

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.332

И. И. МОХУНЬ, С. Н. РОСЛЯКОВ
(Черновцы)

ОПТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ
МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Создание систем оптической когерентной обработки информации, устойчивых к изменению параметров входных данных (масштаб, ориентация и т. д.), является важной задачей [1]. Известны устройства, в которых нечувствительность к изменению масштаба достигается тем, что, вместо преобразования Фурье, реализуется масштабно-инвариантное преобразование Меллина [1—3]. Применение меллин-преобразования призвано, прежде всего, повысить скорость обработки информации. Однако операция перезаписи трансформированного изображения в известных устройствах ухудшает их временные характеристики.

В настоящей статье исследована возможность построения масштабно-инвариантной системы, в которой исключен процесс перезаписи. Такое устройство должно состоять из нескольких каскадов, включающих в себя сложные асферические элементы [4]. Поэтому возникает необходимость правильного выбора алгоритма расчета линейных многокаскадных систем. Как правило, подобные алгоритмы сводятся к последовательному применению преобразований Френеля или Фурье [4, 5]. Выходное поле описывается в большинстве случаев многомерными интегралами, тяжело поддающимися анализу.

Можно показать, что если элементы каскадов вносят только плавную фазовую модуляцию, то алгоритм расчета может быть существенно упрощен.

Для простоты рассмотрим одномерный случай. На рис. 1 изображен один из каскадов системы с

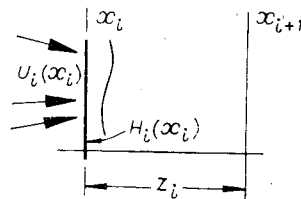


Рис. 1.

фазовым элементом $H_i(x_i) = e^{jh\psi_i(x_i)}$. Пусть в плоскости x_i световое поле описывается следующим образом:

$$U_i(x_i) = A_i(x_i) e^{jh\psi_i(x_i)}.$$

Тогда поле на выходе $i + 1$ -го каскада имеет вид [6]

$$U_{i+1}(x_{i+1}) = \frac{1}{\sqrt{\lambda z_i}} e^{j\{kz_i - \frac{\pi}{4}\}} \int_{-\infty}^{\infty} A_i(x_i) e^{jh\left\{\varphi_i + \Psi_i + \frac{1}{2z_i}[x_i - x_{i+1}]^2\right\}} dx_i.$$

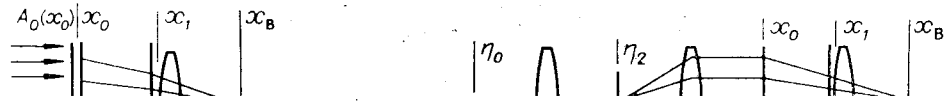
Можно показать, что если $A_i(x_i)$ — плавная, с узким спектром функция, то $U_{i+1}(x_{i+1})$ примет вид

$$U_{i+1}(x_{i+1}) \approx \frac{A_i[x_i(x_{i+1})]}{\sqrt{z_i \frac{d^2}{dx_i^2} [\varphi_i + \Psi_i] + 1}} e^{jh\left\{\varphi_i + \Psi_i + \frac{z_i}{2} \left[\frac{d}{dx_i} (\varphi_i + \Psi_i)\right]^2\right\}} \Bigg|_{x_i=x_i(x_{i+1})}, \quad (1)$$

где $x_i = x_i(x_{i+1})$ — решение уравнения $\frac{d}{dx_i} (\varphi_i + \Psi_i) + \frac{x_i - x_{i+1}}{z_i} = 0$. Однако, как правило, A_i не являются плавными функциями, т. е. к ним не применимо выражение (1).

Пусть L — оператор линейной системы. Если плоская волна освещает во входной плоскости транспарант с пропусканием $A_0(x_0)$, то выходное поле системы запишется таким образом:

$$U_B(x_B) = L\{A_0(x_0)\}. \quad (2)$$



Представим $A_0(x_0)$ в виде преобразования Фурье:

$$A_0(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) e^{jk\alpha x_0} d\alpha. \quad (3)$$

Здесь $G(\alpha)$ — угловой спектр $A_0(x_0)$; α — пространственные частоты. Тогда выражение (2) в силу линейности системы переписывается в виде

$$U_B(x_B) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) L \{e^{jk\alpha x_0}\} d\alpha. \quad (4)$$

Из (4) видно, что оператор действует на функцию с единичной амплитудой и к ней в первом каскаде применимо выражение (1). Это выражение остается справедливым для любого каскада, если изменение амплитуды элементарной волны, вызванное прохождением предыдущих каскадов, такое, что и далее эта амплитуда остается плавной функцией, а для входных отверстий каскадов выполняется приближение, аналогичное приближению «тени» [7].

Таким образом, последовательно применяя выражение (1) и лишь на конечном этапе интегрируя по α , получаем $U_B(x_B)$ в достаточно приемлемом для анализа виде.

Перейдем к расчету масштабно-инвариантной системы. Рассмотрим схему, изображенную на рис. 2. Параллельный пучок света освещает входной транспарант $A_0(x_0)$. Вплотную к нему расположен первый фазовый элемент $H_0(x_0) = \exp\{jk\phi_0(x_0)\}$. На расстоянии z от плоскости x_0 размещены второй фазовый элемент $H_1(x_1) = \exp\{jk\phi_1(x_1)\}$ и объектив Фурье-преобразования O_1 с фокусным расстоянием z .

Можно показать, что если в плоскости x_B поле имеет вид

$$U_B(x_B) \sim e^{j\frac{k}{z} \{x_B + x_B^2/2 - x_B \ln x_B\}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0(\alpha)}{\sqrt{\alpha z}} e^{j\frac{k}{z} x_B \ln \alpha z} d\alpha, \quad (5)$$

где $G_0(\alpha)$ — угловой спектр входного транспаранта, то оно инвариантно относительно масштаба входной функции. Действительно, пусть на вход системы подан сигнал, отличающийся по масштабу от исходного в γ раз. Угловой спектр такого сигнала связан со спектром эталонной информации известным соотношением

$$G_\gamma(x) = (1/|\gamma|) G_0\{x/\gamma\}.$$

Подставим его в выражение (5) и осуществим замену $t = \alpha/\gamma$. В этом случае поле в плоскости x_B определяется соотношением

$$U_B(x_B) \sim \frac{1}{\sqrt{|\gamma|}} \exp\left\{j\frac{k}{z} x_B \ln |\gamma|\right\} \exp\left\{j\frac{k}{z} (x_B + x_B^2/2 - x_B \ln x_B)\right\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0(t)}{\sqrt{tz}} \exp\left\{j\frac{k}{z} x_B \ln tz\right\} dt. \quad (6)$$

Сопоставляя (5) и (6), можно видеть, что они идентичны с точностью до множителя:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{|\gamma|}} \exp\left\{j\frac{k}{z} x_B \ln |\gamma|\right\}, \quad (7)$$

фазовая часть которого соответствует линейному фазовому сдвигу.

Кроме того, анализируя (5) с помощью метода стационарной фазы [6] и учитывая (3), можно показать, что (5) преобразуется к виду

$$U_B(x_B) \sim e^{j\frac{k}{2z} x_B^2} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(x_0) x_0^{-j\frac{k}{z} x_B - \frac{1}{2}} dx_0. \quad (8)$$

Данное выражение, аналогичное преобразованию Меллина, инвариантно относительно масштаба входной функции с точностью до множителя (7).

Выходное поле формируется в виде (5), если поле в плоскости x_1 перед элементом $H_1(x_1)$ описывается соотношением

$$U_1(x_1) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0(\alpha)}{\sqrt{e^{-x_1}}} \exp\{-jk\varphi_1(x_1)\} \exp\{jk\alpha e^{x_1}\} d\alpha. \quad (9)$$

С другой стороны, в соответствии с (4) поле после прохождения $H_0(x_0)$ и слоя пространства толщиной z имеет вид

$$U_1(x_1) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0(\alpha)}{\sqrt{z \frac{d^2\varphi_0}{dx_0^2} + 1}} \exp\left\{jk \left[\varphi_0 + \alpha x_0 + \frac{z}{2} \left(\frac{d\varphi_0}{dx_0} + \alpha \right)^2 \right]\right\} d\alpha \Bigg|_{x_0=x_0(x_1)}, \quad (10)$$

где $x_0 = x_0(x_1)$ — решение уравнения $x_0 - x_1 + \alpha z + z \frac{d\varphi_0}{dx_0} = 0$. Из (9), (10) можно записать

$$\varphi_1 \left[x_0 + \alpha z + z \frac{d\varphi_0}{dx_0} \right] = \alpha e^{x_0 + \alpha z + z \frac{d\varphi_0}{dx_0}} - \varphi_0(x_0) - \alpha x_0 - \frac{z}{2} \left[\frac{d\varphi_0}{dx_0} + \alpha \right]^2. \quad (11)$$

Разложим по степеням α правую и левую часть (11). Ограничимся параксиальным приближением (случаем малых α). Тогда, приравняв коэффициенты при одинаковых степенях α , получим систему

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\xi) &= -\frac{z}{2} \left[\frac{d\varphi_0}{dx_0} \right]^2 - \varphi_0(x_0); \\ \frac{d\varphi_1}{d\xi} &= \frac{\exp \xi - \xi}{z}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $\xi = x_0 + z \frac{d\varphi_0}{dx_0}$. Из второго уравнения (12) находим явный вид фазовой задержки, вносимой элементом $H_1(x_1)$:

$$\varphi_1(x_1) = \frac{1}{z} \{ \exp x_1 - x_1^2/2 \}. \quad (13)$$

Используя (12) и (13), получаем

$$\varphi_0(x_0) - \frac{1}{2z} x_0^2 - x_0 \frac{d\varphi_0}{dx_0} + \frac{1}{z} \exp \left\{ x_0 + z \frac{d\varphi_0}{dx_0} \right\} = 0. \quad (14)$$

Можно показать, что решение этого уравнения описывается выражением

$$\varphi_0(x_0) = \frac{1}{z} \{ x_0 \ln x_0 - x_0^2/2 - x_0 \}. \quad (15)$$

Таким образом, для малых α на выходе системы с элементами $H_0(x_0)$ и $H_1(x_1)$, определяемыми по (13), (15), имеем масштабно-инвариантное поле (5).

Покажем, что для всех α поле в плоскости x_B имеет вид

$$U_B(x_B) \sim e^{j\frac{k}{z} \left\{ x_B + \frac{x_B^2}{2} - x_B \ln x_B \right\}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0(\alpha)}{\sqrt{\alpha z}} e^{j\frac{k}{z} \left\{ x_B \ln \alpha z + x_B \ln \left[\frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha z} \right] \right\}} d\alpha. \quad (16)$$

Причем при $\alpha \rightarrow 0$ (16) переходит в (5).

Введем формально в показатель степени под интегралом фазовую добавку

$$j\frac{k}{z} \varphi(\alpha) = -j\frac{k}{z} \kappa \ln \left[\frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha z} \right]. \quad (17)$$

Тогда при $x_B = \kappa$ выходное поле описывается интегралом (5) для всех α .

Добавку (17) можно ввести в следующей системе (рис. 3). Параксиальный пучок освещает входной транспарант $L_0(\eta_0)$. Объектив L_1 осуществляет фурье-преобразование входного поля. В плоскости пространственных частот η_2 расположен фа-

зовый элемент $H_2(\eta_2)$ с функцией пропускания

$$H_2(\eta_2) = \exp \left\{ -j \frac{k}{z} \kappa \ln \left[\frac{1 - e^{-\eta_2}}{\eta_2} \right] \right\}.$$

После обратного фурье-преобразования поле в плоскости x_0 имеет вид

$$U_0(x_0) \sim \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\alpha) e^{j \frac{k}{z} \left(\alpha x_0 - \kappa \ln \left[\frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha z} \right] \right)} d\alpha.$$

Далее поле поступает в уже известную систему, состоящую из двух фазовых элементов и объектива.

Таким образом, для малых α (x_0 любое) и для некоторой окрестности $\Delta \kappa$ вблизи точки выходной плоскости $x_0 = \kappa$ (для любых α) поле не зависит от масштаба входных данных.

Приведенное рассмотрение без труда распространяется на двумерный случай.

Полученные соотношения были проверены экспериментально. Цель такой проверки — подтвердить показанную теоретически принципиальную возможность построения масштабно-инвариантной системы, время обработки информации в которой ограничивается только временем распространения через систему световых полей. В качестве элементов $H_0(x_0)$ и $H_1(x_1)$ использовались синтезированные на ЭВМ голограммы. Они представляли собой структуры типа киноформ, изготовленные путем фотографического уменьшения и последующего отбеливания соответствующих масок. Максимальная пространственная частота голографических элементов не превышала 30 штр./мм. Из соображений повышения энергетических характеристик системы и увеличения отношения сигнал/шум в плоскости x_0 элемент $H_2(\eta_2)$ не синтезировался. Его действие моделировалось следующим образом. Поскольку $\varphi_2(\eta_2)$ достаточно хорошо аппроксимируется двумя членами

$$\varphi_2(\eta_2) = -\kappa \ln \left[\frac{1 - e^{-\eta_2}}{\eta_2} \right] \approx \kappa \left[\eta_2/2 - \eta_2^2/24 \right],$$

то необходимый сдвиг по фазам в плоскости η_2 обеспечивается поперечным и продольным смещениями транспаранта во входной плоскости. В реальной системе при наличии элемента с фазовой задержкой, определяемой по (17), необходимость в таких операциях отпадает.

В качестве тест-объектов использовались три щели различной ширины с максимальным различием в масштабах 1:1, 6. На рис. 4, а представлены их фурье-спектры. Рис. 4, б иллюстрирует положение седьмых порядков спектров. Те же порядки, преобразованные системой, показаны на рис. 4, в. Как видно из рисунка, после прохождения через систему порядки локализованы одинаково.

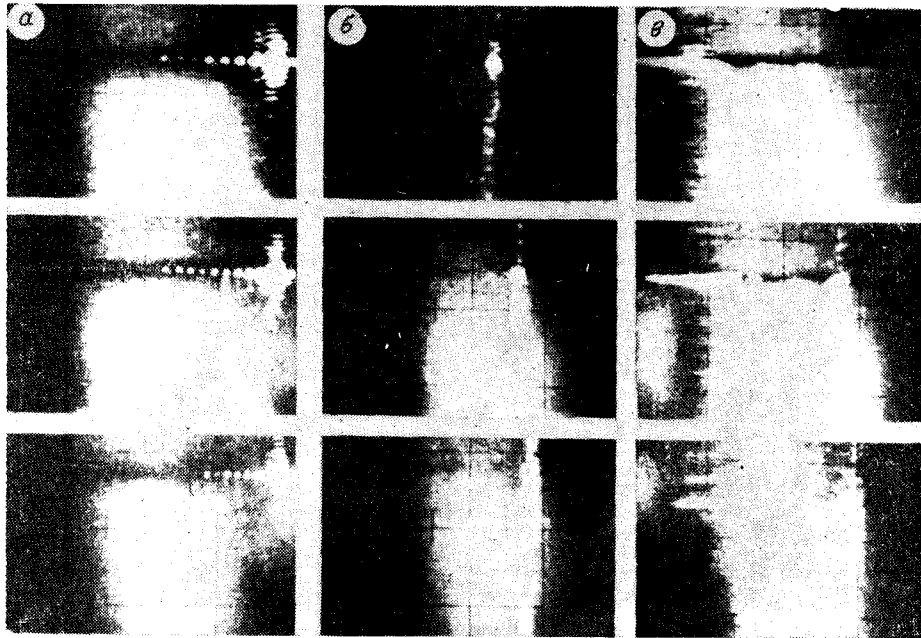


Рис. 4.

Таким образом, приведенное рассмотрение позволяет заключить, что возможно построение системы когерентной оптической обработки информации, не критичной к изменению масштаба входных данных, что обеспечивается реализацией соответствующего преобразования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кейсесент Д., Псалтис Д. Новые методы оптических преобразований для распознавания образов.— ТИИЭР, 1977, т. 65, № 1, с. 92.
2. Мохунь И. И., Мустафин К. С., Прогасевич В. И. Оптическая реализация масштабно-инвариантного преобразования.— Автометрия, 1979, № 4, с. 124.
3. Casesent D., Psaltis D. Scale invariant optical transform.— Opt. Eng., 1976, v. 15, N 3, p. 258.
4. Карлсон Ф. П., Франсуа Р. Э. Обобщенные линейные процессоры для когерентных оптических вычислительных устройств.— ТИИЭР, 1977, т. 65, № 1, с. 13.
5. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.— М.: Наука, 1974.
6. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике.— М.: Мир, 1974.
7. Литвиненко О. Н. Основы радиооптики.— Киев: Техника, 1974.

Поступило в редакцию 5 октября 1983 г.

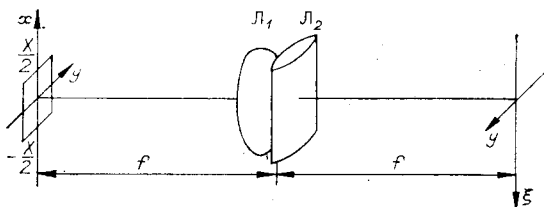
УДК 535.853.6.001.2

И. А. ВОДОВАТОВ, С. А. РОГОВ

(Ленинград)

ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ АСТИГМАТИЧЕСКУЮ ОПТИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ

Астигматические оптические системы нашли широкое применение в устройствах когерентной оптической обработки информации [1, 2]. При использовании в таких системах устройств ввода информации, обладающих значительными оптическими шумами (например, фотопленка), актуальной задачей становится исследование влияния этого шума на выходной сигнал системы обработки. Аналогичная задача возникает при обработке в оптических системах пространственных шумоподобных сигналов.



Для систем, осуществляющих двумерное преобразование Фурье, такая задача была решена в [2]. В данном сообщении приводятся результаты анализа шумовой составляющей на выходе астигматической оптической системы, в которой, как известно, по одной из координат производится преобразование Фурье входного сигнала и формирование изображения — по другой.

Рассмотрим конкретную оптическую систему с единичным увеличением, схема которой приведена на рисунке. Пусть на входе такой системы присутствует шумовой пространственный сигнал $n(x, y)$, стационарный в пределах входной апертуры, корреляционная функция которого $K(\Delta x, \Delta y)$. Выходной сигнал системы может быть выражен через входной следующим образом [2]:

$$n_{\text{вых}}(\xi, y) = \sqrt{\frac{i}{\lambda f}} e^{i\frac{4\pi f}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} y^2} \int_{-X/2}^{X/2} n(x, y) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \xi x} dx,$$

где λ — длина световой волны; f — фокусное расстояние линз L_1 и L_2 ; X — размер входной апертуры оптической системы по координате x .

Найдем величины, характеризующие случайный процесс в выходной плоскости. Для многих применений достаточно знать среднее значение и корреляционную функцию процесса. Среднее значение есть

$$\overline{n_{\text{вых}}(\xi, y)} = \sqrt{\frac{i}{\lambda f}} e^{i\frac{4\pi f}{\lambda}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} y^2} \int_{-X/2}^{X/2} \overline{n(x, y)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \xi x} dx. \quad (1)$$

Для нахождения корреляционной функции $K(\xi, y, \Delta\xi, \Delta y)$ необходимо усреднить