

матрицы выборки. Конкретный вид элементов матрицы выборки вполне определяет и тип схем обрамления. Хорошо известны схемотехнические реализации таких схем для самосканируемых МИФП с поэлементной выборкой ($m = 1$) и МИФП с выборкой в базисе ВКФ при $m = 2$ (генераторы функций Уолша). Используя ВКФ-базисы, аналогично можно построить и схемы обрамления для случаев $m > 2$.

МИФП в виде интегральной схемы, содержащей фоточувствительную решетку и схемы обрамления, представляет собой функционально законченный прибор, решающий конкретную задачу обработки оптической информации. С точки зрения использования такого прибора работа МИФП для случая произвольного m (в рамках разработанной модели) ничем не отличается от его самосканируемого варианта ($m = 1$), т. е. в течение длительности кадра Θ получатель регистрирует M коэффициентов Фурье (в случае МИФП с $m \geq 2$) или M пространственных отсчетов ОС (в случае $m = 1$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Френке Л. Теория сигналов: Пер. с англ./Под ред. Д. Е. Вакмана.— М.: Сов. радио, 1974.
2. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов.— М.: Связь, 1980.
3. Наймарк С. И. Многоэлементные МДП-интегральные фотодиодные преобразователи оптических сигналов. Ч. 1. Многоэлементные преобразователи на МДП-фотодиодных решетках.— М.: ЦНИИ «Электроника», 1983.
4. Наймарк С. И. Некоторые схемотехнические и структурные особенности многоэлементных МДП-интегральных фотодиодных устройств.— Автометрия, 1981, № 3.
5. Берковская К. Ф. и др. Фотоприемная мозаика с изолированными чувствительными элементами.— В кн.: Опτικο-электронные методы обработки изображений.— М.— Л.: Наука, 1982.
6. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры.— М.: Наука, 1975.
7. Трахтман А. М., Трахтман В. А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах.— М.: Сов. радио, 1975.
8. Эндрюс Г. Двумерные преобразования.— В кн.: Обработка изображений и цифровая фильтрация: Пер. с англ. М.: Мир, 1979.
9. Raith S. Матрица фотоприемников.— Заявл. 19.04.75, опубл. 13.01.77. Кл. Н04 п 3/14. ФРГ. Акцептованная заявка № 2517346.
10. Берковская К. Ф., Кириллова Н. В., Подласкин Б. Г., Столовичий В. М. Формирование интегральных признаков изображения на фотоприемной матрице.— В кн.: Опτικο-электронные методы обработки изображений/Под ред. С. Б. Гуревича. Л.: Наука, 1982.
11. Григорьев Г. К., Подласкин Б. Г. Оценка точности дискретного преобразования Адамара, реализуемого на основе фотоприемных матриц.— Там же.

Поступила в редакцию 26 декабря 1983 г.

УДК 621.391

В. Р. МАРТИРОСЯН

(Ереван)

ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНОЙ КОРИДОРА ОЦЕНКИ

В последнее время в обработке изображений широкое распространение получили различные итерационные методы, достаточно полный обзор которых с весьма общих позиций приведен в работе [1]. К основным достоинствам этих методов следует, в первую очередь, отнести сравнительно небольшие требования к памяти ЭВМ и высокую скорость вычислений (особенно при сильно разреженных матрицах функции рас-

сеяния точки (ФРТ)); простоту введений в алгоритм различного рода ограничений (конечность носителя, положительность оценки и т. п.); возможность обработки в интерактивном режиме.

Что же касается сходимости итерационных методов, отметим лишь, что в случае линейных систем существует простой метод ее обеспечения [1, 2]. Он состоит в повторном размытии данных посредством вычисления их корреляции с ФРТ и в последующих итерациях, где свертка оценки на каждом шаге производится уже не с самой ФРТ, а с ее автокорреляционной функцией, что и гарантирует сходимость.

В настоящей работе сначала рассмотрим интересную модификацию метода Джанссона — ван Циттерта, реализованную недавно как в одномерном, так и в двумерном случае [3], затем предложим новый вариант модификации и в заключение приведем данные машинного эксперимента по сравнению результатов восстановления изображений с помощью четырех итерационных алгоритмов для одномерного случая.

Для удобства обозначений все соотношения будем записывать в непрерывной форме для одномерного случая. Как известно, формирование изображения в линейной некогерентной изопланатической системе с аддитивным шумом описывается уравнением свертки в интенсивностях:

$$i(x) = o(x) \otimes h(x) + n(x), \quad (1)$$

где $i(x)$ — наблюдаемое изображение, $o(x)$ — объект, $h(x)$ — ФРТ системы формирования, $n(x)$ — аддитивный шум. Итерационный алгоритм ван Циттерта для получения оценки объекта основан на соотношении [4]

$$\hat{o}^{(k)}(x) = \hat{o}^{(k-1)}(x) + c[i(x) - \hat{o}^{(k-1)}(x) \otimes h(x)], \quad (2)$$

$\hat{o}^{(k)}(x)$ — оценка объекта в k -й итерации, c — параметр акселерации, влияющий на сходимость процесса. В качестве начальной оценки обычно принимается наблюдаемое изображение:

$$\hat{o}^{(0)}(x) = i(x). \quad (3)$$

Такой выбор обеспечивает лучшие оценки за меньшее число шагов по сравнению с $\hat{o}^{(0)}(x) = 0$, так как для реальных изображений (особенно при умеренных искажениях) $i(x)$ достаточно близко к $o(x)$ в каждой точке.

Анализ итерационного процесса, описываемого формулами (2), (3), особенно прост в частотной области; переходя от величин к их фурье-образам, легко получить следующее выражение:

$$\hat{O}^{(k)}(\omega) = \{1 - [1 - H(\omega)]^k\} I(\omega) / H(\omega). \quad (4)$$

Здесь $H(\omega)$ — оптическая передаточная функция, ω — пространственная частота. Условие сходимости процесса запишется в виде

$$|1 - cH(\omega)| < 1. \quad (5)$$

На практике это условие обеспечивается далеко не всегда (папомним случаи сильной расфокусировки и «смазывания» в результате движения объекта), и метод непосредственно не применим. Нас же интересует тот случай, когда (5) выполняется.

Из (4) следует, что k шагов итерационного процесса эквивалентны линейному восстанавливающему фильтру с передаточной функцией

$$W^{(k)}(\omega) = \{1 - [1 - H(\omega)]^k\} / H(\omega). \quad (6)$$

При $k \rightarrow \infty$ $W^{(k)}(\omega) \rightarrow 1/H(\omega)$, т. е. фильтр приближается к инверсному, и на частотах, где $H(\omega) \simeq 0$, в пределе будет происходить бесконечное усиление шума. Остановка на некотором конечном шаге k несколько улучшает положение: раскрывая (6) по правилу Лопиталья, получим $\lim_{H \rightarrow 0} W^{(k)}(\omega) \rightarrow 1 + ck$, что соответствует линейному усилению шума в $(1 + ck)$ раз. Однако желание восстановить тонкую структуру объекта

приводит к необходимости значительного числа итераций, в результате чего уровень шума в восстановленном изображении может оказаться неприемлемо большим.

В силу вышеуказанных недостатков считается [4], что «метод ван Циттерта обычно не пригоден для резкого улучшения разрешения зашумленных данных». Однако Джанссону [5] удалось видоизменить метод, превратив его в полезный инструмент для восстановления спектров поглощения. Исходя из того же начального приближения (3), он ввел в формулу (2) вместо постоянной c коэффициент релаксации, имеющий вид

$$r(x) = c(1 - 2|\hat{o}^{(k-1)}(x) - 0,5|). \quad (7)$$

Смысл его в том, что в тех точках объекта, где на $(k-1)$ -м шаге $\hat{o}^{(k-1)}(x) \rightarrow 0$ или 1 , $r(x) \rightarrow 0$ и указанные значения сохраняются в k -й и последующих итерациях. Тем самым линейный, не учитывающий ограничений метод ван Циттерта превращается в нелинейный с ограничением $0 \leq \hat{o}(x) \leq 1$, которому и удовлетворяют спектры поглощения.

Естественным обобщением формулы (7) для объектов произвольного вида является коэффициент релаксации в форме [4]

$$r(x) = c\{1 - 2|\hat{o}^{(k-1)}(x) - 0,5[A(x) + B(x)]/[B(x) - A(x)]\}, \quad (8)$$

задающий ограничение $A(x) \leq \hat{o}(x) \leq B(x)$. Очевидно, что алгоритм Джанссона соответствует случаю $A(x) \equiv 0$, $B(x) \equiv 1$, а, например, просто требование положительности оценки обеспечивается при $A(x) \equiv 0$ и достаточно большим $B(x) \equiv \text{const}$.

Применение итерационного алгоритма с коэффициентом релаксации в виде (8) требует знания ограничивающих кривых оценки — $A(x)$ и $B(x)$. В работе [3] предложен подход, в котором за основу берется само наблюдаемое изображение и используется коэффициент релаксации в виде

$$r(x) = \begin{cases} c[1 - |\hat{o}^{(k-1)}(x) - i(x)|/d], & |\hat{o}^{(k-1)}(x) - i(x)| \leq d; \\ 0, & |\hat{o}^{(k-1)}(x) - i(x)| > d, \end{cases} \quad (9)$$

где $d > 0$ — некоторая постоянная. Очевидно, что формула (8) совпадает с (9), если в ней положить $A(x) = i(x) - d$, $B(x) = i(x) + d$. Таким образом, данный метод обеспечивает ограничение

$$|i(x) - \hat{o}(x)| \leq d, \quad (10)$$

т. е. область возможных значений оценки заключена в «коридор» шириной $2d$, середина которого совпадает с кривой наблюдаемых данных $i(x)$. Для краткости будем называть этот метод итерациями с фиксированным коридором оценки (ИФКО). Ясно, что центральным вопросом применения данного метода является выбор величины d . Здесь следует учесть два обстоятельства. Завышенная ширина, при которой истинный объект $o(x)$ оказывается свободно «погруженным» в коридор оценки, возвращает метод к обычной итерации ван Циттерта (соответствующей случаю $d = \infty$), приводя к существенному нарастанию шума в оценке с увеличением числа итераций. Зауженный же коридор хорошо подавляет шумы, однако лишает оценку возможности приблизиться к объекту, «обрезая» ее на тех участках, где искажение велико: $|i(x) - o(x)| > d$ (при $d = 0$ итерации фактически не происходит и $\hat{o}^{(k)}(x) = i(x)$ при любом k). В [3] значение d (в процентах от разности между максимальным и минимальным значениями наблюдаемого изображения) выбирается равным 20% (для одномерного объекта) и 10% (для двумерного).

Однако величина искажения в каждой точке различна и определяется, помимо шума, поведением объекта в окрестности данной точки и ФРТ искажающей системы. В идеальном случае ширина коридора оценки должна быть равна искажению в данной точке $d(x) = |i(x) -$

$-o(x)|$, но точное ее нахождение потребовало бы решения исходной задачи. Поэтому мы лишь попытаемся оценить, пусть даже грубо, величину искажения $|i(x) - o(x)|$.

Разложением в степенной ряд по пространственным частотам

$$\frac{1}{H(\omega)} - 1 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \omega^n \quad (11)$$

можно перейти от интеграла свертки (1) к породившему его дифференциальному уравнению [6]

$$o(x) = i(x) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{j^n} \frac{d^n i(x)}{dx^n}, \quad j = \sqrt{-1}. \quad (12)$$

Ввиду наличия шума в данных вряд ли имеет смысл удерживать много членов ряда (12); ограничившись случаем четной ФРТ $h(-x) = h(x)$, определим три первых коэффициента a_n . Для этого перепишем разложение (11) в виде

$$-1 + \frac{1}{H(\omega)} = -1 + \frac{1}{H(0)} - \frac{H'(0)}{H^2(0)} \omega - \frac{H''(0)H^2(0) - 2H(0)[H'(0)]^2}{2!H^4(0)} \omega^2 - \dots \quad (13)$$

Легко видеть, что

$$H^n(0) = \int (-jx)^n h(x) dx. \quad (14)$$

Из (14) находим $H(0) = 1$ (условие нормировки ФРТ) и $H'(0) = 0$ (четность ФРТ). С учетом этого из (11), (13), (14) получим

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{\sigma^2}{2} = \frac{1}{2} \int x^2 h(x) dx \quad (15)$$

(σ^2 — второй момент ФРТ). Формулы (12) и (15) дают оценку объекта в первом приближении:

$$o(x) \approx i(x) - (\sigma^2/2)(d^2 i(x)/dx^2). \quad (16)$$

Интересно отметить, что для экспоненциальной ФРТ $h(x) = \beta/2 \exp(-\beta/|x|)$ формула (16) представляет точное значение $o(x)$ без учета шума.

Окончательное значение функции ширины коридора взято в виде

$$d(x) = \min \left\{ \frac{\sigma^2}{2} \left| \frac{d^2 i(x)}{dx^2} \right| + d_0, i(x) \right\}, \quad (17)$$

положительная постоянная d_0 добавлена ввиду усечения ряда и наличия шума. Однако она может выбираться существенно меньшей, чем в методе ИФКО, или даже равной нулю.

Условие $d(x) \leq i(x)$ добавлено в (17) с целью обеспечения положительности оценки $o(x) \geq A(x) = i(x) - d(x) \geq 0$, что, кстати, не было учтено в [3]. Таким образом, единственной априорной информацией для предлагаемого метода с коэффициентом релаксации, определяемым формулами (9), (17), остается знание ФРТ. Ниже будем называть этот метод итерацией с переменным коридором оценки (ИПКО).

Для проверки работоспособности метода рассмотрим 32-точечный объект, который сворачивался с гауссовой ФРТ,

$$h(x) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/\sigma^2) \quad (18)$$

при двух значениях дисперсий: $\sigma_1 = 1,5$ (а) и $\sigma_2 = 2,25$ (б) шага дискретности. Затем на размытый таким образом объект накладывался белый гауссов шум со стандартным отклонением $\sigma_{ш} = 0,07$, что соответствовало отношению сигнал — шум порядка 40 (для стандартных отклонений).

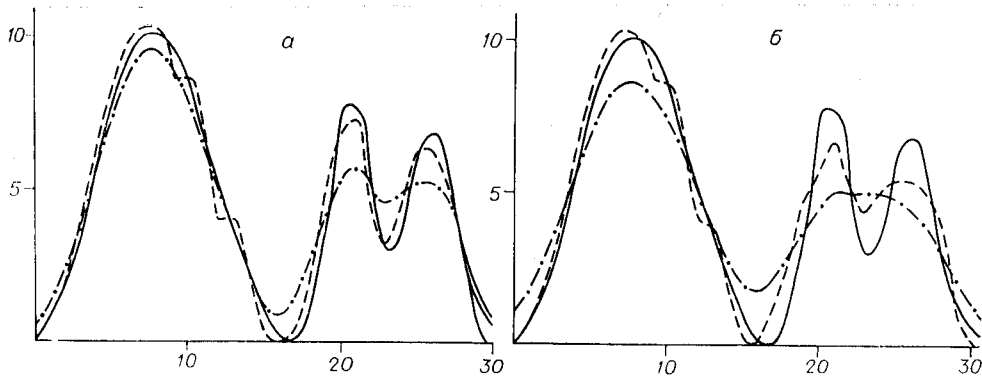


Рис. 1.

На рис. 1 показаны объект (сплошная линия), искаженные сигналы (штрихпунктирная) и результаты их восстановления по методу ИПКО за 10 итераций (штриховая) при умеренном (а) и сильном (б) искажениях. Видно, что в первом случае форма объекта практически полностью восстановлена, хотя в отдельных точках имеются незначительные шумовые выбросы. Во втором случае, несмотря на полное слияние второго и третьего пиков в искаженном сигнале, они все-таки разрешаются алгоритмом (в смысле 20%-ного критерия Рэлея), хотя качество восстановления существенно ниже.

Далее мы попытались сравнить (при тех же объекте, ФРТ и шуме) качество восстановления объекта с помощью четырех обсуждавшихся выше методов: ван Циттерта, Джанссона (формула (8) при $A(x) \equiv 0$, $B(x) \equiv 10$), ИФКО и ИПКО. (Для всех методов в соответствующей формуле для коэффициента релаксации полагалось $c = 1$). Это оказалось весьма нелегкой задачей ввиду обилия данных, а главное — отсутствия достаточно надежных критериев для сравнения итерационных алгоритмов. Не претендуя на общность, мы решили остановиться на следующих, как нам кажется, представляющих интерес показателях для каждого из алгоритмов:

ρ_{\min} — минимальная среднеквадратическая ошибка восстановления в данном итерационном процессе:

$$\rho_{\min} = \min_k \left\{ \sqrt{\sum_{n=1}^{32} (o_n - \hat{o}_n^{(k)})^2} \right\}; \quad (19)$$

$K_{\text{опт}}$ — номер итерации, на которой достигается ρ_{\min} , т. е. оптимальное число итераций;

δ_5 — приращение ошибки через 5 итераций после оптимальной:

$$\delta_5 = \rho(K_{\text{опт}} + 5) - \rho_{\min}. \quad (20)$$

Введенные показатели отмечены на графике зависимости среднеквадратической ошибки от числа итераций, который во всех проанализированных случаях имел характерный вид, показанный на рис. 2. Ясно, что δ_5 является некоторой мерой штрафа за превышение оптимального числа итераций, что очень важно при восстановлении «вслепую» или в ситуации, когда вид восстанавливаемого объекта вообще неизвестен. Значения показателей, получившиеся в результате «прогона» алгоритмов, сведены в таблицу.

Анализ данных таблицы позволяет сделать следующие выводы.

1. Все показатели имеют небольшой разброс по алгоритмам.

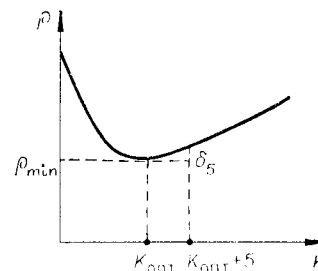


Рис. 2.

Искажения	$\sigma_1 = 1,5$			$\sigma_2 = 2,25$			
	Показатели						
Алгоритмы	$K_{\text{опт}}$	ρ_{min}	δ_5	$K_{\text{опт}}$	ρ_{min}	δ_5	
ван Циттерта	5	2,26	0,49	7	4,61	0,36	
Джанссона	9	2,06	0,18	16	4,00	0,1	
ИФКО	$d = 2$	6	2,47	0,20	11	4,49	0,09
	$d = 1$	6	2,89	0,11	20	4,80	0,01
ИПКО	$d_0 = 1$	7	2,42	0,16	12	4,51	0,07
	$d_0 = 0,5$	8	2,55	0,08	17	4,70	0,00

2. Алгоритм Джанссона требует большего числа итераций, зато обеспечивает наилучшее качество восстановления ρ_{min} (что, однако, можно объяснить использованной в нем дополнительной априорной информацией ($A(x) \equiv 0, B(x) \equiv 10$)) при умеренных δ_5 .

3. Алгоритм ван Циттерта не настолько плох, как это принято считать; основной его недостаток — слабая помехозащищенность — проявляется в существенно больших значениях δ_5 , чем у всех остальных алгоритмов.

4. ИФКО и ИПКО обеспечивают среднее качество восстановления при оптимальном числе итераций ρ_{min} , однако имеют наилучшие значения δ_5 , причем у ИПКО эти показатели несколько выше. Это делает их особенно полезными при восстановлении «вслепую».

5. Уменьшение величины d_0 в методе ИПКО не оказывает существенного влияния на величину ρ_{min} и число итераций; показатель δ_5 при этом уменьшается.

Учитывая вышеизложенное, предлагаемый метод ИПКО представляется вполне «конкурентоспособным» с остальными методами этого типа и может быть полезен при восстановлении как одномерных сигналов, так и изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шафер Р. У., Мерсеро Р. М., Ричардс М. А. Итерационные алгоритмы восстановления сигналов при наличии ограничений.— ТИИЭР, 1981, т. 69, № 4.
2. Satoshi Kawata, Yoshiki Ishioka. Iterative image restoration for linearly degraded images. II. Reblurring procedure.— JOSA, 1980, vol. 70, N 7.
3. Satoshi Kawata, Yoshiki Ishioka. Iterative image restoration for linearly degraded images. I. Basis.— Ibid.
4. Фриден Б. Улучшение и реставрация изображений.— В кн.: Обработка изображений и цифровая фильтрация: Пер. с англ. М.: Мир, 1979.
5. Jansson P. A., Hunt R. H., Plyer E. K. Resolution enhancement of spectra.— JOSA, 1970, vol. 60, p. 596—599.
6. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов.— М.: Сов. радио, 1979.

Поступила в редакцию 26 марта 1984 г.