

мера приведены осциллограммы сигналов для микрообъектов при следующих параметрах: $b = 150$ мкм, $\Lambda = 16,6$ мкм, $M = 20$. Показаны: сумма когерентного и некогерентного сигналов (a); некогерентный сигнал (b); когерентный сигнал (b).

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубнищев Ю. Н., Ринкевичюс Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии.— М.: Наука, 1982.
2. А. с. 1093974. Способ измерения скорости/Дубнищев Ю. Н.— Оpubл. в Б. И., 1984, № 19.
3. А. с. 1044068. Оптическое электронное устройство для измерения линейных размеров. УДК 528.27

Г. П. АРНАУТОВ

(Новосибирск)

ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ЕГО ГРАДИЕНТА

При высокоточных измерениях ускорения свободного падения g лазерными баллистическими гравиметрами обычно учитывается влияние лишь первого вертикального градиента $\frac{\partial g}{\partial z}$ [1—3]. Нормальное значение $\frac{\partial g}{\partial z} = 3,086 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$, а его реальные (аномальные) значения могут отличаться от нормального на десятки процентов. При длине свободного падения порядка 1 м поправка, определяющая влияние градиента силы тяжести, составляет около $3 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$. Современные лазерные баллистические гравиметры измеряют абсолютное значение ускорения силы тяжести с погрешностью менее $1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, поэтому ошибка измерения $\frac{\partial g}{\partial z}$ выше единиц процентов недопустима, а в дальнейшем при более высокой точности измерений g должна быть еще меньше. Кроме зависимости градиента силы тяжести от положения гравиметрического пункта, возможна существенная неравномерность $\frac{\partial g}{\partial z}$ по высоте над некоторыми массивными постаменами [4—6], обусловленная гравитационным полем постамента и помещения, где он установлен. Например, на пункте Потсдам S13, где в течение ряда лет ведутся исследования лазерным баллистическим гравиметром ГАБЛ, разработанным в Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР, зависимость ускорения силы тяжести от высоты над поверхностью постамента аппроксимируется следующим выражением [4, 7]:

$$g(h) = g(0) - 248,971 \cdot 10^{-8}h - 3,38 \cdot 10^{-8}h^2 - 24,815 [1 - \exp(-3,0358h)] 10^{-8}, \quad (1)$$

где $g(0)$ — ускорение силы тяжести на поверхности постамента (в $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$); h — высота над этим уровнем (в м). Градиент силы тяжести над поверхностью постамента изменяется на десятки процентов (рис. 1, кривая a). Такого же порядка неравномерности $\frac{\partial g}{\partial z}$ возможны над гравиметрическими пунктами Международного бюро мер и весов в Севре (Париж) [5] и над международным гравиметрическим пунктом Ледово (Москва) [6]. Более значительные изменения силы тяжести наблюда-

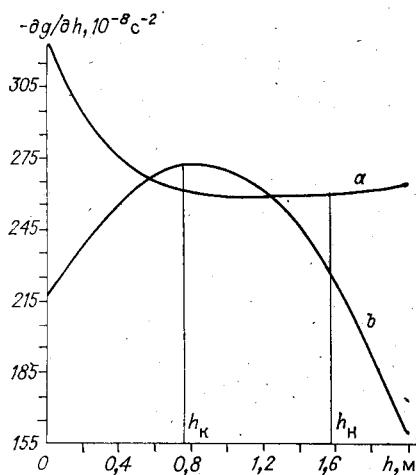


Рис. 1

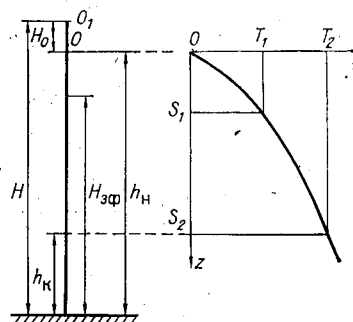


Рис. 2

лись над пунктом Потсдам S14, находящимся в той же комнате, что и пункт S13, но расположенным в окружении массивных бетонных столбов. Из предоставленных нам данных исследований К. Эльстнера и В. Альтма-на из Центрального института физики Земли АН ГДР и А. Кивиниеми из Геодезического института Финляндии изменение g над пунктом S14 имеет следующую функциональную зависимость от высоты h над постаментом:

$$g(h) = g(0) - 214,8 \cdot 10^{-8}h - 68,15 \cdot 10^{-8}h^2 + 27,5 \cdot 10^{-8}h^3. \quad (2)$$

Изменение градиента этого ускорения показано на рис. 1, кривая b , где точками h_n и h_k на оси абсцисс отмечен интервал измерений гравиметром ГАБЛ: на высоте $h_n = 1,57$ м начинается измерение свободного падения пробной массы, на высоте $h_k = 0,76$ м оно заканчивается.

Приведенные факты свидетельствуют о необходимости учета (особенно при возрастающей точности измерений g) неравномерности градиента силы тяжести. Учет должен заключаться не только в тщательном исследовании неоднородности гравитационного поля над пунктом измерений, но и в уточнении выражений для определения абсолютного значения g баллистическим методом.

Рассмотрим уравнение движения свободно падающего тела в неоднородном гравитационном поле. Начало отсчета вертикальной оси свяжем с положением центра масс падающего тела в момент начала измерений интервалов пути S_1 и S_2 и времени T_1 и T_2 (точка O на рис. 2). Обычно измерение интервалов S_i и T_i начинается не сразу после опускания тела из верхнего исходного положения (точка O_1), а после задержки t_0 во времени. К этому моменту тело пролетает расстояние H_0 и приобретает скорость V_0 . При интерферометрических измерениях значение V_0 определяет нижнюю граничную частоту измеряемого интерферометрического фотоэлектрического сигнала, т. е. задержка начала счета позволяет перенести спектр измеряемого сигнала в более высокочастотную область.

Будем предполагать, что на интервале измерений изменение g можно представить зависимостями типа (2). Пусть $g(h_n)$ — ускорение силы тяжести в начале отсчета оси ординат z (на высоте h_n от уровня постаumenta). Тогда по аналогии с (2) на расстоянии z будем иметь

$$g(z) = g(h_n) + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3. \quad (3)$$

Здесь α — аналог вертикального градиента $\frac{\partial g}{\partial z}$, который раньше считался постоянным на интервале измерений; β и γ — параметры, характеризующие неравномерность $\frac{\partial g}{\partial z}$, т. е. градиенты более высокого порядка. Пренебрегая влиянием негравитационных сил, можно записать

следующее уравнение движения свободно падающего тела:

$$\ddot{z} = g(z). \quad (4)$$

В первом приближении без учета влияния градиентов силы тяжести (их влияние более чем на 6 порядков меньше влияния $g(h_n)$) решение этого уравнения элементарно:

$$z(t) \approx z_1(t) = V_{01}t + g_1 t^2/2. \quad (5)$$

Если $S_1 = z(T_1)$ и $S_2 = z(T_2)$ — измеренные интервалы пути, пройденные падающим телом за времена T_1 и T_2 , из системы двух уравнений, полученных из (5), найдем

$$V_{01} = \frac{S_1 T_2^2 - S_2 T_1^2}{T_1 T_2 (T_2 - T_1)}, \quad g_1 = \frac{2}{T_2 - T_1} \left(\frac{S_2}{T_2} - \frac{S_1}{T_1} \right). \quad (6)$$

Следующее приближение для $z(t)$ определим из решения уравнения

$$\ddot{z} = g(h_n) + \alpha z_1 + \beta z_1^2 + \gamma z_1^3. \quad (7)$$

Интегрируя (7) с учетом (5) и при начальных условиях $z(0) = 0$ и $\dot{z}(0) = V_0$, получим

$$\begin{aligned} z(t) = & V_0 t + \frac{1}{2} g(h_n) t^2 + \frac{1}{6} \alpha \left(V_{01} t^3 + \frac{1}{4} g_1 t^4 \right) + \\ & + \beta \left(\frac{1}{12} V_{01}^2 t^4 + \frac{1}{20} V_{01} g_1 t^5 + \frac{1}{120} g_1^2 t^6 \right) + \\ & + \gamma \left(\frac{1}{20} V_{01}^3 t^5 + \frac{1}{448} g_1^3 t^8 + \frac{1}{20} V_{01}^2 g_1 t^6 + \frac{1}{56} V_{01} g_1^2 t^7 \right). \end{aligned}$$

Из (8), взяв два отсчета $z(T_1) = S_1$ и $z(T_2) = S_2$, имеем систему двух уравнений, решая которую относительно неизвестного $g(h_n)$, запишем

$$g(h_n) = \frac{2}{T_2 - T_1} \left(\frac{S_2}{T_2} - \frac{S_1}{T_1} \right) - \alpha A - \beta B - \gamma C, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{3} \left[V_{01} (T_1 + T_2) + \frac{1}{4} g_1 \frac{T_2^3 - T_1^3}{T_2 - T_1} \right]; \\ B = & \frac{V_{01}^2 (T_2^3 - T_1^3)}{6(T_2 - T_1)} + \frac{V_{01} g_1 (T_2^4 - T_1^4)}{10(T_2 - T_1)} + \frac{g_1^2 (T_2^5 - T_1^5)}{60(T_2 - T_1)}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$C = \frac{V_{01}^3 (T_2^4 - T_1^4)}{10(T_2 - T_1)} + \frac{g_1^3 (T_2^7 - T_1^7)}{224(T_2 - T_1)} + \frac{V_{01}^2 g_1 (T_2^5 - T_1^5)}{10(T_2 - T_1)} + \frac{V_{01} g_1^2 (T_2^6 - T_1^6)}{28(T_2 - T_1)}.$$

Первое слагаемое в (9) определяет ускорение силы тяжести $g_1 = 2(S_2/T_2 - S_1/T_1)/(T_2 - T_1)$, относящееся к некоторой высоте над уровнем постаumenta (называемой эффективной высотой гравиметра $H_{\text{эф}}$); остальные слагаемые редуцируют значение g_1 на уровень начала отсчета — в точку O .

Без учета неравномерности $\frac{\partial g}{\partial z}$ эффективная высота гравиметра выражалась значением [1]

$$H'_{\text{эф}} = H - H_0 - A = H - V_{01}^2/2g_1 - A, \quad (11)$$

где H — известная высота центра масс падающего тела в его исходном (перед отпусканьем) положении (точка O_1 на рис. 2); H_0 — расстояние, которое пробная масса пролетает до начала измерений (точка O); A находится из соотношений (10). По аналогии с (11) из (9) можно вычислить эффективную высоту $H_{\text{эф}}$ с учетом неравномерности градиента

силы тяжести:

$$H_{эф} = H - V_{01}^2/2g_1 - A - (\beta B + \gamma C)/\alpha. \quad (12)$$

В схеме гравиметра ГАБЛ $T_1 \approx 0,163$ с, $T_2 \approx 0,337$ с, $V_{01} = 0,75$ м; кроме того, примем $g_1 \approx 9,81$ м·с⁻². С учетом указанных значений из (10)–(12) можно найти ошибку определения эффективной высоты из-за пренебрежения нелинейностью гравитационного ускорения над пунктом измерений:

$$\Delta H_{эф} = H_{эф} - H'_{эф} = (0,109\beta + 0,050\gamma)/\alpha. \quad (13)$$

Для пункта Потсдам S14 значения α , β и γ определяются из соотношения (2). Обычно в гравиметре ГАБЛ высота начала отсчета равна $h_n = 1,57$ м. После подстановки в (2) значения $h = h_n - z = (1,57 - z)$ м имеем

$$g(z) = g(h_n) - (293,2z + 18,2z^2 - 27,5z^3)10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}, \quad (14)$$

т. е. $\alpha = 293,2 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$, $\beta = 18,2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$, $\gamma = -27,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-2}$.

По вычисленным значениям из (13) получим $\Delta H_{эф} = -2 \cdot 10^{-3}$ м. Без учета нелинейности силы тяжести на пункте S14 эффективная высота составляла $H'_{эф} = 1,284$ м (по измерениям 12.09.1980 г.). Из (2) можно найти ошибку редукции измеренного значения ускорения силы тяжести на уровень постаментов S14: $\Delta g_n = g(H'_{эф}) - g(H'_{эф} + \Delta H_{эф}) = -0,5 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$.

Сравнительно небольшие ошибки $\Delta H_{эф}$ и Δg_n получены благодаря двум обстоятельствам. Гравиметр ГАБЛ конструктивно выполнен так, что измеряемые интервалы S_1 и S_2 находятся достаточно высоко над поверхностью постаментов, в области слабо выраженной неоднородности гравитационного поля. Это определяет небольшую ошибку измерения эффективной высоты гравиметра. Второе (наиболее существенное) обстоятельство — хорошая изученность неоднородности гравитационного поля, благодаря которой удалось достаточно точно редуцировать измеренное значение g с эффективной высоты на уровень постаментов, используя аппроксимирующую формулу (2). Инструментальными методами такую редукцию осуществить нельзя из-за невозможности совмещения уровня чувствительного элемента относительного гравиметра или вариометра с поверхностью постаментов. Возрастание неоднородности гравитационного поля вблизи поверхности постаментов ставит под сомнение правомерность методики редуцирования измеренного значения g использованием только первых градиентов силы тяжести, как это в большинстве случаев выполняется (например, при сравнении показаний баллистических гравиметров с разными эффективными высотами [5]).

Оценим ошибки определения эффективных высот для других пунктов. Для пункта S13 из (1) подстановкой $h = (1,57 - z)$ м получим

$$g(z) = g(h_n) + (259,6z - 3,38z^2 - 0,204(1 - e^{-3,0358z}))10^{-8}.$$

Полученное выражение на участке от h_n до h_k (от $z = 0$ до $z = S_2 = 0,81$ м) можно аппроксимировать степенной функцией

$$g(z) = g(h_n) + (259,6z - 1,955z^2 + 2,113z^3)10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2},$$

т. е. $\alpha = 259,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$, $\beta = -1,955 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$, $\gamma = 2,113 \times 10^{-8} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-2}$.

По найденным значениям α , β и γ из (13) вычислим $\Delta H_{эф} = 4 \cdot 10^{-4}$ м. Таким образом, на пункте Потсдам S13 неравномерность градиента силы тяжести практически не влияет на точность определения эффективной высоты.

Для пункта Ледово установлено [6], что у поверхности постаментов $\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 = 285 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$, а на уровне 1 м это значение возрастает до

$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_1 = 307 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$. Следовательно, максимально возможное значение второго вертикального градиента $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \left[\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_1 - \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 \right] : 1 \text{ м} = 22 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$.

Из (13) без учета влияния $\frac{\partial^3 g}{\partial z^3}$ можно получить максимально возможную ошибку $\Delta H_{\text{эф}} = 0,109 \frac{22}{285} \text{ м} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Если далее редукция с эффективной высоты осуществляется относительным гравиметром, измерением разности значений силы тяжести на уровне постаментов и высоте $H_{\text{эф}}$, то ошибка редукции будет определяться в основном ошибкой $\Delta H_{\text{эф}}$ и не превзойдет величину $\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_1 \Delta H_{\text{эф}} \simeq 2 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ (если не учитывать ошибку относительных измерений). Если же пользоваться значениями усредненных градиентов и редуцировать g по формуле $\Delta g_{\text{н}} = \frac{\partial g}{\partial z} H_{\text{эф}}$, то ошибка редукции может (как уже отмечалось выше) в десятки раз превышать точность определения g .

Проведенные оценки влияния неравномерности $\frac{\partial g}{\partial z}$ можно отнести и к гравиметрическим пунктам Международного бюро мер и весов в Севре (Париж). Отсюда можно заключить, что сравнение результатов измерений в Севре различными лазерными баллистическими гравиметрами, имеющими отличающиеся по величине эффективные высоты, необходимо проводить, измеряя Δg между пунктами установки гравиметров на их эффективных высотах.

Таким образом, пренебрежение неравномерностью градиента силы тяжести приводит к ошибке редукции g на уровень постаментов, превосходящей в десятки раз погрешность измерения g . Причем ошибка определения эффективной высоты может достигать 0,01 м. Поскольку значительная неравномерность гравитационного ускорения наблюдается вблизи поверхности постаментов, интервал измерений баллистическим гравиметром желательнее задавать по возможности выше этого уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнаутов Г. П., Гик Л. Д., Калиш Е. Н. и др. Высокоточный лазерный гравиметр // Автометрия. — 1972. — № 5.
2. Hammond J. A., Faller J. E. A laser interferometer system for the absolute determination of the acceleration due to gravity // NBS Spec. Publ. 343. — Washington. — August 1971. — P. 457—463.
3. Sakuma A. Recent developments in the absolute measurement of gravity // Ibid. — P. 447—456.
4. Harnisch G. Das lokale schwerefeld über gravimetrischen Anschlusspunkten // Vermessungstechnik. — Berlin. — 1976. — N 24. — S. 424—427.
5. Сагитов М. У. Возможная интерпретация расхождения результатов определения абсолютной силы тяжести в Севре // Докл. АН СССР. — 1984. — Т. 274, № 2.
6. Рукавишников Р. Б., Пуцнина Л. В. Неоднородность силы тяжести над постаментами // Повторные гравиметрические наблюдения. Вопросы теории и результаты. — М.: изд. Нефтегеофизики, 1984.
7. Буланже Ю. Д., Арнаутов Г. П., Калиш Е. Н. и др. Новое определение абсолютной величины ускорения силы тяжести в Потсдаме // Gerlands Beiträge zur Geophysik. — Leipzig. — 1978. — Bd 87, H. 1. — S. 9—18.

Поступила в редакцию 14 августа 1985 г.