

четырёх случаях абсолютный максимум величины  $\epsilon^2$  из соотношения (7) наблюдался в тех координатах, которые в точности соответствовали положению идентифицируемого фрагмента на втором изображении.

Поступила в редакцию 9 февраля 1984 г.

УДК 621.391.681.3.01

**В. С. КИРИЧУК, А. И. ПУСТОВСКИХ**  
(Новосибирск)

## АЛГОРИТМЫ КОРРЕКЦИИ АМПЛИТУДНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В СЕРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Одной из актуальных задач в проблеме обработки изображений является поиск отличий в серии изображений наблюдаемой сцены. Под отличиями понимаются некоторые локальные образования, присутствующие не на всех изображениях серии. Процесс выявления отличий осложнен наличием различных мешающих факторов, к числу которых относятся случайный шум, сопровождающий измерения, амплитудные искажения, обусловленные, например, неконтролируемым изменением функции отклика регистратора между моментами съемки. В данной работе рассмотрен ряд эвристических алгоритмов компенсации амплитудных искажений.

Пусть

$$B(x, y) = F\{A(x, y)\}, \quad (1)$$

где  $A, B$  — два изображения, заданные на дискретной решетке;  $F$  — неизвестная функция амплитудного преобразования, не зависящая от координат  $x, y$ , т. е. преобразование связывает только амплитуды изображений  $A$  и  $B$ . Необходимо определить функцию  $F$ , предполагая, что  $A$  и  $B$  содержат шумы с известными статистическими характеристиками и, кроме того, имеется относительно малое число точек, поведение сигнала в которых значимо отличается от модели (1). В этой постановке задача выделения отличий сводится к анализу разности

$$C = B - \hat{F}\{A\}.$$

Возможность построения оценки неизвестной функции  $F$  связана с необходимостью введения некоторых предположений о характере ее поведения.

1. Пусть функция амплитудного преобразования монотонна; положим для определенности  $F' \geq 0$ . Тогда  $F$  — решение интегрального уравнения

$$\int_0^{F(\tau)} V(\eta) d\eta = \int_0^{\tau} W(\xi) d\xi, \quad (2)$$

где  $W(\xi), V(\eta)$  — функции распределения сигнала в первом и втором изображениях соответственно. Обычно это тоже неизвестные функции, но при достаточно представительных выборках, малых шумах и шаге квантования по  $\tau$  в качестве оценок этих функций можно взять гистограммы распределения соответствующих изображений по амплитудам. Для оценки  $F$  может быть использовано соотношение

$$\sum_{l=1}^{F(k)} \hat{V}_l = \sum_{l=1}^k \hat{W}_l. \quad (3)$$

Численное решение уравнения (3) не представляет затруднений. Дей-

ствительно, для любого  $k$ , задающего амплитуду в первом изображении, ищем  $L_k = F(k)$  из условия

$$\min_{L_k} \left| \sum_{l=1}^k \widehat{W}_l - \sum_{l=1}^{L_k} \widehat{V}_l \right|,$$

т. е. находим дискретный аналог преобразования  $F(k)$ . Для проведения амплитудной коррекции изображения  $A(x, y)$  необходимо всем точкам  $A$ , имеющим значение амплитуды в пределах от  $k$  до  $k+1$ , присвоить значение  $F(k)$ .

Отличительной особенностью рассмотренного решения является его слабая зависимость от точности координатного совмещения двух изображений. Действительно, для фрагментов размером  $N \times N$  точек, совмещенных по координатам с точностью  $\Delta$ , влияние ошибки совмещения на амплитудное преобразование определяется членами  $\sim (\Delta/N)^2$ .

Последнее замечание становится особо актуальным, если учесть, что, как правило, задача выделения отличий в серии наблюдений включает последовательное применение процедур геометрической и амплитудной коррекций, причем обе операции могут быть нелинейными, а следовательно, и неперестановочными. Поскольку последний алгоритм слабо зависит от точности геометрического совмещения, возможно его применение на предварительном этапе работы (до координатной коррекции).

2. Полную характеристику пространственно-инвариантного амплитудного преобразования содержит совместное распределение вероятностей  $P\{A, B\}$ , в котором неявно «заложена» функциональная связь  $B = F(A)$ . Это распределение тоже априори неизвестно, но при условиях малости шумов и достаточно подробного шага квантования по интенсивности можно воспользоваться его выборочной оценкой — двумерной гистограммой  $G_{ij}$  (по определению, элемент  $g_{ij}$  есть число точек, амплитуда сигнала в которых на одном изображении принимает значение  $i$ , а на другом —  $j$ ). Нетрудно показать, что при указанных предположениях двумерная гистограмма является достаточной статистикой для функции амплитудного преобразования. Помимо наглядности и ясности представления (вид двумерной гистограммы дает хорошее качественное понимание характера преобразования), формулировка задачи в терминах двумерной гистограммы позволяет, как правило, перенести численное решение на решетку меньших размеров (из координатной плоскости в амплитудную), что сокращает затраты машинного времени.

Распределение точек в двумерной гистограмме допускает простую интерпретацию. При  $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = 0$  каждому уровню исходного изображения  $A$  соответствует один уровень в изображении  $B$ , ненулевые элементы матрицы  $G_{i,j}$  составляют ломаную линию  $L = F(k)$ , являющуюся решением задачи. Изолированные ненулевые элементы  $g_{ij}$  определяют искомые отличия.

В реальных условиях каждому уровню изображения  $A$  соответствует диапазон уровней в  $B$ , определяемый распределением шума. Использование метода наименьших квадратов (максимального правдоподобия в случае гауссовых распределений шума) для отыскания значений амплитудного преобразования приводит к минимизации [1]:

$$\min_{F(l), l=1, M} J = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N \{B(x, y) - F[A(x, y)]\}^2 = \sum_{l=1}^M \sum_{\Omega_l} \{B(x, y) - F(l)\}^2, \quad (4)$$

где  $\Omega_l$  — множество координат  $x, y$ , амплитуда в которых для изображения  $A$  равна  $l$ ;  $N \times N$  — размеры фрагмента;  $M$  — число уровней квантования. Минимум  $J$  достигается при

$$\widehat{F}(l) = \frac{1}{n_l} \sum_{\Omega_l} B(x, y),$$

$n_i$  — число точек в  $\Omega_i$ . В терминах двумерной гистограммы

$$\widehat{F}(l) = \frac{\sum_{i=1}^M i g_{li}}{\sum_{i=1}^M g_{li}}. \quad (5)$$

Аналогично

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^M \{i - \widehat{F}(l)\}^2 g_{li}}{\sum_{i=1}^M g_{li}},$$

$$S^2 = \frac{1}{N^2 - M} \sum_{i=1}^M S_i^2.$$

Иными словами, значения оценок и их дисперсий равны первому и второму моментам условного распределения при фиксированной амплитуде изображения  $A$ . Заметим, что в общем случае ( $\sigma_A^2 \neq 0$  и  $\sigma_B^2 \neq 0$ ) решение (5) не инвариантно к перестановке изображений.

3. По определению двумерной гистограммы уровень  $j$ , максимизирующий элемент  $g_{ij}$ , при условии, что  $i$  (амплитуда на изображении  $A$ ) зафиксирован, соответствует максимальной корреляции уровней  $i$  и  $j$ . Поэтому одним из возможных вариантов построения амплитудной функции преобразования является определение пути на матрице, связывающего максимально коррелированные уровни. Существенным недостатком такой процедуры является слабая устойчивость по отношению к шуму при малых выборках, когда число точек, попадающих в каждый класс  $g_{ij}$ , мало и, следовательно, положение максимума определяется со значительной ошибкой. Возможна модификация процедуры, более устойчивая к шумам, в которой вместо поиска максимума корреляции ведется поиск максимума корреляции уровней клипированных изображений, т. е. используются статистики вида

$$T_{ij} = \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{l=1}^{j-1} g_{kl} + \sum_{k=i}^M \sum_{l=j}^M g_{kl}. \quad (6)$$

Первый член выражения есть не что иное, как количество точек, амплитуда сигнала в которых на первом изображении меньше  $i$ , а на втором — меньше  $j$ ; второй — количество точек, амплитуда сигнала в которых на первом изображении не меньше  $i$ , а на втором — не меньше  $j$ .

В случае когда априорно известно, что функция амплитудного преобразования монотонна, возможно построение специальных алгоритмов, учитывающих это обстоятельство. Один из возможных способов оценки функции  $F$  связан с построением на матрице  $G$  пути, соединяющего точки  $(1, 1)$  и  $(M, M)$  и состоящего из отрезков вида  $(i, j) \rightarrow (i+1, j)$  или  $(i, j) \rightarrow (i, j+1)$ , такого, что  $\sum g_{ij}$  вдоль этого пути максимальна. Решение этой задачи перебором всех возможных траекторий практически невозможно вследствие необходимости сравнения огромного количества вариантов ( $\sim 2^M$ ); поэтому для построения оптимальной траектории здесь использован метод динамического программирования. Сущность метода заключается в решении задачи оптимизации для области меньших размеров и построении схемы рекуррентных вычислений для увеличивающихся размеров области [2].

Рассмотрим множество сечений  $\Phi_{ij}^h$  матрицы  $G_{ij}$ , каждое из которых есть геометрическое место точек, равноудаленных от элемента  $g_{11}$  в метрике  $\rho\{\Phi_{ij}^h\} = k = i + j - 2$ . Таких сечений —  $2M - 1$ , количество точек в каждом из них меняется от 1 до  $M$ . При  $k = 2M - 2$  решение очевидно, поскольку путь строится для единственной точки  $g_{MM}$ . Предположим, что относительно всех точек, расположенных на  $k$ -м сечении, определены оптимальные траектории и значения сумм элементов вдоль этих траекторий  $\Phi_{ij}^h$ . Построим решение для  $(k-1)$ -го сечения. Пусть элемент  $g_{ij}$  принадлежит  $(k-1)$ -му сечению  $g_{ij} \in \Phi_{ij}^{k-1}$ . Оптимальное решение для этого элемента однозначно определяется выбором одного из двух направ-



Рис. 1.



Рис. 2.

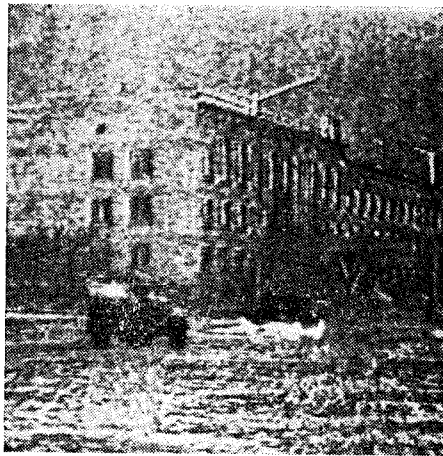


Рис. 3.

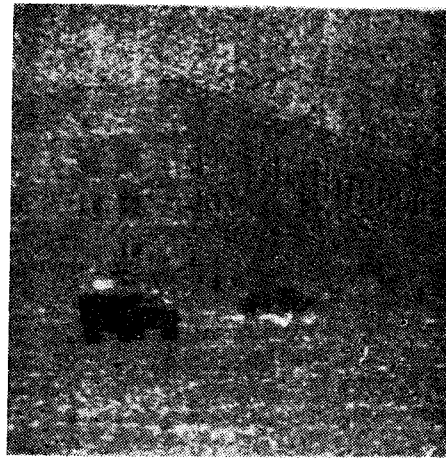


Рис. 4.

лений: либо на  $g_{i+1, j}$ , либо на  $g_{i, j+1}$ . Обе из указанных точек принадлежат  $k$ -му сечению, для которого решение уже построено, поэтому для построения оптимального решения относительно  $\Phi_{ij}^k$  достаточно «запомнить» направление в сторону большего значения функционала  $\Phi_{ij}^{k-1}$  и добавить к нему  $g_{ij}$ , чтобы получить новое значение функционала. Таким образом, основное содержание алгоритма сводится к отбрасыванию заведомо неоптимальных траекторий, остальные хранятся для анализа на следующем шаге. При  $k=0$  число таких траекторий сокращается до двух; выбирая ту из них, которая даст большее значение функционала, получаем оптимальное решение задачи.

Результаты применения алгоритма амплитудной коррекции, основанного на соотношении (6), проиллюстрируем на следующем примере. Исходные изображения отличались условиями освещенности и расположением движущихся автомобилей. На рис. 1, 2 представлены результаты выполнения над этими изображениями операций геометрической и амплитудной коррекций, на рис. 3 — разность между двумя скорректированными изображениями. Наличие контуров в разности обусловлено неточностью геометрического совмещения (ошибка преобразования  $\sim 1 \div 2$  дискрет). Следующие две иллюстрации (рис. 4, 5) — результат логической

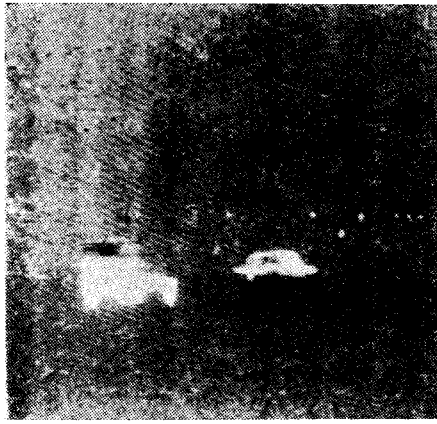


Рис. 5.

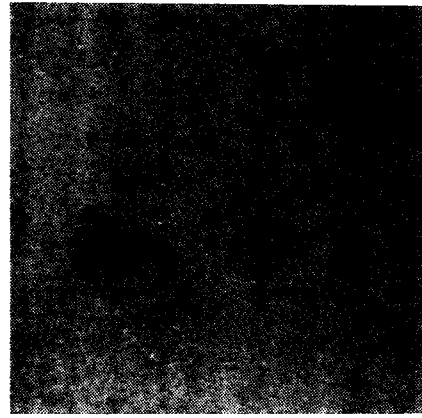


Рис. 6.

фильтрации: на выходе фильтра не просто поточечная разность двух изображений, а выражения вида

$$C_1(ij) = \min_{\Omega} \{\widehat{F}[A(ij)] - B(i + \Omega, j + \Omega)\},$$

$$C_2(ij) = \min_{\Omega} \{B(ij) - \widehat{F}[A(i + \Omega, j + \Omega)]\},$$

где  $\Omega$  принимает значения в диапазоне допустимой ошибки координатного совмещения. После применения фильтра  $G_1$  из разности удаляются контуры с характерной шириной  $\Omega$  и частично искажаются отличия, имевшие место в изображении  $B$ . В результате применения второго фильтра искажаются отличия в изображении  $A$ . На рис. 6 представлен результат логического объединения двух полученных результатов:

$$C(ij) = \max \{C_1(ij), C_2(ij)\}.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973, т. 1.
2. Ройтенберг Я. Н. Автоматическое управление.— М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию 12 января 1984 г.

УДК 519.246.5 : 519.21 : 57

**В. А. ИВАНОВ**  
(Новосибирск)

### К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТИПА РАЗМЕЩЕНИЯ ДРЕВОСТОЯ ПО АЭРОФОТОСНИМКАМ ЛЕСА

**Введение.** В ряде практических задач морфологии леса необходим анализ пространственного размещения деревьев на заданном участке. Принято рассматривать три типа размещений объектов (представимых точками) на плоскости: случайное ( $P_0$ ), групповое ( $P_1$ ) и регулярное ( $P_2$ ). Возрастные изменения древостоя можно представить в виде смены типов размещений, например:

$$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_0 \rightarrow P_2 \rightarrow P_2 + P_1.$$