

друг с другом. Так как  $G(\Omega)$  — плоский граф, то его (следовательно, и исходное изображение) можно перекрасить не более чем в пять цветов. При этом вся информация о геометрических свойствах объектов и их взаимном расположении сохраняется, что является достаточным для решения многих задач обработки изображений. Объем памяти, необходимый для записи исходного изображения при  $L = 256$ , сокращается после перекрашивания в 2—4 раза. К сожалению, в общем случае алгоритмы минимальной раскраски плоских графов обладают высокой сложностью, что затрудняет их реализацию на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд А. Распознавание и обработка изображений с помощью вычислительных машин.— М.: Мир, 1972.
2. Сидорова В. С. Об одном алгоритме обработки многоспектральных аэрокосмических изображений.— В кн.: Развитие и использование аэрокосмических методов изучения природных явлений и ресурсов. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1979.
3. Дробышев Ю. П., Одеянко Б. П. Анализ изображения и его модели.— Там же.
4. Хьюккель М. Оператор нахождения контуров на кодированных изображениях. Интегральные роботы.— М.: Мир, 1973.

*Поступила в редакцию 14 сентября 1982 г.;  
окончательный вариант — 16 августа 1983 г.*

УДК 621.382 : 621.391 : 681.32.05

**А. О. БАКРУНОВ, И. В. ЩУКИН**

*(Москва)*

### **МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ИСПЫТАНИИ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ**

**Введение.** Решение ряда задач анализа структуры изображений существенно упрощается при использовании точечных моделей структуры изображений в сочетании с пространственно-спектральными методами [1—4]. Для проверки и испытаний алгоритмов анализа структуры изображений нами применяется специально разработанная система цифрового моделирования МСИ-78, включающая следующие основные компоненты [5]: 1) генератор точечных моделей\* (на рис. 1 приведено изображение, полученное с помощью этого генератора); 2) пространственно-спектральный блок, позволяющий вычислять преобразование Фурье для точечных моделей; 3) блок регистрации, дающий возможность вычислить интенсивность пространственного спектра при различных вариантах съема информации (см. рис. 2); 4) блок анализа, с помощью которого можно дешифровать структуру пространственного спектра и выявлять характерные особенности изображения.

В работе изложен способ генерирования многомерных псевдослучайных точечных изображений, а также методы проверки их статистических

\* Система МСИ-78 может работать также с внешней точечной моделью, которая формируется самим пользователем, генератор точечных моделей в этом случае отключается.

свойств. Проверка статистических свойств псевдослучайных изображений рассмотрена применительно к задачам анализа закономерностей пространственного размещения элементов изображения и позволяет обнаружить эффекты корреляции и анизотропии.

**Способ генерирования псевдослучайных изображений в системе МСИ-78.** Элемент изображения в системе МСИ-78 определен  $(2D + 2)$  случайными величинами  $\{x_i, y_i, a_i, b_i\}$ : двумя векторными  $x_i, y_i$  и двумя скалярными  $a_i, b_i$  ( $D$  — размерность моделируемого изображения). Вектор  $x_i$  задает положение элемента. Вектор  $y_i$  используется при моделировании динамики потока частиц для задания скорости элемента, а затем и для получения модели многоэкспозиционного изображения (примеры подобных точечных изображений приведены в [3]). Возможно иное применение вектора  $y_i$ , в частности, в некоторых случаях он может опускаться. Величины  $a_i$  и  $b_i$  служат для задания размера и амплитуды элемента изображения.

В основу работы генератора точечных изображений положено функционирование  $(2D + 2)$  датчиков случайных чисел в общем случае с различными законами распределения. Все эти датчики используют, в свою очередь, один датчик  $D_0$  равномерно распределенных в интервале  $[0; 1]$  случайных чисел RANDU из SSP EC ЭВМ [7].

Для работы генератора необходимо ввести число элементов изображения  $N$ , формат изображения и его размерность, таблицу описания  $(2D + 2)$  случайных величин (закон распределения случайной величины и параметры распределения), матрицу коэффициентов корреляции между случайными величинами (если в этом есть необходимость).

В генераторе формируется матрица  $M_i$  из  $N \times (2D + 2)$  элементов. Каждый элемент этой матрицы представляет собой нормально распределенное случайное число с нулевым средним и единичной дисперсией, в формировании которого участвуют 12 равномерно распределенных случайных чисел датчика  $D_0$ . Далее элементы матрицы  $M_i$  преобразуются с учетом таблицы описания случайных величин, а при необходимости и матрицы коэффициентов корреляции [8].

В задачах анализа структуры связанных с определением закономерностей размещения элементов изображения в качестве базового нами использовано пуассоновое точечное изображение с  $\delta$ -образными элементами единичной амплитуды  $\{x_i, 0, 0, 1\}$ . Пример такого изображения для  $N = 100, D = 2$  дан на рис. 1.

**Методы и результаты проверки статистических свойств псевдослучайных точечных изображений.** Для анализа закономерностей пространственного размещения элементов изображения, как показано в [4—6], представляют интерес следующие варианты считывания пространственно-спектральной информации (варианты считывания в двумерном случае поясняет рис. 2): 1) случайно размещенные в спектральном пространстве отсчеты (рис. 2, а), параметры — число отсчетов  $N_n$ , границы области спектрального пространства, в которой размещены отсчеты,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ; 2) случайная секущая в спектральном пространстве (рис. 2, б), параметры — число отсчетов  $N_n$ , угол наклона секущей  $\beta_0$ , границы области спектрального пространства  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ; 3) радиальный и угловой спектры (рис. 2, в, г). Радиальный и угловой спектры соответствуют дискретному представлению соотношений

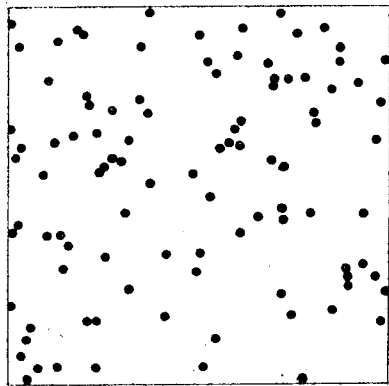


Рис. 1. Реализация пуассонового точечного изображения, полученного с помощью генератора точечных моделей системы МСИ-78.

Далее в вычислительных экспериментах это изображение обозначается  $St_1$  (1),  $St_n$  (2) и  $St_1$  (3).

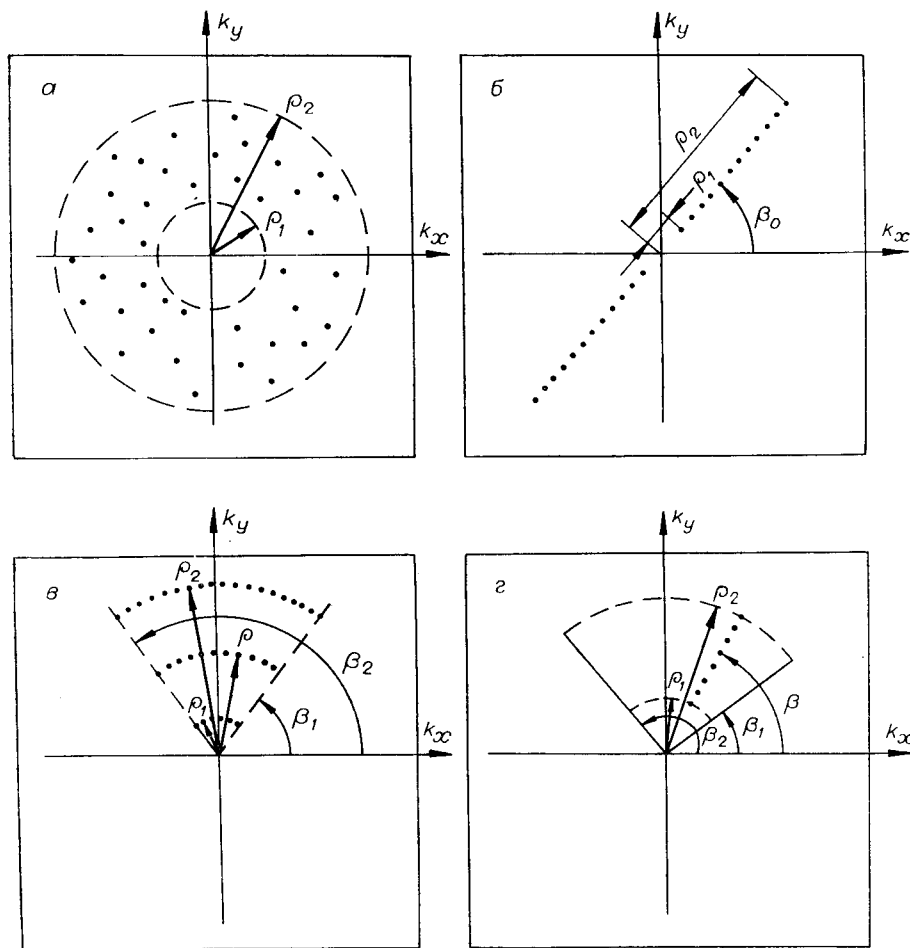


Рис. 2. Варианты считывания пространственно-спектральной информации. Расположение отсчетов в плоскости пространственных частот.

$$I_{\rho}(\rho; \beta_1, \beta_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} I(\rho, \beta) d\beta, \quad \rho \in [\rho_1, \rho_2], \quad I(\rho, \beta) = |\dot{F}(\rho, \beta)|^2; \quad (1)$$

$$I_{\beta}(\beta; \rho_1, \rho_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\rho_1}^{\rho_2} I(\rho, \beta) \rho d\rho, \quad \beta \in [\beta_1, \beta_2], \quad (2)$$

где  $\dot{F}(\rho, \beta)$  — пространственный спектр изображения;  $\rho, \beta$  — полярные координаты в плоскости пространственных частот. Полезность использования радиального и углового спектров связана с тем, что они позволяют обнаруживать корреляции и анизотропию в размещении элементов [1, 2, 6]. Ниже применяются радиальный  $I_{\rho}(\rho; 0, \pi)$  и угловой  $I_{\beta}(\beta; \rho_1, \rho_2)$  спектры при  $\beta \in [0, \pi]$ . Для радиального спектра параметрами являются число отсчетов  $N_{\rho\beta}$ , по которым проводится усреднение по углу  $\beta \in [0, \pi]$ , и число отсчетов  $N_{\rho}$  по радиусу  $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$ , для углового — число отсчетов  $N_{\rho\beta}$ , по которым выполняется усреднение по радиусу  $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$ , и число отсчетов  $N_{\beta}$  по углу  $\beta \in [0, \pi]$ .

Проверка качества работы генератора точечных моделей осуществлялась путем организации вычислительных экспериментов в системе МСИ-78 для режима генерирования пуассоновых точечных изображений

Таблица 1

$St_j(1)$	$St_1(1)$	$St_2(1)$	$St_3(1)$	$St_4(1)$	$St_5(1)$	$St_6(1)$	$\frac{St_1(1)}{St_6(1)}$	$\frac{St_2(1)}{St_6(1)}$	$\frac{St_3(1)}{St_6(1)}$	$\frac{St_4(1)}{St_6(1)}$	$\frac{St_5(1)}{St_6(1)}$
$P_\alpha$	0,45	0,69	0,51	0,52	0,17	0,025	0,05	0,13	0,37	0,26	0,15

с  $\delta$ -образными элементами. Рассмотрим основные результаты вычислительных экспериментов (ВЭ).

ВЭ1. Цель эксперимента — оценка качества реализаций. Количество реализаций — 6 ( $St_1(1) \div St_6(1)$ ) (реализация  $St_1(1)$  приведена на рис. 1). Вариант считывания пространственно-спектральной информации об интенсивности пространственного спектра — случайно размещенные в спектральном пространстве отсчеты. Формат изображения  $100 \times 100$ , количество элементов  $100$ ,  $N_k = 500$ ,  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 10\lambda$ . Применяемый статистический метод — критерий согласия Колмогорова. Теоретическая плотность вероятности интенсивности пространственного спектра ( $p_i$ ) пуассонова точечного изображения с  $\delta$ -образными элементами дается соотношением [2, 6]

$$p_i = (1/N) \exp \{-I/N\} \text{ для } N \gg 1. \quad (3)$$

В табл. 1 приведены вероятности ( $P_\alpha$ ), связанные с ошибкой 1-го рода отклонения нулевой гипотезы о совпадении эмпирической функции распределения с теоретической, а также вероятности ошибки, связанной с отклонением нулевой гипотезы о принадлежности изображений  $St_i(1)$  и  $St_j(1)$ ,  $i, j = 1 \div 6$ , одной генеральной совокупности. (Даны худшие комбинации.)

Из результатов эксперимента следует, что если считать допустимым 5%-ный уровень значимости, то качество реализаций, кроме  $St_6(1)$ , является удовлетворительным.

ВЭ2. Цель эксперимента — оценка необходимого числа элементов изображения, при котором для плотности вероятности интенсивности пространственного спектра будет справедливо соотношение (3). Количество реализаций — 15. Вариант считывания пространственно-спектральной информации об интенсивности пространственного спектра — случайно размещенные в спектральном пространстве отсчеты. Формат изображения  $100 \times 100$ ; количество элементов  $N = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 20, 30, 50, 100, 150$ ; обозначение изображения, например с  $N = 8$ ,  $St_6(2)$ . Изображение  $St_{14}(2)$  в ВЭ2 совпадает с  $St_1(1)$  ВЭ1;  $N_k = 500$ ,  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 10\lambda$ . Используемый статистический метод — критерий согласия Колмогорова. В табл. 2 даны вероятности ошибки, связанной с отклонением нулевой гипотезы о совпадении эмпирической функции распределения с теоретической, соответствующей (3). Отличие  $P_\alpha$  для  $St_1(1)$  в табл. 1 от  $P_\alpha$  для  $St_{14}(2)$  в табл. 2 связано с изменением случайных отсчетов при переходе от ВЭ1 к ВЭ2.

Из эксперимента следует, что при  $N \geq 5$  отличие эмпирической функции распределения интенсивности пространственного спектра от теоретической функции, соответствующей (3), мало\*.

ВЭ3. Цель эксперимента — оценка качества реализаций. Количество реализаций — 6 ( $St_1(3) \div St_6(3)$ ). Изображение  $St_1(3)$  совпадает с  $St_1(1)$ .

Таблица 2

$St_j(2)$	$St_1(2)$	$St_2(2)$	$St_3(2)$	$St_4(2)$	$St_5(2)$	$St_6(2)$	$St_7(2)$	$St_8(2)$	$St_9(2)$	$St_{10}(2)$	$St_{11}(2)$	$St_{12}(2)$	$St_{13}(2)$	$St_{14}(2)$	$St_{15}(2)$
$P_\alpha$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-4}$	0,14	0,82	0,39	0,56	0,79	0,82	0,89	0,82	0,26	0,29	0,93	0,58	0,88

\* Данные табл. 1 и 2 могут быть использованы для построения доверительных интервалов для эмпирической функции распределения.

Таблица 3

$St_j(3)$	$St_1(3)$	$St_2(3)$	$St_3(3)$	$St_4(3)$	$St_5(3)$	$St_6(3)$	$\frac{St_1(3)}{St_6(3)}$	$\frac{St_2(3)}{St_1(3)}$	$\frac{St_3(3)}{St_1(3)}$	$\frac{St_4(3)}{St_6(3)}$	$\frac{St_5(3)}{St_6(3)}$
$P_\alpha$	0,41	0,89	0,89	0,99	0,97	0,2	0,17	0,56	0,51	0,19	0,47

Вариант считывания пространственно-спектральной информации об интенсивности пространственного спектра — случайное сечение в спектральном пространстве. Формат изображения  $100 \times 100$ , число элементов 100,  $N_k = 500$ ,  $\beta_0 = 0$ ,  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 10\lambda$ . Применяемый статистический метод — критерий согласия Колмогорова. В табл. 3 приведены вероятности ошибочным 5%-ный уровень значимости, то качество реализаций удовлетворительно,  $P_\alpha$  для  $St_i(3)$  в ВЭЗ близко к  $P_\alpha$  для  $St_i(1)$  в ВЭ1.

Кроме указанных, были проведены ВЭ по исследованию радиального и углового спектров пуассонова точечного изображения. Условия проведения экспериментов: формат изображения  $100 \times 100$ , количество элементов 150,  $N_{p\beta} = 90$ ,  $N_p = 50$ ,  $N_{p\rho} = 50$ ,  $N_\beta = 90$ ,  $\beta \in [0, \pi]$ ,  $\rho_1 = 0,05$ ,  $\rho_2 = 10$  (для радиального спектра),  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 10$  (для углового спектра). Эксперименты выполнялись для одного изображения ввиду больших затрат машинного времени путем сравнения интервалов изменения  $I_p$  и  $I_\beta$  с доверительными интервалами. Из эксперимента получено, что при доверительной вероятности 0,9 качество радиального и углового спектров удовлетворительное, т. е. вариации  $I_p$  и  $I_\beta$  не выходят за пределы доверительных интервалов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Щукин И. В. Когерентно-оптические устройства для автоматической классификации микрообъектов.— В кн.: Проблемы голографии. М.: МИРЭА, 1977, вып. IX.
2. Щукин И. В. Анализ структуры изображений когерентно-оптическими методами.— В кн.: Применение методов оптической обработки информации и голографии/Под ред. С. Б. Гуревича и В. С. Соколова. Л.: ЛИЯФ, 1980.
3. Бакрунов А. О., Щукин И. В. Определение скорости потока частиц методами пространственного спектрального анализа.— Автометрия, 1982, № 2.
4. Бакрунов А. О., Сладков О. С., Шабанов М. Ф., Щукин И. В. Некоторые возможности применения когерентной оптики для обработки снимков, получаемых в первичном фокусе 6-метрового телескопа.— Астроном. циркуляр, 1981, № 1195.
5. Бакрунов А. О., Щукин И. В. Исследование статистических свойств пространственных спектров точечных моделей структуры изображений.— В кн.: Обработка изображений и дистанционные исследования. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1981.
6. Щукин И. В. Анализ структуры изображений пространственно-спектральными методами.— Там же.
7. Сборник научных программ на ФОРТРАНе/Пер. с англ. под ред. С. Я. Виленкина.— М.: Статистика, 1974, вып. 1.
8. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Статистическое моделирование.— М.: Наука, 1982.

Поступила в редакцию 22 июля 1983 г.