

Рис. 1.

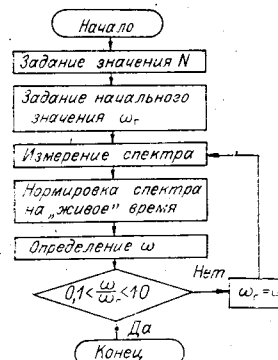


Рис. 2.

Данный метод, очевидно, основан на предположении о том, что импульсы поступают с экспериментальной установки случайным образом, а это, как правило, имеет место в силу статистического характера изучаемых процессов (рентгеновская спектроскопия в атомной физике и др.). Считается также, что исследуемые и «меченые» импульсы теряются из-за «мертвого» времени с одинаковой вероятностью.

В методе «меченых» импульсов не нужно указывать время экспозиции, вместо этого задается число импульсов, которые необходимо проанализировать для получения достаточно точного результата.

Архитектура автоматизированной системы для амплитудного анализа методом «меченых» импульсов изображена на рис. 1. В качестве генератора весьма удобно использовать модуль, выполненный в стандарте КАМАК, позволяющий переключать частоту программным способом. В системе используется микшер. Оба модуля достаточно просты в изготовлении.

Параметрами метода являются: N — число импульсов, которые должны быть проанализированы, ω_r — частота «меченых» импульсов.

Проведя необходимые вычисления, получим следующие равенства для дисперсий оценок частот:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} ND(\hat{\omega}) = (1/p + 1/(1-p))\omega^2, \quad (4)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} ND(\hat{\omega}_i) = (1/p_i + 1/(1-p))\omega_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (5)$$

где $p = \omega/(\omega + \omega_r)$, $p_i = \omega_i/(\omega + \omega_r)$. При $N > 100$ выражения, стоящие под знаком предела, достаточно точно аппроксимируются своими предельными значениями.

Из равенств (4), (5) следует, что $\min_i (\max(D(\hat{\omega}_i), D(\hat{\omega})))$ достигается при

$\omega_r = \omega$ (в формуле (4)), т. е. ошибки по всем каналам равномерно минимизируются в том случае, когда частота «меченых» импульсов равна частоте исследуемых, причем ошибка в задании частоты «меченых» импульсов относительно оптимальной даже на порядок приводит к увеличению среднеквадратической ошибки менее чем в 2 раза.

Оптимальное значение частоты «меченых» импульсов можно с достаточной точностью получить за 2–3 итерации, используя алгоритм, изображенный на рис. 2.

Значение для N находится из формулы (4), исходя из необходимой точности определения спектра.

В настоящее время описанный метод успешно используется в автоматизированной экспериментальной системе в Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе АН СССР.

Поступило в редакцию 30 марта 1983 г.;
окончательный вариант — 30 января 1984 г.

УДК 621.391

Н. П. СЕМЕЙКИН
(Жуковский Московской)

ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ СИСТЕМОЙ ЛДИС С ЧАСТОТНО-СЛЕДЯЩИМ ФИЛЬТРОМ

Измерительная система с частотно-следящим фильтром находит широкое применение в лазерных доплеровских измерителях скорости (ЛДИС). В связи с этим встает вопрос о точностных характеристиках следящего фильтра при измерении средней скорости, спектральных и вероятностных характеристик пульсаций ско-

рости. Для решения поставленной задачи необходимо знать точность измерения частоты доплеровского сдвига по сигналу ЛДИСа от одной светорассеивающей частицы. Известные оценки точности проводились в квазистационарном приближении для большого отношения сигнал/шум (не менее 100—1000), что, как правило, недостижимо в условиях аэродинамического эксперимента [1].

В данной работе сделана попытка оценить точность измерения частоты сигнала ЛДИСа с частотно-следающим фильтром для случая одночастичного режима работы и для реальных отношений сигнал/шум (более 3). Задача решается в предположении, что сигнал представляет собой узкополосный нестационарный нормальный процесс. Следающий фильтр первого порядка астагизма считается линейным и не имеющим внутренних шумов; все его элементы, кроме интегратора, безынерционны. Кроме того, следающий фильтр имеет ключ, срабатывающий при превышении сигналом определенного порога.

Для нахождения дисперсии мгновенной частоты на выходе рассматриваемой измерительной системы $\sigma_{\Omega}^2(\hat{t}_1, \hat{t}_2)$ необходимо знать двумерную корреляционную функцию мгновенной частоты сигнала ЛДИСа $R_{\Omega}(t_1, t_2)$ [2, 3]:

$$\sigma_{\Omega}^2(\hat{t}_1, \hat{t}_2) = \frac{e^{-(2(\hat{t}_2 - \hat{t}_1)/\tau_0)}}{\tau_0^2} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2} e^{(t_1 + t_2)/\tau_0} R_{\Omega}(t_1, t_2) dt_1 dt_2, \quad (1)$$

где \hat{t}_1, \hat{t}_2 — моменты времени, соответствующие включению и выключению системы, τ_0 — эквивалентная постоянная времени системы.

Выражение для $R_{\Omega}(t_1, t_2)$ было получено в [3] для произвольного отношения сигнал/шум с учетом нестационарности сигнала ЛДИСа:

$$\begin{aligned} R_{\Omega}(t_1, t_2) = & \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [R_{24}(v_1 v_3 + u_1 u_3) + R_{23} R_{14}(v_3 u_1 - v_1 u_3)^2 + \\ & + u_1 u_3 \langle x'_1 \rangle \langle x'_2 \rangle + i(v_3 u_1 - v_1 u_3)(u_3 R_{23} \langle x'_2 \rangle - u_1 R_{14} \langle x'_1 \rangle)] \times \\ & \times \frac{1}{(v_1^2 + u_1^2)(v_3^2 + u_3^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [R_{11}(v_1^2 + u_1^2) + 2R_{13}(v_1 v_3 + u_1 u_3) + \right. \\ & \left. + R_{33}(v_3^2 + u_3^2)] + i(v_1 \langle x_1 \rangle + v_3 \langle x_2 \rangle) \right\} dv_1 dv_3 du_1 du_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $R_{13} = R(t_1, t_2)$ — корреляционная функция сигнала от одной частицы, прошедшего через полосовой фильтр измерительной системы:

$$\begin{aligned} R_{11} = R(t_1, t_2) = \sigma^2(t_1) = \sigma^2(t_2), \quad R_{33} = R(t_2, t_2) = \sigma^2(t_2) = \sigma^2(t_1), \\ R_{23} = \frac{\partial R(t_1, t_2)}{\partial t_1}, \quad R_{14} = \frac{\partial R(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}, \quad R_{24} = \frac{\partial^2 R(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}, \end{aligned}$$

$\langle x \rangle = \langle x(t) \rangle$, $\langle x' \rangle = \langle x'(t) \rangle$ — математическое ожидание сигнала и его производной.

При введении ограничения снизу на отношение сигнал/шум $S(t) = \langle x \rangle / \sigma$ формула для $R_{\Omega}(t_1, t_2)$ существенно упрощается [3]:

$$\begin{aligned} R_{\Omega}(t_1, t_2) = & R_{13} \langle x'_1 \rangle \langle x'_2 \rangle / \langle x_1 \rangle^2 \langle x_2 \rangle^2 + R_{24} / \langle x_1 \rangle \langle x_2 \rangle - R_{23} \langle x'_2 \rangle / \langle x_1 \rangle \langle x_2 \rangle^2 - \\ & - R_{14} \langle x'_1 \rangle / \langle x_1 \rangle^2 \langle x_2 \rangle + 2R_{23} R_{14} / \langle x_1 \rangle^2 \langle x_2 \rangle^2 + \delta, \end{aligned} \quad (3)$$

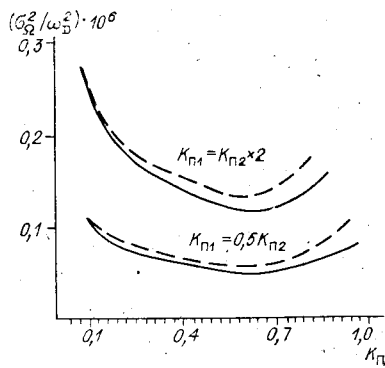
причем погрешность интегрирования δ выражения (2) не превышает величины

$$\delta \leq 4\mu/\hat{S}^2,$$

где $\mu = R(t_1, t_2) / (\sigma_1 \sigma_2)$, \hat{S} — минимальное отношение сигнал/шум на интервале интегрирования выражения (2).

Подставив выражение для $R_{\Omega}(t_1, t_2)$ (3) в формулу для $\sigma_{\Omega}^2(\hat{t}_1, \hat{t}_2)$ (1) и выделив максимальное отношение сигнал/шум $S_0 = \langle x(t_0) \rangle / \sigma(t_0)$, получаем выражение для дисперсий мгновенной частоты на выходе системы:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Omega}^2(\hat{t}_1, \hat{t}_2) \approx & \frac{e^{-(2(\hat{t}_2 - \hat{t}_1)/\tau_0)}}{S_0^2 \tau_0^2} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2} e^{(t_1 + t_2)/\tau_0} \left\{ \frac{\bar{R}_{13} \langle \bar{x}'_1 \rangle \langle \bar{x}'_2 \rangle}{\langle \bar{x}_1 \rangle^2 \langle \bar{x}_2 \rangle^2} + \frac{\bar{R}_{24}}{\langle \bar{x}_1 \rangle \langle \bar{x}_2 \rangle} - \frac{\bar{R}_{23} \langle \bar{x}'_2 \rangle}{\langle \bar{x}_1 \rangle \langle \bar{x}_2 \rangle^2} - \right. \\ & \left. - \frac{\bar{R}_{14} \langle \bar{x}'_1 \rangle}{\langle \bar{x}_1 \rangle^2 \langle \bar{x}_2 \rangle} + \frac{2\bar{R}_{23} \bar{R}_{14}}{S_0^2 \langle \bar{x}_1 \rangle^2 \langle \bar{x}_2 \rangle^2} \right\} dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (4)$$



Здесь $\langle \bar{x} \rangle = \langle x(t) \rangle / \langle x(t_0) \rangle$, $\langle \bar{x}' \rangle = \langle x'(t) \rangle / \langle x'(t_0) \rangle$, $\bar{R}_{13} = R / \sigma^2(t_0)$, $\bar{R}_{14} = R_{14} / \sigma^2(t_0)$, $\bar{R}_{23} = R_{23} / \sigma^2(t_0)$, $\bar{R}_{24} = R_{24} / \sigma^2(t_0)$.

Выражение (4) позволяет определить дисперсию мгновенной частоты на выходе следящего фильтра для доплеровского сигнала одной частицы в случае использования двухпорогового ключевого устройства, включающего систему при условии превышения сигналом относительного порога $K_{\pi 1}$ в момент времени \hat{t}_1 и выключающего ее при уменьшении сигнала ниже порога $K_{\pi 2}$ в момент \hat{t}_2 . Порог K_{π} есть отношение абсолютной величины порогового уровня к амплитуде сигнала, причем

$$\hat{t}_1 = -a\sqrt{-2 \ln K_{\pi 1}}, \quad \hat{t}_2 = a\sqrt{-2 \ln K_{\pi 2}},$$

где $2a$ — время пролета светорассеивающей частицы через измерительный объем. В случае однопороговой системы $K_{\pi 1} = K_{\pi 2} = K_{\pi}$.

Выражения для $R_{\alpha}(t_1, t_2)$ (2), (3) могут быть использованы для нахождения дисперсии мгновенной частоты на выходе линейного следящего фильтра с произвольной передаточной характеристикой [2].

На рисунке приведены результаты расчета величины σ_{Ω}^2 (сплошные кривые), полученные на ЭВМ по формуле (4) для следящего фильтра первого порядка астазма с прямоугольным полосовым фильтром при отношении сигнал/шум $S_0 = 20$, $\omega_D / 2\pi = 25$ МГц, относительной ширине полосы фильтра 0,1, $\tau_0 = 1$ мкс, $2a = 0,8$ мкс для двух соотношений порогов $K_{\pi 1} = K_{\pi 2} \times 2$ и $K_{\pi 1} = 0,5 K_{\pi 2}$.

Дисперсия измерения средней скорости σ_*^2 имеет вид [4]

$$\sigma_*^2 = \sigma_{\Omega}^2 / \{1 - \exp[-2(\hat{t}_2 - \hat{t}_1) / \tau_0]\}.$$

Графики зависимости σ_*^2 от порога K_{π} показаны на рис. 1 (штриховые линии), причем аргументом является больший из порогов.

Для определения оптимального порога срабатывания необходимо найти минимум суммарной ошибки σ_{Σ} в функции порога K_{π} :

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{\Omega}^2(\hat{t}_1, \hat{t}_2) + \{\Delta\omega_n \exp[-(\hat{t}_2 - \hat{t}_1) / \tau_0]\}^2,$$

где $\Delta\omega_n$ — начальная расстройка.

Из приведенных графиков видно, что двухпороговая система при более высоком втором пороге ($K_{\pi 1} < K_{\pi 2}$) дает выигрыш в точности по сравнению с однопороговой.

Полученные результаты подтверждают возможность измерения доплеровской частоты с погрешностью менее 0,1% измерительной системой с частотно-следящим фильтром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроздовский Г. Л. Анализ точности измерений ЛДИСа. — Тр. ЦАГИ, 1976, вып. 1750, с. 11—21.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1974, т. 1.
3. Семейкин Н. П. Влияние порога частотно-следящего фильтра на точность измерения частоты узкополосного нестационарного процесса: Рукопись депонирована в ВИМИ, № 3—6572. — М., 1980.
4. Колганов Н. А., Семейкин Н. П. Динамические характеристики системы ЛДИС с частотно-следящим фильтром: Рукопись депонирована в ВИМИ, № 3—6574. — М., 1980.

Поступило в редакцию 26 января 1981 г.