} = \exp(\rho^2/t) \sqrt{\pi/t},$$

получим

$$W_2(A, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c) = \frac{A^2}{4\pi^2\sigma^4\omega_*^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2\omega_*^2} \left[ \omega_*^2 (A^2 + U_c^2) + \dot{A}^2 + \dot{U}_c^2 \right] \right\} \times \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left[ \left( \frac{AU_c}{\sigma^2} + \frac{\dot{A}\dot{U}_c}{\sigma^2\omega_*^2} \right) \cos \Theta + \frac{\dot{U}_c^2}{2\sigma^2\omega_*^2} \sin^2 \Theta \right] \sqrt{\frac{2\pi\sigma^2\omega_*^2}{A^2}} d\Theta, \quad (3)$$

или

$$W_2(A, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c) = \frac{A\sqrt{2\pi}}{4\pi^2\sigma^3\omega_*^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2\omega_*^2} \left[ \omega_*^2 (A^2 + U_c^2) + \dot{A}^2 + \frac{\dot{U}_c^2}{2} \right] \right\} \times \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} \exp [c \cos \Theta - d \cos 2\Theta] d\Theta. \quad (4)$$

Здесь  $c = AU_c/\sigma^2 + \dot{A}\dot{U}_c/\sigma^2\omega_*^2$ ,  $d = \dot{U}_c^2/4\sigma^2\omega_*^2$ . Используя разложение [4]

$$\exp(-a \cos \Theta) = I_0(a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n(a) \cos n\Theta,$$

$$\exp(b \cos \Theta) = I_0(b) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(b) \cos n\Theta$$

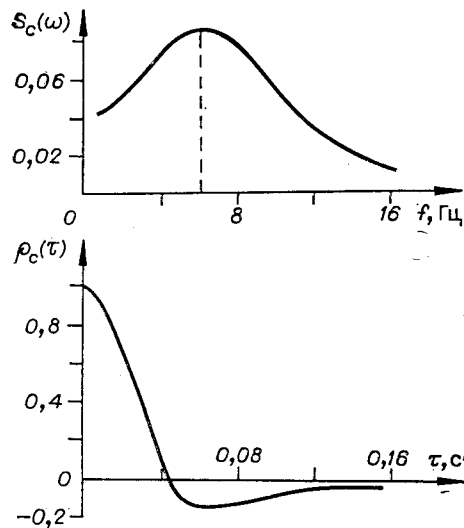


Рис. 1.

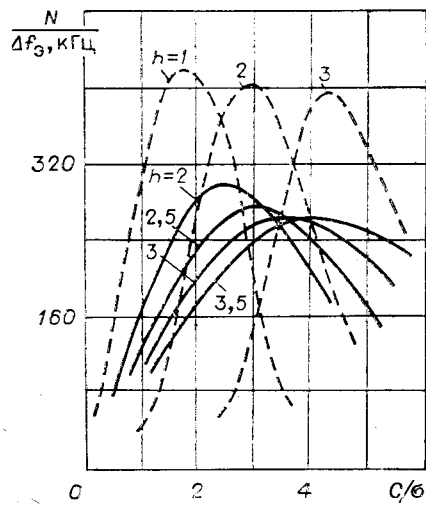


Рис. 2.

и учитывая ортогональность функций  $\cos n\theta$ , из (4) можно вывести следующее простое соотношение:

$$W_2(A, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\omega_*\sigma^3} \exp \left[ -\frac{A^2 + U_c^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{A}^2}{2\sigma^2\omega_*^2} - \frac{\dot{U}_c^2}{4\sigma^2\omega_*^2} \right] I_0(c) I_0(d), \quad (5)$$

которое по аналогии с формулой (1) описывает плотность вероятности огибающей  $A(t)$  и ее производной  $\dot{A}(t)$  в совпадающие моменты времени для аддитивной смеси квазигармонического сигнала со стационарным нормальным узкополосным шумом, однако соотношение (5) проще и имеет замкнутую форму, что значительно облегчает соответствующие расчеты.

Приведем в качестве примера использование формулы (5) для расчета числа выбросов огибающей смеси квазигармонического сигнала  $s(t)$  с узкополосным нормальным шумом, фиксируемых на выходе фильтра с полосой  $\Delta f_3$  на интервале времени, существенно большем интервала корреляции огибающей процесса  $\xi(t)$ .

На рис. 1 представлены спектр  $S_c(\omega)$  флуктуаций огибающей сигнала  $s(t)$  и огибающая  $\rho_c(\tau)$  корреляционной функции  $R_c(\tau)$  этих флуктуаций, часто встречающиеся на практике.

Используя известное соотношение [1, 2] для среднего числа  $N(C)$  положительных выбросов огибающей смеси флуктуирующего сигнала с шумом над уровнем  $C$

$$N(C) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \dot{A} W_2(A=C, \dot{A}/U_c, \dot{U}_c) w(U_c) w(\dot{U}_c) dU_c d\dot{U}_c dA$$

( $w(U_c)$  и  $w(\dot{U}_c)$  — плотность вероятности огибающей  $U_c(t)$  и ее производной  $\dot{U}_c(t)$  квазигармонического сигнала  $s(t)$  в совпадающие моменты времени) и полагая флуктуации огибающей сигнала  $s(t)$  рэлеевскими, а распределение производной огибающей сигнала нормальным с дисперсией  $\sigma_c^2 \Omega_1^2$  ( $\Omega_1^2 = \omega_s^2 - \alpha^2$ ,  $\omega_s$  и  $\alpha$  — параметры огибающей корреляционной функции  $\rho_c(\tau) = \exp[-\alpha|\tau|] \cos \omega_s \tau$ ) [1], что наиболее характерно на практике, можно найти зависимость  $N/\Delta f_3 = f(C/\sigma)/h^2$  ( $h^2 = \sigma_c^2/\sigma^2$  — отношение сигнал/шум по мощности в полосе фильтра), изображенную на рис. 2 сплошными линиями. Штриховыми линиями для сравнения даны аналогичные зависимости для смеси гармонического сигнала с узкополосным нормальным шумом [1, 2].

Таким образом, в данном сообщении представлены результаты, позволившие получить простое, удобное для практических расчетов соотношение для плотности вероятности огибающей и ее производной аддитивной смеси квазигармонического сигнала с узкополосным нормальным шумом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 2-е изд.— М.: Сов. радио, 1974, т. 1.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника.— М.: Сов. радио, 1966.

3. Жодзижский А. И., Кий А. А., Соколов В. П. Статистические характеристики огибающей, фазы и их производных суммы федингующего сигнала и узкополосного нормального шума.—Радиотехника и электроника, 1970, т. 15, № 7.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов, произведений.—М.: Наука, 1977.

Поступило в редакцию 10 декабря 1982 г.

УДК 539.213 : 535.212

В. Г. ЖДАНОВ, А. А. СОКОЛОВ, А. П. СОКОЛОВ  
(Новосибирск)

### ТЕРМОИНДУЦИРОВАННОЕ СВЕТОРАССЕЯНИЕ В ПЛЕНКАХ ХАЛЬКОГЕНИДНЫХ СТЕКЛООБРАЗНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ (ХСП)

Варьируя температуру пленок ХСП при фотовоздействии, можно в широком диапазоне менять величину фотоиндуцированных изменений оптических свойств, их знак, а также регулировать фоточувствительность [1—4].

В данной работе были исследованы изменения оптических свойств пленок  $As_2S_3$  и  $As-Se$  при охлаждении до температуры жидкого азота и последующем нагревании вплоть до температур размягчения  $T_g$ . Эксперименты проводились с помощью специальной приставки к спектрофотометру СФ-18, которая позволяла осуществлять нагревание образцов со скоростью до 1 град/с, а также охлаждать образец до  $T \approx 80$  К за  $\approx 200$  с.

На рис. 1 показано изменение оптической плотности пленки  $As_2S_3$  при охлаждении и нагревании. В момент времени  $t_0$  залит жидкий азот, и в результате охлаждения образца оптическая плотность на длине волны 430 нм уменьшается с 1,9 до  $\approx 1,2$ . В момент времени  $t_1$  начинается нагревание образца со скоростью  $\approx 1$  град/с. Оптическая плотность монотонно увеличивается, а в момент времени  $t_2$  резко возрастает до значений, существенно больших 2. При дальнейшем нагревании в момент времени  $t_3$  оптическая плотность возвращается к значению, соответствующему температурной зависимости положения края поглощения, и далее монотонно уменьшается без особенностей. (Температура образца  $As_2S_3$  в момент времени:  $t_0$  — комнатная,  $t_1$  —  $\approx 80$  К,  $t_2$  —  $\approx 200$  К,  $t_3$  —  $\approx 220$  К).

Нами установлено, что резкое возрастание оптической плотности связано не с увеличением поглощения в пленке ХСП, а с резким увеличением рассеяния. Для пленки  $As_2S_3$  толщиной менее 1 мкм удалось стабилизировать светорассеивающее состояние резким охлаждением образца до  $\approx 80$  К в момент времени между  $t_2$  и  $t_3$ . Это состояние длительно существовало при температуре жидкого азота, что позволило снять спектры пропускания. В области прозрачности пропускание в интерференционных максимумах уменьшилось с  $\approx 90$  до  $\approx 25\%$ , что полностью обусловлено светорассеянием.

Аналогичная картина резкого возрастания светорассеяния наблюдалась и в пленках  $As-Se$ , однако температуры образца  $AsSe$  в моменты времени были другими:  $t_2$  —  $\approx 240$ ,  $t_3$  —  $\approx 300$  К.

Термофизические свойства пленок ХСП и стеклянных подложек в нашем случае резко отличны: коэффициент линейного расширения стекла  $As_2S_3$   $\alpha \approx 25 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ , а стеклянной подложки —  $\alpha \approx (0,5 \div 5) 10^{-6}$  град $^{-1}$ , что приводит к значительным механическим напряжениям в тонких пленках ХСП при охлаждении и нагревании, причем при охлаждении пленка растягивается, а при нагревании сжимается массивной подложкой. Оценка внутреннего давления в пленке  $As_2S_3$  при нагревании в момент времени  $t_2$  показывает величину более 500 кгс/см $^2$ . Значительные механические напряжения в системе «пленка ХСП — подложка» приводят, на наш взгляд, к изменению сцепления пленки с подложкой. По-видимому, светорассеяние возникает из-за некоторого «вспучивания» отдельных участков пленки, расположенных между участками сильного сцепления пленки с подложкой. В пользу подобного объяснения свидетельствуют следующие факты: пленки ХСП толщиной более 10 мкм при однократном сильном охлаждении и последующем нагревании вообще отрываются от подложки; иногда при нагревании тонких пленок ХСП возникает не один, а два или три менее глубоких провала оптической плотности; неперенным условием возникновения светорассеяния при нагревании является длительная выдержка образца при температуре жидкого азота, способствующая релаксации растягивающих механических напряжений в пленке ХСП.

Значительное увеличение светорассеяния в пленках ХСП может представлять практический интерес для записи оптической информации. Важно то, что при температуре много ниже температуры размягчения  $T_g$  происходит скачкообразное изменение оптического свойства — рассеяния; при этом энергия механических напряже-