

Э. Э. КЛОТИНЫШ, Ю. Я. КОТЛЕРИС, Я. А. СЕГЛИНЬШ  
(Riga)

### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

ЭЛЕКТРОУПРАВЛЯЕМОЙ КЕРАМИКИ ЦТСЛ-10, нашедшая применение в ряде экспериментальных устройств модуляции света и отображения информации. Естественно, что получение количественных соотношений, описывающих распространение света в этом материале, имеет существенное значение для понимания работы этих устройств и улучшения их характеристик. Свойства электрооптической керамики ЦТСЛ-10 довольно хорошо исследованы в [1]. Однако электромагнитные поля в такой керамике изучены в меньшей степени, хотя именно этот аспект представляет основной интерес для практических применений. Так, в работе [2] рассчитано распределение электрического поля для планарных электродов, в [3] — рассеяние света на неоднородностях.

В настоящей работе дано аналитическое описание оптических характеристик электроуправляемой фазовой пластины с учетом регуляризации изменений двулучепреломления, обусловленных управляющими электродами. Предполагается, что параметры электрооптического материала мало меняются на расстоянии длины волны и распространение света можно описать в приближении геометрической оптики. Формально [4] расчет сводится к определению коэффициентов матрицы Мюллера, которые являются функциями разности фаз нормальных колебаний. В квазилинейном приближении разность фаз может быть представлена в виде произведения функций от длины волны, управляющего напряжения и координаты

$$\delta = (\pi/\lambda) R(\lambda) n^3(\lambda) U^2 C \psi(x), \quad (1)$$

где  $R = R_{12} - R_{11}$  — квадратичный электрооптический коэффициент,  $n$  — показатель преломления,  $U$  — управляющее напряжение,  $C$  — функция размеров электродов и пластины, а  $\psi$  — функция координаты ( $\psi(0) = 1$ ). Пусть для некоторой длины волны  $\lambda_0$  при управляющем напряжении  $U_0$  разность фаз в середине зазора между электродами, где  $x = 0$ , равна  $\delta_0$ , т. е.

$$\delta_0 = \pi n^3(\lambda_0) R(\lambda_0) U_0^2 C \lambda_0^{-1}. \quad (2)$$

Подстановкой (2) в (1) определим нормированную разность фаз для любой волны и координаты

$$\xi = \delta(\lambda, x)/\delta_0 = (\lambda_0/\lambda) (U/U_0)^2 (n^3(\lambda)/n^3(\lambda_0)) (R(\lambda)/R(\lambda_0)) \psi(x). \quad (3)$$

При пренебрежении ослаблением первичной волны за счет рассеяния и искажением ее фронта матрица Мюллера  $m_{pq}$  будет иметь следующие значения коэффициентов [4]:

$$\begin{aligned} m_{p1} &= m_{1q} = 0, \quad p, q = 2, 3, 4, & m_{32} &= \sin 4\Theta \sin^2(\pi/2)\xi, \\ m_{11} &= 1, & m_{33} &= 1 - 2 \cos^2 2\Theta \cos^2(\pi/2)\xi, \\ m_{22} &= 1 - 2 \sin^2 2\Theta \sin^2(\pi/2)\xi, & m_{34} &= -\cos 2\Theta \sin \pi\xi, \\ m_{23} &= \sin 4\Theta \sin^2(\pi/2)\xi, & m_{43} &= \cos 2\Theta \sin \pi\xi, \\ m_{24} &= -m_{42} = \sin 2\Theta \sin \pi\xi, & m_{44} &= \cos \pi\xi, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Theta$  — азимутальный угол.

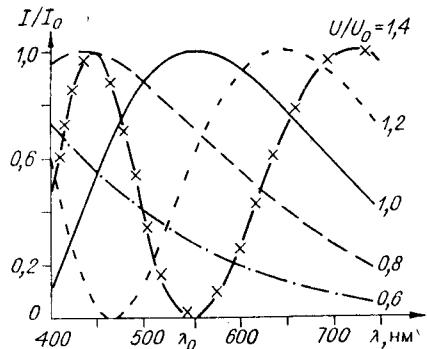


Рис. 1. Амплитудно-спектральная характеристика поляризационно-оптического светофильтра со скрещенными поляроидами.

Если на такую систему падает естественный свет, то ее спектральная характеристика, полученная произведением матриц Мюллера для поляризаторов и фазовой пластины, определяется выражением

$$I = (1/2) \sin^2(\pi/2)\xi. \quad (5)$$

Из (3) видно, что возрастание  $\psi(x)$  в приэлектродной области эквивалентно повышению управляющего напряжения; в этом случае спектральная характеристика в среднем сечении между электродами при  $U/U_0 \neq 1$  будет совпадать со спектральной характеристикой в сечении, где  $\psi(x) = -(U/U_0)^2$ . На рис. 1 приведены результаты соответствующего расчета. Можно видеть, что по мере повышения  $U/U_0$  или  $\psi(x)$  максимум пропускания системы смещается в сторону более длинных волн и появляется следующий за ним максимум в области коротких волн. В результате смещения синего и красного максимумов образуется пурпурный цвет.

Известны поляризационно-оптические системы, в которых оси главного пропускания поляризаторов параллельны. Расчет, аналогичный предыдущему, приводит к обращенной (см. рис. 1) спектральной характеристике интенсивности прошедшего света:

$$I = (1/2) \cos^2(\pi/2)\xi. \quad (6)$$

В этом случае по мере увеличения  $U/U_0$  или  $\psi(x)$  результирующий цвет меняется в последовательности: красный — пурпурный — синий — зеленый.

Итак, для описания спектральной характеристики поляризационно-оптического устройства необходимо располагать данными о дисперсии показателя преломления, электрооптического коэффициента и координатной зависимости разности фаз  $\psi(x)$ . Дисперсия, характеризуемая членом  $n^3(\lambda)R(\lambda)/n^3(\lambda_0)R(\lambda_0)$ , исследована в [5]. Координатная зависимость разности фаз для планарных и объемных [6] электродов может быть вычислена на основе анализа конфигурации электродов согласно рис. 2, на котором изображена часть сечения фазовой пластины с электродами, установленными на расстоянии  $2a$ , имеющими зазор  $2\alpha$  и проникающими внутрь пластины на глубину  $g$ . Случай  $g=0$  соответствует планарным электродам, а случай  $g=h$ ,  $a=\alpha$  — фазовой пластине в виде набора плоских конденсаторов. Для расчета координатной зависимости разности фаз нормальных колебаний, которая пропорциональна интегралу от квадрата поперечной составляющей управляющего электрического поля, достаточно построить интеграл Шварца — Кристоффеля, конформно отображающий полу平面  $t > 0$  на область  $W$  (заштрихованную) между двумя соседними электродами. Учитывая, что углы при вершинах  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 7, 8$ ) равны  $\pi/2$ , а при вершинах  $a_k$  ( $k = 5, 6$ ) —  $3\pi/2$ , искомый интеграл

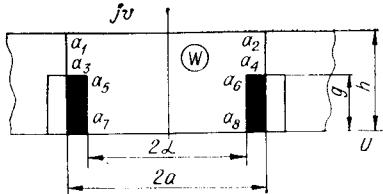


Рис. 2. Сечение фазовой пластины с электродами.

Пусть, например, фазовая пластина установлена между двумя идеальными поляризаторами, оси главного пропускания которых скрещены, а азимутальный угол фазовой пластины равен  $\pi/4$ .

Если на такую систему падает естественный свет, то ее спектральная характеристика, полученная произведением матриц Мюллера для поляризаторов и фазовой пластины, определяется выражением

имеет вид

$$W = C \int_0^t \sqrt{t^2 - a_{56}^2} dt / \sqrt{(t^2 - a_{78}^2)(t^2 - a_{12}^2)(t^2 - a_{34}^2)}. \quad (7)$$

Если известна функция, обращающая интеграл (7), решение можно получить в замкнутом виде. Последний случай представляет собой интерес и имеет место для планарных ( $a_{56} = a_{78}$ ) и тонких объемных ( $a_{34} = a_{56}$ ) электродов.

Интеграл (8) в случае тонких объемных электродов конформно отображает полуплоскость  $t$  на прямоугольник  $W$

$$W = \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-\operatorname{dn}^2(K'(g/h))t^2)}}, \quad (8)$$

где модуль Лежандра  $K$  определяется из условия  $K'/K = h/a$ , а  $t = \operatorname{sn} Kz/a$ . Поперечная составляющая напряженности поля в исходной плоскости  $z$  имеет вид

$$E_{\perp} = \operatorname{Re} \left[ \frac{U}{2a} \frac{K(k) \sqrt{1-k^2 \operatorname{sn}^2 K(\bar{z}/a)}}{K(\operatorname{dn} K'(g/h)) \sqrt{1-\operatorname{dn}^2 K'(g/h) \operatorname{sn}^2 K(\bar{z}/a)}} \right]. \quad (9)$$

Итак, выражение для поперечной составляющей поля содержит три множителя: первый — напряженность поля плоского конденсатора; второй, возрастающий от нуля до единицы по мере увеличения  $g$  от нуля до  $h$ , зависит от глубины электрода  $g$ , а третий определяет координатную зависимость поля. По мере приближения к концу электрода поле возрастает до значения, определяемого контактными явлениями, которые (независимо от конкретного механизма инжеクции и захвата носителей) приводят к уменьшению поля и к нежелательной метастабильной поляризации.

В случае планарных электродов шириной  $2(a-\alpha)$ , установленных на расстоянии  $2\alpha$ , аналогичный расчет приводит к следующему выражению для поперечной составляющей поля:

$$E_{\perp} = \operatorname{Re} \left[ \frac{UK(k) \sqrt{1-k^2 \operatorname{sn}^2 K(\bar{z}/a)}}{2aK(\operatorname{sn} K(\alpha/a)) \sqrt{1-\operatorname{sn}^2 K(\alpha/a) \operatorname{sn}^2 K(\bar{z}/a)}} \right]. \quad (10)$$

Рассчитанные по выражениям (9), (10) координатные зависимости разности фаз, отражающие особенности распределения управляющего поля внутри фазовой пластины, показаны на рис. 2—6, где

$$\psi(x/a) = \int_0^h E_{\perp}^2(x, y) dy / \int_0^h E_{\perp}^2(0, y) dy.$$

Очевидно, что однородное двулучепреломление  $\delta = \operatorname{const}$  во всем рабочем

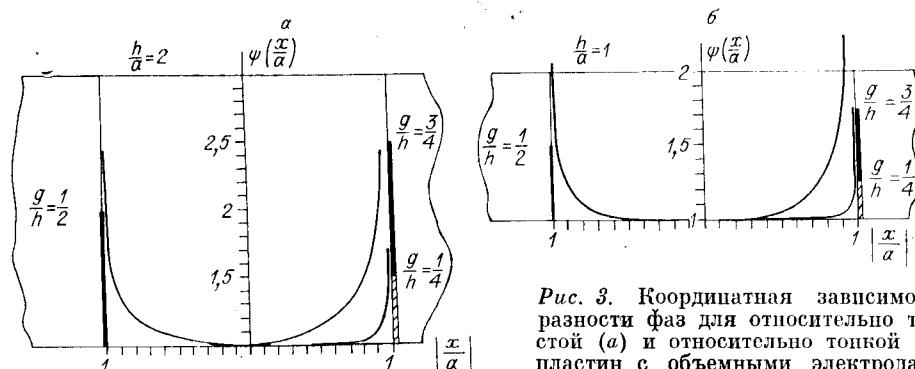


Рис. 3. Координатная зависимость разности фаз для относительно толстой ( $a$ ) и относительно тонкой ( $b$ ) пластин с объемными электродами при различной их глубине.

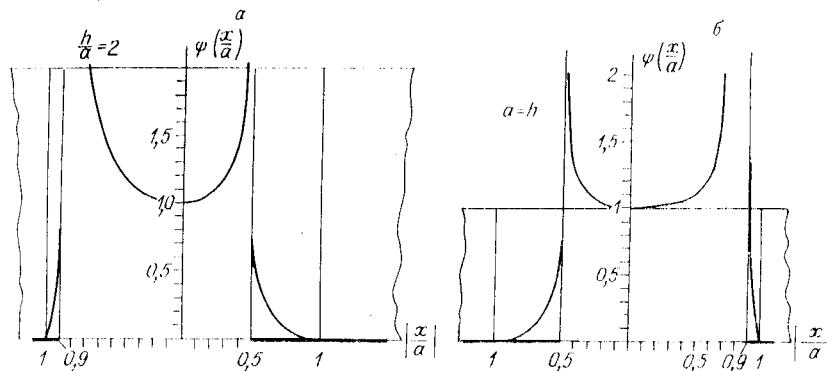


Рис. 4. Координатная зависимость разности фаз для относительно толстой (а) и относительно тонкой (б) пластин с планарными электродами при различной их ширине.

зазоре не обеспечивается. Однако путем надлежащего выбора относительных размеров фазовой пластины можно добиться, чтобы оно не выходило за допустимый предел. Наиболее приемлемыми с этой точки зрения оказываются относительно тонкие фазовые пластины с глубокими тонкими (см. рис. 3, б) или широкими планарными (см. рис. 4, б) электродами. Абсолютные размеры фазовой пластины при этом определяются допустимым значением управляющего напряжения. Формально требуется, чтобы условие получения полу волновой разности фаз

$$\lambda = \int_0^h R n^3 E_a^2 dy \quad (11)$$

выполнялось при возможно меньшем управляющем напряжении. Путем подстановки в (11) выражения (9) или (10) с последующим интегрированием приходим к условию (11) в виде

$$U^2 R n^3 / \lambda a \geq F, \quad (12)$$

где  $F$  — формфактор, зависящий только от относительных размеров фазовой пластины.

Очевидно, что при заданных относительных размерах фазовой пластины управляющее напряжение может быть понижено только путем уменьшения абсолютных размеров в соответствии с условием  $U_{\lambda/2}^2/h = \text{const}$ , что связано с возрастанием управляющего поля. Управляющее поле (9) на поверхности фазовой пластины в центре зазора между объемными электродами

$$E = (U/2a)(K(k)/K(\operatorname{dn} K'(g/h))) \quad (13)$$

не должно превышать определенного критического значения, при котором происходит пробой между электродами, т. е.  $E < E_{\text{кр}}$ . Аналогичное выражение (14) имеется для планарных электродов

$$E = (U/2a)(K(k)/K(\operatorname{sn} K(\alpha/a))). \quad (14)$$

Совместное решение (12) и (13) или (14) позволяет определить (нормированное по  $E$ ) наименьшее для данных соотношений размеров управляющее напряжение и соответствующие ему абсолютные размеры пластины. Для фазовой пластины с планарными электродами условие (14) имеет вид

$$\frac{EU_{\lambda/2}}{2\lambda} R n^3 \geq \frac{K(\operatorname{sn} K\alpha/a)}{K'} \left( \int_0^1 \frac{(1 - K'^2 \operatorname{sn}^2 K'^2 (y/h)) d(y/h)}{1 + (\operatorname{sn}^{-2} K(\alpha/a) - 1) \operatorname{sn}^2 K' (y/h)} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Видно, что нормированное управляющее напряжение  $U^* = (EU_{\lambda/2}/2\lambda)Rn^3$  понижается по мере увеличения ширины электродов, т. е. по мере уменьшения  $\alpha/a$ . Однако связанная с этим концентрация поля в плоскости

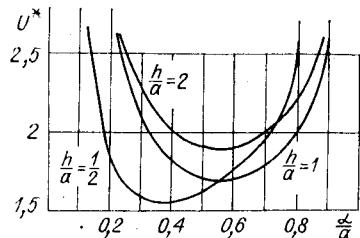


Рис. 5. Зависимость управляемого напряжения от размеров планарных электродов.

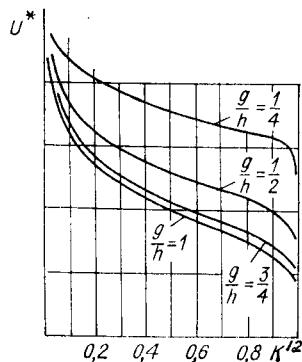


Рис. 6. Зависимость управляемого напряжения от размеров объемных электродов.

электродов приводит к неполному использованию объема активного материала и увеличению управляемого напряжения при  $\alpha/a < 0,3$ . В результате управляемое напряжение не может быть уменьшено ниже предела, определяемого выражением (15) и наступающего согласно рис. 5 при определенных соотношениях размеров электродов:  $\alpha/a \sim 0,5$ . В работе [7] приведены результаты экспериментов по минимизации управляемого напряжения пространственного модулятора света. Получены следующие размеры (в микронах):  $h = 200$ ;  $a = 135$ ;  $\alpha = 62,5$ ;  $U_{\lambda/2} = 190$  В. Параметры  $\alpha/a = 0,462$ ,  $h/a = 1,48$  действительно попадают в минимум кривой управляемого напряжения (см. рис. 5). Учитывая, что при  $h/a = K'/K = 1,48$  модуль Лежандра равен 0,927, можно по выражению (15) определить напряженность поля, которая оказывается  $1,4 \cdot 10^8$  В/м. Дальнейшее уменьшение управляемого напряжения возможно при применении дополнительных электродов, расположенных на второй рабочей поверхности пластины, и (или) при пропорциональном уменьшении всех ее размеров. В первом случае из соображений симметрии следует, что  $h/a = 100/135 = 0,74$ , модуль Лежандра  $k = 0,89$  и нормированное управляемое напряжение уменьшается в отношении  $1,65/1,85 = 0,9$  (см. рис. 5) за счет лучшего использования электрооптического материала и в  $\sqrt{2}$  раза за счет применения двух систем электродов, что в результате составляет 121 В. Напряженность поля в зазоре  $E = 1671$  В/мм, что вполне допустимо. Стремление уменьшить управляемое напряжение влечет за собой снижение светопропускания и является принципиальным недостатком планарных электродов.

Для объемных электродов условие (14) имеет вид

$$\frac{Rn^3 EU_{\lambda/2}}{2\lambda} \geq \frac{K(\ln K'(g/h))}{K'} \left( \int_0^1 \frac{(1 - K'^2 \sin^2 K'(y/h)) d(y/h)}{1 - K'^2 \sin^2 K'(g/h) \sin^2 K'(y/h)} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Очевидно, что в случае  $g/h = 1$  нормированное управляемое напряжение равно  $K/K'$ ; оно монотонно увеличивается по мере  $g/h \rightarrow 0$ , как показано на рис. 6. Для двух фазовых пластин, отличающихся типом электродов, отношение управляемых напряжений равно отношению их нормированных значений  $U^*$ . Следовательно, при замене планарных электродов, для которых  $\alpha/a \sim 0,5$  (см. рис. 5), объемными электродами управляемое напряжение уменьшается в 1,7 раза (если  $g = h$ ) или остается неизменным (если  $g/h \sim 0,25$ ). Светопропускание при этом увеличивается в  $a(a - \alpha)^{-1} = 2$  раз.

Итак, при замене планарных электродов объемными основные характеристики фазовой пластины улучшаются: управляемое напряжение уменьшается, а светопропускание повышается.

Авторы благодарят В. Я. Фрицберга за интерес к работе и полезные дискуссии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы.— М.: Мир, 1981.
2. Клотиньш Э. Э. и др. Распределение электрического поля в электрооптическом модуляторе света с планарными электродами.— Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1975, т. 230.
3. Усов А. А., Шермергор Т. Д. Рассеяние и скорость распространения электромагнитных волн в неодиородных диэлектриках.— ЖТФ, 1978, т. 48, вып. 6.
4. Ranganath G. S., Ramaseshan S. Optical transmission in polycrystals.— Optica Acta, 1972, vol. 19, N 9.
5. Thacher P. D. Refractive index and surface layer of ceramic  $(\text{Pb}, \text{La})(\text{ZrTi})\text{O}_3$  compounds.— Appl. Opt., 1977, vol. 16, N 12.
6. Luft V., Harris J. O., Jr. Electrode slotting process for thin PLZT wafers.— SAF Symposium Digest. Minneapolis, Minnesota, USA, 1979.
7. Kei-ichi Ueno, Tadashi Saky. PLZT spatial light modulator for a 1-d hologram memory.— Appl. Opt., 1980, vol. 19, N 1.

*Поступила в редакцию 24 марта 1982 г.*

УДК 681.327.68 : 621.383

**С. И. НАЙМАРК**

*(Новосибирск)*

### К ВОПРОСУ ОБ ИНФОРМАТИВНОСТИ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ МДП-ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФОТОДИОДНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

**Введение.** В работе [1] построена линейная модель многоэлементных МДП-интегральных фотодиодных преобразователей (МИФП) оптических сигналов (ОС), описаны функционирование и структурные схемы МИФП, предназначенных как для получения адекватного видеосигнала, так и для спектральных преобразований ОС. При построении модели использован аппарат линейных преобразований в  $M$ -мерном векторном пространстве, где  $M$  — число элементарных фотоприемников МИФП.

С точки зрения теории информации МИФП представляет собой канал связи, в котором входом является дискретизирующий растр элементарных фотоприемников, а выходом — выходные электроды МИФП. Как и для любого канала связи, информативность МИФП определяется отношением сигнал/шум и пропускной способностью (или количеством информации, принимаемым в течение длительности кадра).

Ниже на основе разработанной в [1] модели МИФП будут исследованы отношение сигнал/шум и количество принимаемой информации в зависимости от его схемы и способа функционирования.

**Схемы и функционирование МИФП.** Как следует из [1], при выборе МДП-фотодиода в качестве элементной базы МИФП матрица линейного преобразования (матрица выборки) фактически описывает схему МИФП и его функционирование с помощью мультиплексивного разложения на кронекеровы сомножители и аддитивного разложения в ряд из  $m$  членов по бинарным матрицам, содержащим только числа {0, 1}:

$$C = \sum_{k=0}^{m-1} W^k C_k. \quad (1)$$

Рассмотрим для простоты МИФП с одномерной решеткой. Это означает, что его мультиплексивное разложение тривиально, т. е. состоит только из одного сомножителя.

На рис. 1, а показана схема МИФП на одномерной решетке из  $m$ -ячеек [1] при  $m = 1$ . Схема обрамления МИФП содержит память ем-