

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ

(Харьков)

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ИНЕРЦИОННОГО КВАНТОВОГО СЧЕТЧИКА КАК ИЗМЕРИТЕЛЯ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

1. Задачу о статистике фотоотчетов детектора оптического излучения обычно формулируют для заданного временного интервала регистрации (см., например, [1, 2]). Для ряда приложений представляет интерес обратная к этой задаче о распределении временных интервалов достижения заданного уровня процессом на выходе оптического детектора. В настоящей работе рассмотрена более общая задача о статистической структуре времени пребывания между двумя заданными уровнями. Случайный характер времени пребывания внутри амплитуд дискриминации N и M обусловлен пуассоновской статистикой фотоотчетов, если поглощаемое детектором поле излучения находится в когерентном состоянии [3]. Плотность распределения вероятностей $P_{NM}(\tau)$ времени пребывания τ можно записать согласно [4] в виде

$$P_{NM}(\tau) = \int_0^{\infty} dt \frac{d}{dt} \sum_{n=0}^N P_n(0; t) \frac{d}{d\tau} \sum_{m=0}^{M-N} P_m(t; t + \tau), \quad (1)$$

где t — момент достижения нижнего N -уровня; $t + \tau$ — момент достижения верхнего M -уровня. Вероятности отсчетов

$$P_n(0; t) = \frac{1}{n!} \Omega^n(0, t) \exp[-\Omega(0; t)];$$

$$P_m(t; t + \tau) = \frac{1}{m!} \Omega^m(t; t + \tau) \exp[-\Omega(t; t + \tau)] \quad (2)$$

выражаются в терминах процесса, формируемого на выходе фотодетектора

$$\Omega(t_1; t_2) = \int_{t_1}^{t_2} d\theta |z(\theta)|^2, \quad (3)$$

регистрирующего поле излучения с комплексной амплитудой $z(\theta)$. В случае если поле излучения частично когерентно, т. е. амплитуда $z(\theta)$ флуктуирует с течением времени, плотность вероятностей (1) необходимо усреднить по всем ее реализациям в интервале $(0, t + \tau)$. Обозначив процедуру усреднения угловыми скобками, из (1) получим

$$P_{NM}(\tau) = \int_0^{\infty} dt \langle |z(t)|^2 P_N(0; t) |z(t + \tau)|^2 P_{M-N}(t; t + \tau) \rangle, \quad (4)$$

при этом вероятность (4) нормирована на единицу.

2. Для вычисления (4) покажем, что подынтегральное выражение — полный дифференциал по t , если случайный динамический процесс $z(t)$ обладает марковским свойством. С этой целью запишем (4) в форме интегралов Коши

$$P_{MN}(\tau) = \int_0^{\infty} dt \oint \frac{du}{2\pi i} \frac{(-1)^N}{(u-1)^{N+1}} \oint \frac{dv}{2\pi i} \frac{(-1)^L}{(v-1)^{L+1}} \int dz_0 w(z_0) \times$$

$$\times \int dz_1 |z_1|^2 \psi_u(z_1, t; z_0, 0) \int dz_2 |z_2|^2 \psi_v(z_2, t + \tau; z_1, t), \quad (5)$$

где $L = M - N$ — расстояние между уровнями дискриминации; контур

интегрирования в u - и v -плоскостях должен охватывать полюс в единице; $w(z_0)$ — плотность распределения комплексной амплитуды в исходный момент $t=0$. Введенная функция $\psi_\lambda(z', t'; z'', t'')$ является следующим математическим ожиданием ($\lambda = u$ или v):

$$\psi_\lambda(z', t'; z'', t'') = \left\langle \exp \left\{ -\lambda \int_{t''}^{t'} d\theta |z(\theta)|^2 \right\} \right\rangle \quad (6)$$

при условии, что $z' = z(t')$ и $z'' = z(t'')$ для границ интервала усреднения. В [5] показано, что для простого нормального марковского процесса ψ_λ зависит от разности $t' - t''$; это свойство временной однородности общее для марковских процессов. Таким образом, в (5) ψ_v зависит лишь от τ , в то же время $|z_1|^2 \psi_u$ — полный дифференциал относительно переменной t , интеграл по которой равен нулю на верхнем пределе и $u^{-1} \delta(z_1 - z_0)$ — на нижнем. Поэтому после простого интегрирования по u и z_1 получим

$$P_L(\tau) = \oint \frac{dv}{2\pi i} \frac{(-1)^L}{(v-1)^{L+1}} \langle |z(\tau)|^2 \exp[-v\Omega(0; \tau)] \rangle. \quad (7)$$

Из (4) и (7) следует, что задача о времени пребывания между двумя уровнями может быть сведена к задаче о времени достижения процессом $\Omega(0; \tau)$ заданного уровня, отсчитываемого от нулевого. Для этого достаточно, чтобы комплексная амплитуда $z(t)$ обладала свойством временной однородности.

3. Для вычисления оставшегося функционального интеграла (7) необходимо конкретизировать статистическую структуру поля излучения. С этой целью примем, что оно состоит из когерентного амплитудно-стабилизированного монохроматического излучения, на которое аддитивно наложена помеха — нормальный марковский процесс с лоренцевым контуром линии, центральная частота которого совпадает с частотой когерентного излучения. Поля с такими характеристиками удовлетворяют условиям достаточности для вывода выражений (4)–(7). В работе [5] рассмотрен процесс формирования статистики фотоотсчетов оптических полей такого вида, поэтому, используя приведенные в ней результаты, найдем

$$P_L(\tau) = \frac{d}{dt} \sum_{l=0}^L \frac{(-1)^l}{l!} \frac{d^l}{d\lambda^l} \frac{4rve^{v\tau}g}{r_1^2 - r_2^2g^2} \exp(-\lambda\sigma_\beta\tau) \times \\ \times \exp \left\{ \frac{\lambda^2 \sigma_\alpha \sigma_\beta v}{r^3 (r_1^2 - r_2^2g^2)} [4v^2g - r_1(2v - r_1r\tau) + r_2g^2(2v - r_2r\tau)] \right\} \Big|_{\lambda=1}, \quad (8)$$

где σ_α и σ_β — интенсивности шумовой и когерентной компонент излучения соответственно; $r = (v^2 + 2\lambda v \sigma_\alpha)^{1/2}$; $r_1 = r + v$; $r_2 = r - v$; $g = \exp(-r\tau)$; v — ширина контура линии шума.

Результаты расчета вероятностей $P_L(\tau)$ достижения заданного уровня $L=5$ показаны на рис. 1 для трех значений ширины линии v помехи. Для каждой v приведены кривые $P_L(\tau)$, отвечающие трем значениям интенсивности помехи σ_α , полная интенсивность $\sigma = \sigma_\alpha + \sigma_\beta$ в расчетах поддерживалась постоянной и равной единице. Из рис. 1 видно, что вклад помехи приводит к уменьшению максимума $P_L(\tau)$ и уширению распределения. Уменьшение же v также влечет за собой затягивание распределения $P_L(\tau)$ — относительное увеличение вероятности достичь заданного уровня L за большее время τ . Вместе с тем уменьшение v приводит к увеличению как среднего времени достижения $\langle \tau \rangle$ (рис. 2), так и дисперсии $(\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2}$ (рис. 3). Если помеха широкополосна, то с увеличением v эти величины асимптотически стремятся к значениям, отвечающим регистрации когерентного амплитудно-стаби-

лизированного сигнала:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \langle \tau \rangle = \sigma^{-1} (L + 1);$$

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} (\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2} = \sigma^{-1} (L + 1)^{1/2}. \quad (9)$$

На рис. 2, 3 эти асимптоты для $L=5$ указаны штриховой линией.

4. В случае если интенсивность шума мала, $\sigma_\alpha \ll \sigma_\beta$, выражение (8) допускает простую асимптотику. Для ее нахождения запишем приближенно (8) в виде

$$P_L(\tau) \frac{d}{d\tau} \sum_{l=0}^L \frac{(-1)^l}{l!} \frac{d^l}{d\lambda^l} \times$$

$$\times \exp(-\lambda \sigma \tau_\beta + \lambda^2 R_\alpha) |_{\lambda=1};$$

$$R_\alpha = \sigma_\alpha \sigma_\beta \nu^{-1} (-1 + \nu \tau + e^{-\nu \tau}). \quad (10)$$

При $\nu \tau \gg 1$ из (10) следует (9), в обратном случае при $\nu \tau \ll 1$ распределение $P_L(\tau)$ также не зависит от ν (см. рис. 2, 3). Представляя (10) в виде ряда по полиномам Эрмита $H_l(\eta)$, где $\eta = -i\sqrt{R_\alpha} + i\sigma\tau/2\sqrt{R_\alpha}$,

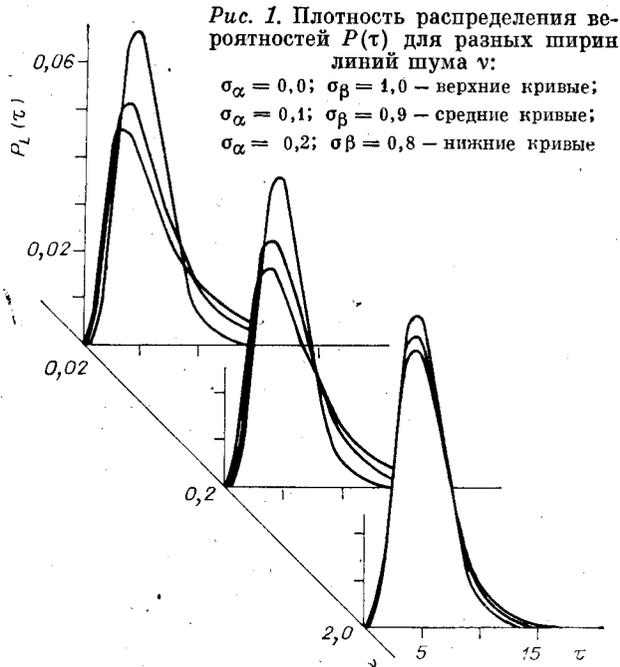


Рис. 1. Плотность распределения вероятностей $P(\tau)$ для разных ширины линий шума ν :

$\sigma_\alpha = 0,0; \sigma_\beta = 1,0$ — верхние кривые;
 $\sigma_\alpha = 0,1; \sigma_\beta = 0,9$ — средние кривые;
 $\sigma_\alpha = 0,2; \sigma_\beta = 0,8$ — нижние кривые

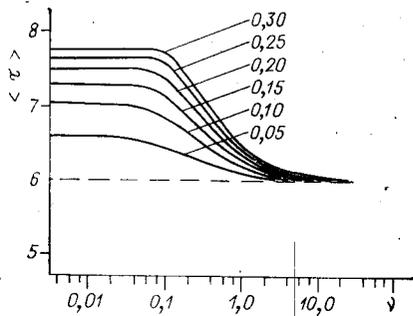


Рис. 2. Зависимость среднего времени достижения $\langle \tau \rangle$ от ширины линии шума ν :

цифры — $\sigma_\alpha; \sigma_\beta = 1,0 - \sigma_\alpha$

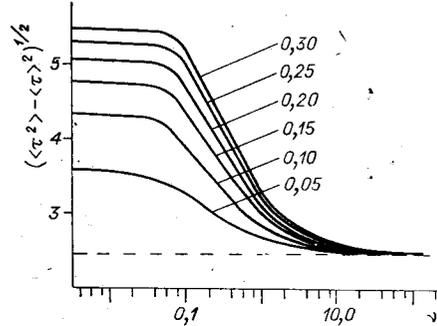


Рис. 3. Зависимость дисперсии времени достижения $(\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2}$ от ширины линии шума ν :

цифры — $\sigma_\alpha; \sigma_\beta = 1,0 - \sigma_\alpha$

и удерживая в каждом из них старший по $R_\alpha^{-1/2}$ член, найдем приближенно

$$P_L(\tau) = \left(\sigma_\alpha + \sigma_\beta - 2\sigma_\alpha \sigma_\beta \frac{1 - e^{-\nu \tau}}{\nu} \right) \frac{(\sigma_\alpha \tau + \sigma_\beta \tau - 2R_\alpha)^L}{L!} \times \exp(-\sigma_\alpha \tau - \sigma_\beta \tau + 2R_\alpha). \quad (11)$$

Асимптотику решения задачи о распределении времени достижения для когерентного излучения с произвольной зависимостью интенсивности $\sigma_\beta(t)$ от текущего времени можно получить из (11), если в этом

выражении везде заменить $\sigma_\beta \tau$ на $\int_0^\tau dt \sigma_\beta(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шереметьев А. Г. Статистическая теория лазерной связи.— М.: Связь, 1974.
2. Перина Я. Когерентность света.— М.: Мир, 1974.
3. Глаубер Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов//Квантовая оптика и квантовая радиофизика.— М.: Мир, 1966.
4. Левин Б. Р. Георетические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1969.
5. Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С. Статистика отсчетов когерентного сигнала на фоне шума//Укр. физ. журн.— 1983.— Т. 28, № 12.

Поступила в редакцию 14 августа 1984 г.

УДК 621.391 : 681.3.01

В. Н. ХУДИК
(Новосибирск)

ВЛИЯНИЕ ИСКАЖЕНИЙ НА ИТЕРАЦИОННОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ В СИСТЕМЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Оптические аналоговые вычислительные машины (ОАВМ), принцип работы которых основан на итерационных алгоритмах, обладают значительно большими функциональными возможностями, чем пассивные оптические системы [1]. Выбор конкретного алгоритма определяется характером решаемой задачи. При реставрации изображений ввиду относительной простоты целесообразно в ОАВМ использовать алгоритм ван Циттера. Его реализация осуществляется в гибридной оптико-электронной системе (ГОЭС) с обратной связью, содержащей блок ввода изображений, интегратор, блок операторных преобразований, блок контроля, причем в электронно-цифровой части системы — интеграторе — производится хранение информации и арифметические операции (вычитание, сложение, умножение), в оптико-электронной части — блоке операторных преобразований — наиболее трудоемкие интегральные преобразования.

Такие системы, предназначенные для реставрации изображений [2, 3], позволяют отказаться от построения инверсного фильтра и обладают в то же время определенной гибкостью, так как имеется возможность менять число итераций и некоторые параметры алгоритма. Однако надо иметь в виду, что точность вычислений ГОЭС, как и всякой аналоговой вычислительной машины, значительно ниже точности ЭВМ, так как в аналоговой системе присутствуют аппаратные шумы и может происходить накопление систематических искажений изображения при его циркуляции по петле обратной связи.

Таким образом, в связи с применением алгоритма ван Циттера в ОАВМ представляется важным изучение работы этого алгоритма при воздействии различных искажающих факторов. В такой постановке эта задача лишь отчасти пересекается с задачей восстановления итерационными алгоритмами при наличии определенных ограничений на сигнал [4].

В [5] было исследовано влияние проекционного сдвига и расфокусировки в петле обратной связи ГОЭС на динамику восстановления изображения. В данной работе рассмотрим воздействие следующих искажающих факторов: 1) систематические модуляционные искажения в поле изображения; 2) нелинейность характеристик базовых элементов петли обратной связи; 3) пороговая нелинейность электронно-цифровой части системы (причем остановимся на случаях, характерных для систем [2, 3]).

Считая для простоты задачу одномерной, рассмотрим интегральное уравнение

$$\int h(x-x') S(x') dx' = f(x), \quad (1)$$