

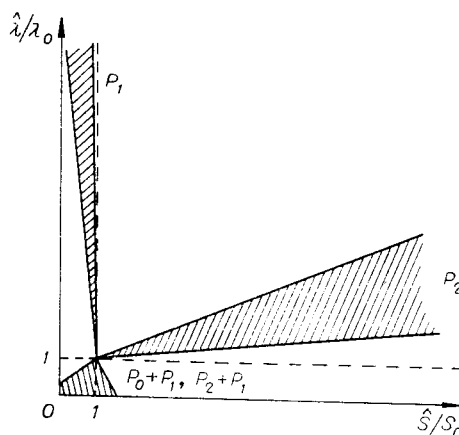
$\hat{\lambda}/\lambda_0$ и \hat{s}/s_0 . Для определения типа размещения необходимо проверить гипотезы:

$$H_0: \hat{s}/s_0 = 1, \quad \hat{\lambda}/\lambda_0 = 1;$$

$$H_1: \hat{s}/s_0 \leq 1, \quad \hat{\lambda}/\lambda_0 > 1;$$

$$H_2: \hat{s}/s_0 > 1, \quad \hat{\lambda}/\lambda_0 \geq 1.$$

С помощью моделирования было установлено, что область параметров $\hat{\lambda}/\lambda_0 < 1, 0 \leq s/s_0 \leq 1,5$ соответствует «смесям» размещений $P_0 + P_1, P_2 + P_1$. На рисунке представлено схематическое изображение областей значений отношений $\hat{\lambda}/\lambda_0$ и \hat{s}/s_0 для рассмотренных типов размещений.



ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. А., Иванченко Г. А. Математическое обеспечение статистического анализа аэрофотоснимков леса.— Автотметрия, 1972, № 4.
2. Кендалл М., Моран П. Геометрические вероятности.— М.: Наука, 1972.
3. Getis A., Boots B. Models of spatial processes.— Cambridge: University Press, 1978.
4. Грабарник П. Я., Комаров А. С. Статистический анализ пространственных структур. (Методы, использующие расстояния между точками).— Пушкино, 1980. (Препринт/АН СССР, Научный центр биологических исследований).
5. Крамер Г. Математические методы статистики.— М.: Мир, 1975.

Поступила в редакцию 9 января 1984 г.

УДК 681.327.521

В. П. КОСЫХ
(Новосибирск)

СТРУКТУРА ФОТОМЕТРИЧЕСКОГО КАНАЛА БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕГО МИКРОДЕНСИТОМЕТРА И ОШИБКИ ФОТОМЕТРИРОВАНИЯ

При создании быстродействующих прецизионных фотометрических устройств, к которым относятся, в частности, сканирующие микроденситометры, используемые в автоматизированных системах обработки изображений в качестве устройств ввода, появляется необходимость в обеспечении двух противоречивых требований: высокой производительности и высокой точности измерений. В связи с этим возникает задача подробного анализа факторов, влияющих на производительность и точность измерительного канала устройства, а также выбора такой его структуры, которая бы обеспечивала в некотором смысле оптимальное соотношение между требуемыми параметрами канала и сложностью его реализации.

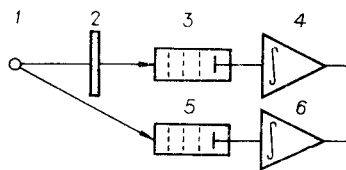


Рис. 1.

Рассмотрим систему фотометрирования (рис. 1), состоящую из источника света 1, исследуемого образца 2, фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) 3 и интегратора 4 (интегратор необходим для накопления выходного заряда ФЭУ в течение времени изме-

рование, фотокатод испускает n электронов, где n — случайная величина, подчиняющаяся распределению $p(n; t, \gamma, \lambda, \tau)$, зависящему от параметров системы. Если интервал наблюдения велик по сравнению с временем пролета вторичных электронов через диодную систему ФЭУ, то можно считать, что электрон, испускаемый фотокатодом, мгновенно порождает l выходных электронов, где l — случайная величина с распределением $f(l)$.

Поскольку размножение каждого входного электрона происходит независимо от других, вероятность появления l выходных электронов при n входных будет описываться n -кратной сверткой $f(l)$ (обозначим ее как $f^{*n}(l)$). Тогда при фиксированных параметрах системы вероятность накопления в интеграторе за интервал наблюдения l электронов будет равна

$$\hat{h}(l; t, \gamma, \lambda, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n; t, \gamma, \lambda, \tau) f^{*n}(l). \quad (1)$$

Если некоторые из параметров t, γ, λ, τ случайны, то вероятность $h(l)$ регистрации l выходных электронов определяется усреднением \hat{h} по этим параметрам.

Простейший возможный режим измерения пропускания исследуемого образца τ состоит в том, чтобы при фиксированном интервале наблюдения по количеству зарегистрированных на выходе электронов оценить пропускание. При этом квантовую эффективность фотокатода можно считать величиной постоянной (она в основном определяется материалом фотокатода и геометрией электродов ФЭУ), тогда как интенсивность источника света флуктуирует (причины флуктуаций могут быть различными, в частности, если источником света является электронно-лучевая трубка [1], то флуктуации интенсивности обусловлены пространственной неоднородностью люминофорного покрытия экрана).

Предположим, что γ случайным образом изменяется от измерения к измерению с плотностью вероятности $v(\gamma)$. Тогда полная вероятность регистрации l электронов на выходе системы равна

$$h(l; t, \lambda, \tau) = \int_{\Gamma} d\gamma v(\gamma) \sum_{n=0}^{\infty} p(n; t, \gamma, \lambda, \tau) f^{*n}(l), \quad (2)$$

где Γ — область возможных значений интенсивности.

Представляет интерес определение среднего $M(l)$ и дисперсии $D(l) = M(l^2) - M^2(l)$ количества выходных электронов. Непосредственно из (2) следует, что

$$M(l) = \int_{\Gamma} d\gamma v(\gamma) \sum_{n=0}^{\infty} M(l_n) p(n; t, \gamma, \lambda, \tau), \quad (3)$$

$$M(l^2) = \int_{\Gamma} d\gamma v(\gamma) \sum_{n=0}^{\infty} M(l_n^2) p(n; t, \gamma, \lambda, \tau). \quad (4)$$

Здесь $M(l_n)$ и $M(l_n^2)$ — соответственно первый и второй начальные моменты числа электронов, зарегистрированных при условии, что на вход диодной системы пришло n электронов.

Для дальнейшего рассмотрения необходимо задаться явным видом $p(n; t, \gamma, \lambda, \tau)$, $M(l_n)$ и $M(l_n^2)$. Пусть e_i — число электронов на выходе k -каскадного умножителя, порожденных одним (i -м) входным. Поскольку размножение электронов на диодной системе представляет собой ветвящийся процесс, то при одинаковом распределении вероятностей рожде-

ния электронов на всех каскадах среднее значение и дисперсия числа электронов, порожденных одним входным, составят соответственно [2]

$$M(e_i) = \mu^k = m, \quad (5)$$

$$D(e_i) = [\nu^2 \mu^k (\mu^k - 1)] / \mu (\mu - 1) = s^2.$$

Однако $l_n = \sum_{i=1}^n e_i$, где все e_i независимы (так как порождены разными входными электронами) и распределены одинаково. Следовательно,

$$M(l_n) = nm, \quad \text{а} \quad M(l_n^2) = n^2 m^2 + ns^2. \quad (6)$$

Будем считать, что $p(n; t, \gamma, \lambda, \tau)$ — распределение Пуассона (для когерентных источников света это предположение строго соответствует действительности, для частично когерентных, к каким можно отнести ЭЛТ, адекватность описания зависит от длительности интервала наблюдения). Тогда

$$p(n; t, \gamma, \lambda, \tau) = ((t\gamma\lambda\tau)^n / n!) e^{-t\gamma\lambda\tau} \quad (7)$$

и, как нетрудно показать,

$$M(l) = m\lambda t M(\gamma)\tau, \\ D(l) = m^2 \lambda^2 t^2 D(\gamma)\tau^2 + (m^2 + s^2)\lambda t M(\gamma)\tau.$$

(Заметим, что при постоянной интенсивности источника, т. е. при $D(\gamma) = 0$, $D(l) = (m^2 + s^2)\lambda t \gamma \tau$). Из (7) следует, что оценка пропускания может быть выражена через результат измерения l и параметры системы:

$$\hat{\tau} = l / (m\lambda M(\gamma)). \quad (8)$$

Эта оценка является несмещенной и обладает дисперсией

$$D(\hat{\tau}) = ((1 + s^2/m^2) / \lambda t M(\gamma)) \tau + (D(\gamma) / M^2(\gamma)) \tau^2. \quad (9)$$

Первый член определяет ошибку, обусловленную шумом регистрируемого светового потока и процессом размножения, и может быть уменьшен до требуемого значения выбором длительности интервала времени, в течение которого выполняется измерение. Второй член зависит только от параметров источника света. В частности, для ЭЛТ отношение $D(\gamma) / M^2(\gamma)$ составляет примерно 10^{-2} , тогда как большинство задач требует значительно меньших ошибок измерения ($\sim 10^{-4}$).

Чтобы уменьшить эту составляющую ошибки, в измерительную систему вводится опорный канал (см. позиции 5, 6 на рис. 1), использующий часть света от источника для получения оценки его интенсивности. Обычно оценка коэффициента пропускания определяется как отношение сигналов измерительного и опорного каналов:

$$\hat{\tau} = l m_0 \lambda_0 / l_0 m \lambda, \quad (10)$$

где m_0, λ_0 — параметры опорного канала, а множитель $m_0 \lambda_0 / m \lambda$ учитывает неодинаковость коэффициентов усиления каналов.

Предположим сначала, что интенсивность источника света постоянна и равна γ . Тогда сигнал измерительного канала имеет среднее значение $M(l) = m\lambda t \gamma \tau$ и дисперсию $D(l) = (m^2 + s^2)\lambda t \gamma \tau$, а сигнал опорного канала — среднее $M(l_0) = m_0 \lambda_0 t \gamma$ и дисперсию $D(l_0) = (m_0^2 + s_0^2)\lambda_0 t \gamma$. Представим l и l_0 в виде

$$l = M(l) + \xi, \quad l_0 = M(l_0) + \xi_0.$$

Здесь ξ и ξ_0 — случайные компоненты сигналов соответственно в измерительном и опорном каналах с нулевыми средними и дисперсиями $D(l)$ и $D(l_0)$. Тогда $\hat{\tau} = (m_0 \lambda_0 / m \lambda) [M(l) + \xi] / [M(l_0) + \xi_0]$, и при $\xi_0 \ll M(l_0)$ (что должно выполняться для получения малой ошибки измерения) это выражение можно разложить в ряд по малому параметру $\xi_0 / M(l_0)$. Поскольку шумы в измерительном и опорном каналах независимы, то, ограничи-

ваясь в разложении степенями по ξ и ξ_0 не выше второй, получим

$$M_\gamma(\widehat{\tau}) \approx \tau \left[1 + \left(1 + \frac{s_0^2}{m_0^2} \right) \frac{1}{\lambda_0 t \gamma} \right], \quad (11)$$

$$M_\gamma(\widehat{\tau}^2) \approx \tau^2 + 3\tau^2 \left(1 + \frac{s_0^2}{m_0^2} \right) \frac{1}{\lambda_0 t \gamma} + \tau \left(1 + \frac{s^2}{m^2} \right) \frac{1}{\lambda t \gamma}, \quad (12)$$

где $M_\gamma(\cdot)$ обозначает усреднение по реализациям шума регистрации и размножения.

Если γ является случайной величиной, то полученные моменты условны и для нахождения безусловных моментов необходимо выполнить усреднение по γ . Поскольку γ входит в (11) и (12) только в виде сомножителя γ^{-1} , достаточно найти величину $G = \int_{\Gamma} \gamma^{-1} v(\gamma) d\gamma$. Не зная явного вида $v(\gamma)$, точного значения G найти нельзя, однако, если предположить, что $v(\gamma)$ отлична от нуля только в достаточно малой окрестности $M(\gamma)$, можно воспользоваться разложением γ^{-1} в окрестности точки $M(\gamma)$ и выразить G через первые моменты γ . В этом случае $G \approx M^{-1}(\gamma) \times [1 + D(\gamma)/M^2(\gamma)]$. Тогда

$$M(\widehat{\tau}) = \tau \left[1 + \frac{1}{\lambda_0 t M(\gamma)} \left(1 + \frac{s_0^2}{m_0^2} \right) \left(1 + \frac{D(\gamma)}{M^2(\gamma)} \right) \right], \quad (13)$$

$$D(\widehat{\tau}) = \left[\left(1 + \frac{s^2}{m^2} \right) \frac{\tau}{\lambda t M(\gamma)} + \left(1 + \frac{s_0^2}{m_0^2} \right) \frac{\tau^2}{\lambda_0 t M(\gamma)} \right] \left[1 + \frac{D(\gamma)}{M^2(\gamma)} \right]. \quad (14)$$

Сравнивая (8) и (9) с (13) и (14), можно заметить, что вторая оценка оказывается смещенной, но смещение невелико и уменьшается с увеличением интервала времени измерения. Если $D(\gamma)/M^2(\gamma) \ll 1$, как это обычно бывает, то можно считать, что компонента ошибки, обусловленная нестабильностью источника света, исчезает, зато добавляется компонента, связанная с шумом регистрации и размножения в опорном канале.

Рассмотрим еще один способ измерения, при котором интервал измерения зависит от текущего значения интенсивности. При реализации такого способа интегрирование сигнала осуществляется в течение времени, необходимого для накопления в опорном канале некоторого заранее заданного значения интеграла.

Предположим, что время, необходимое для достижения порогового значения l_0 в опорном канале, распределено с плотностью вероятности $u(t; l_0, \gamma, \lambda_0)$. Тогда, очевидно, вероятность регистрации l электронов на выходе измерительного канала при условии, что в опорном канале зарегистрировано l_0 электронов, будет равна

$$h(l; \tau, \lambda, \lambda_0, l_0) = \int_{\Gamma} d\gamma v(\gamma) \int_0^{\infty} \widehat{h}(l; t, \gamma, \lambda, \tau) u(t; l_0, \gamma, \lambda_0) dt.$$

Таким образом, для вычисления h необходимо знать распределение u времени ожидания.

Предположим, что $g(k; l_0)$ — вероятность того, что пороговое значение l_0 на выходе опорного канала достигнуто после попадания на вход диодной системы опорного ФЭУ k -го от начала измерения электрона. Тогда распределение времени ожидания описывается выражением

$$u(t; l_0, \gamma, \lambda_0) = \sum_{k=1}^{\infty} w(t; k, \gamma, \lambda_0) g(k; l_0), \quad (15)$$

где $w(t; k, \gamma, \lambda_0)$ — плотность вероятности распределения времени ожидания k -го от начала измерения электрона на выходе фотокатода. Если

входной поток пуассонов, определенный соотношением (7), то [3]

$$w(t; k, \gamma, \lambda_0) = \gamma \lambda_0 \frac{(\gamma \lambda_0 t)^{k-1}}{\Gamma(k)} e^{-\gamma \lambda_0 t}. \quad (16)$$

$$M(l^2) = \sum_{l=0}^{\infty} l^2 h(l; \tau, \lambda, \lambda_0, l_0).$$

Из (1), (4), (15) следует, что

$$h(l; \tau, \lambda, \lambda_0, l_0) = \int_{\Gamma} d\gamma v(\gamma) \int_0^{\infty} dt \sum_{r=0}^{\infty} P(r; t, \gamma, \lambda, \tau) f^{*r}(l) \sum_{k=1}^{\infty} w(t; k, \gamma, \lambda_0) g(k; l_0),$$

откуда, учитывая (1), (6) и (16), получаем

$$M(l) = m \frac{\lambda \tau}{\lambda_0} \sum_{k=1}^{\infty} k g(k; l_0), \quad (17)$$

$$M(l^2) = \left(m \frac{\lambda \tau}{\lambda_0} \right)^2 \sum_{k=1}^{\infty} k^2 g(k; l_0) + \left[\left(\frac{m \lambda \tau}{\lambda_0} \right)^2 + \left(1 + \frac{s^2}{m^2} \right) \frac{m \lambda \tau}{\lambda_0} \right] \sum_{k=1}^{\infty} k g(k; l_0).$$

Вероятность $g(k; l_0)$ достижения порога с приходом на диподную систему k -го входного электрона есть вероятность того, что $l_k = \sum_{i=1}^k e_i \geq l_0$

при условии $l_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} e_i < l_0$, т. е. $g(k; l_0) = P(l_k \geq l_0 | l_{k-1} < l_0)$.

Можно показать, что $g(k; l_0) = P(l_{k-1} < l_0) - P(l_k < l_0)$. Из последнего выражения вытекает, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} k g(k; l_0) = \sum_{k=0}^{\infty} P(l_k < l_0), \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 g(k; l_0) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} k P(l_k < l_0) + \sum_{k=0}^{\infty} P(l_k < l_0).$$

Поскольку $l_k = \sum_{i=1}^k e_i$, где все e_i имеют одинаковые средние и дисперсии (5), и в силу того что процессы размножения каждого входного электрона происходят независимо, при больших k можно считать $l_k \in \in N(km, ks^2)$, а

$$g(k; l_0) = [2\pi(k-1)s_0^2]^{-1/2} \int_0^{l_0} e^{-(z-(k-1)m)^2/2(k-1)s_0^2} dz -$$

$$- (2\pi ks_0^2)^{-1/2} \int_0^{l_0} e^{-(z-km)^2/2ks_0^2} dz.$$

(Нижние индексы при m и s означают, что это параметры опорного канала).

Из физических соображений ясно, что вероятность достижения порога l_0 мала для $k \ll l_0/m_0$, поэтому при вычислении моментов (18) чле-

нами с малыми k можно пренебречь, а суммы по k заменить интегралами по непрерывному параметру. Тогда

$$\sum_{k=1}^{\infty} kg(k; l_0) \approx l_0/m_0,$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 g(k; l_0) \approx l_0^2/m_0^2 + (2s_0^2/m_0^2) l_0.$$

Подставляя этот результат в (17), получим

$$M(l) = (m\lambda l_0/m_0\lambda_0)\tau,$$

$$D(l) = 2 \left(\frac{m\lambda\tau}{\lambda_0} \right)^2 \frac{l_0}{m_0} \left(1 + \frac{2s_0^2}{m_0^2} \right) + m^2 \left(1 + \frac{s^2}{m^2} \right) \frac{\lambda l_0}{\lambda_0 m_0} \tau.$$

Следовательно, величина

$$\hat{\tau} = lm_0\lambda_0/m\lambda l_0 \quad (19)$$

является несмещенной оценкой пропускания с дисперсией

$$D(\hat{\tau}) = \frac{m_0}{l_0} \left[\frac{\lambda_0}{\lambda} \left(1 + \frac{s^2}{m^2} \right) \tau + \left(1 + \frac{2s_0^2}{m_0^2} \right) \tau^2 \right]. \quad (20)$$

Для корректного сопоставления (14) и (20) следует потребовать, чтобы величины $tM(\gamma)$ и $l_0/m_0\lambda_0$ были примерно равными, что означает равенство среднего количества попавших за время измерения на фотокатод ФЭУ фотонов в обоих режимах, следовательно, и равенство флуктуаций входных световых потоков. Тогда становится ясно, что в измерениях, выполненных последним способом, ошибка, вызванная нестабильностью источника, подавляется полностью, однако ошибка, обусловленная размножением электронов в диодной системе опорного канала, увеличивается на $(s_0^2/l_0m_0)\tau^2$.

Если такое увеличение ошибки допустимо, то последний способ измерения представляется наиболее удачным: в первых, его результат совершенно не зависит от интенсивности источника света, а во вторых, реализация его довольно проста и не требует введения устройства, вычисляющего отношение двух величин, что необходимо при втором способе.

Полученные результаты проверены экспериментально на макете сканирующего микроденситометра «Зенит-М» [4]. Для этого выполнены измерения коэффициентов пропускания нейтральных фильтров в трех различных режимах: однолучевом и двухлучевом с фиксированным временем измерения, а также двухлучевом с фиксированным значением интеграла опорного сигнала. Измерения проведены при трех фиксированных значениях средней интенсивности излучения ЭЛТ, причем пороговое значение сигнала в опорном канале устанавливалось таким, чтобы при нормальном значении интенсивности (принятом за единицу) среднее время измерения в третьем режиме было равно

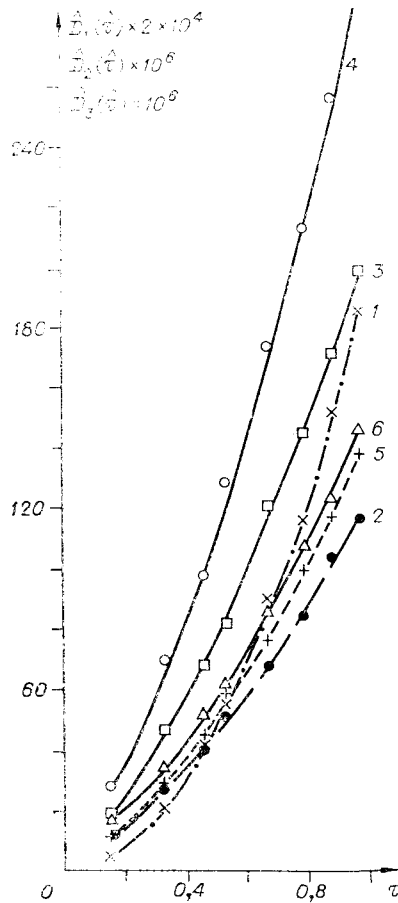


Рис. 2.

времени измерения, установленному для первого и второго режимов, что позволяет прямо сопоставлять результаты измерений. Результаты представлены на рис. 2. Здесь $\hat{D}_1(\tau)$, $\hat{D}_2(\tau)$ и $\hat{D}_3(\tau)$ — оценки дисперсий, полученные экспериментально во всех трех режимах: однолучевом, двухлучевом с фиксированным временем измерения и двухлучевом с фиксированным интегралом в опорном канале. Как и следовало ожидать, в первом режиме ошибка практически не зависит от интенсивности источника, а определяется его нестабильностью, поэтому приведен только результат, полученный при $M(\gamma) = 1$ (кривая 1). Кривые 2—4 соответствуют измерениям во втором режиме при $M(\gamma) = 1; 0,6$ и $0,4$. Здесь ошибка увеличивается пропорционально $M^{-1}(\gamma)$, причем проверка зависимости D от τ по методу наименьших квадратов показывает, что дисперсия действительно описывается выражением $a_1\tau + a_2\tau^2$, как и в первом режиме, что подтверждает (9) и (14). В третьем режиме тоже отмечается некоторая зависимость ошибки от интенсивности, но, во-первых, она много слабее, чем во втором режиме, а во-вторых, имеет другой характер. Если при $M(\gamma) = 1$ ошибка также подчиняется описанию $a_1\tau + a_2\tau^2$ (кривая 5), то при $M(\gamma) = 0,6$ и $M(\gamma) = 0,4$ требуется описание $a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2$ (кривой 6 показано поведение ошибки при $M(\gamma) = 0,4$). Это может быть связано с влиянием неучтенных темновых токов ФЭУ, которые при увеличении среднего времени измерения (неизбежном в третьем режиме при уменьшении интенсивности источника света) могут вносить все больший вклад в интегралы как опорного, так и измерительного сигнала. В целом же результаты эксперимента подтверждают оценки (8), (9), (13), (14), (19), (20) ошибок, возникающих при различных способах измерения коэффициента пропускания образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васьков С. Т., Мамонтов Г. М., Поташников А. К., Ткач С. Е. Сканирующие устройства на ЭЛТ высокого разрешения.— Новосибирск: Наука, 1978.
2. Харрис Т. Теория ветвящихся случайных процессов.— М.: Мир, 1966.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.— М.: Мир, 1967, т. 2.
4. Косых В. П., Поташников А. К. Машинный комплекс для обработки изображений микрообъектов.— В кн.: Тез. докл. I Всесоюз. конф. «Статистические свойства микрообъектов». М., 1978.

Поступила в редакцию 22 мая 1984 г.

УДК 681.327.68 : 621.383

С. И. НАЙМАРК
(Новосибирск)

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ МДП-ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФОТОДИОДНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Многоэлементные МДП-интегральные фотодиодные преобразователи (МИФП) оптических сигналов (ОС) — значительное достижение интегральной МДП-технологии. В настоящее время ясно, что МИФП — это не столько твердотельные аналоги вакуумных фоточувствительных трубок, появившиеся вследствие прогресса МДП-технологии, сколько новый класс приборов, обеспечивающих функциональную преобработку опти-