

Г. В. ГАДИЯК, В. П. ГИНКИН, М. С. ОБРЕХТ,  
С. П. СИНИЦА, Н. Л. ШВАРЦ  
(Новосибирск)

## ПРОГРАММА РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МДП-ТРАНЗИСТОРА MOS-1

Увеличение плотности упаковки интегральной схемы приводит к уменьшению геометрических размеров ее компонентов. Так как МДП-транзистор является основным компонентом БИС, то необходимо эффективно рассчитывать электрофизические характеристики транзисторов с малыми геометрическими размерами. Как известно, характеристики короткоканальных МДП-транзисторов не могут быть описаны в рамках одномерной модели и приходится прибегать к двумерному численному моделированию [1]. Это связано с тем, что при достаточно больших значениях напряжения на стоковом контакте  $V_{DS}$  (рис. 1) ток начинает течь не только в узком инверсионном слое под затвором, но и по всему объему транзистора (так называемый эффект смыкания токового и истокового  $pn$ -переходов).

Представленная программа предназначена для расчета стационарных вольт-амперных характеристик МДП-транзистора в двумерной постановке на основе диффузионно-дрейфового приближения (ДДП) для не очень больших значений электрического поля ( $E \leq 10^5$  В/см) и умеренного уровня легирования (концентрация примесей не более  $10^{20}$  см $^{-3}$ ). Система ДДП состоит из уравнений непрерывности для плотностей электронного и дырочного токов и уравнения Пуассона для потенциала:

$$\operatorname{div} j_n = qR(n, p), \quad j_n = -q\mu_n n \nabla \varphi + qD_n \nabla n; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} j_p = -qR(n, p), \quad j_p = -q\mu_p p \nabla \varphi - qD_p \nabla p; \quad (2)$$

$$\Delta \varphi = -\frac{q}{\epsilon}(p - n + \text{DOP}), \quad \text{DOP} = N_D^+ - N_A^-; \quad (3)$$

где  $R(n, p) = \frac{np - n_i^2}{\tau_n(p + n_i) + \tau_p(n + n_i)}$  — скорость рекомбинации по модели Шокли — Холла — Рида.

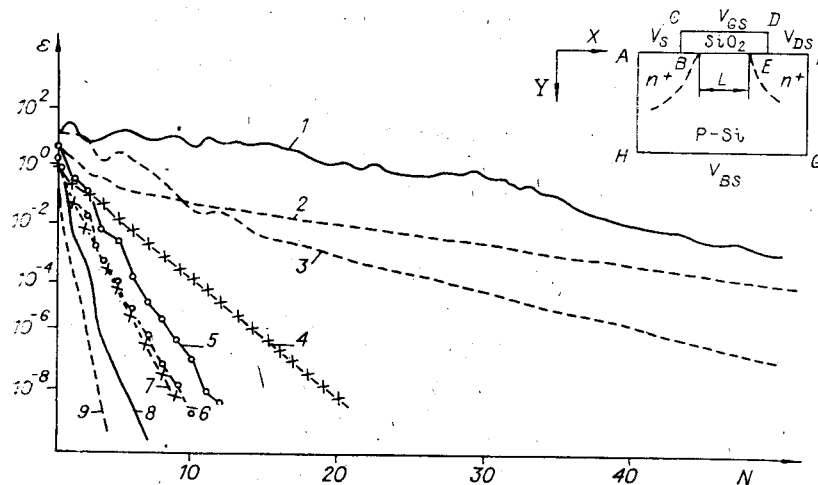


Рис. 1. Зависимость невязки пятиточечного квазилинеаризованного уравнения Пуассона от числа итераций для различных итерационных методов (28-я гуммельевская итерация):

1 — метод ПВР,  $\omega_{\text{opt}} = 1,78$ ; 2 — метод Зейделя; 3 — метод ПВР,  $\omega_{\text{opt}} = 1,44$ ; 4 — метод Булсева (метод Стоуна с  $\alpha=0$ ); 5, 6 — метод Стоуна; 7 — метод Булсева; 8, 9 — метод НФШ; сплошная линия — сетка ( $28 \times 19$ ), штриховая — сетка ( $13 \times 16$ ); значения параметров:  $N_A = 7,1 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ ;  $V_{GS} = 1,82$ ;  $V_{DS} = 1,5$  В;  $d_{\text{SiO}_2} = 0,04$  мкм,  $L = 2,5$  мкм

Система уравнений (1)–(3) решалась методом конечных разностей в области  $AFGH$  (рис. 1) со следующими граничными условиями: условия Дирихле на границах  $AB$ ,  $EF$ ,  $HG$  для  $n$ ,  $p$  и  $\varphi$ , условия Неймана на границах  $AH$ ,  $FG$  для  $n$ ,  $p$ ,  $\varphi$  и на  $BE$  для  $n$  и  $p$  и третье краевое условие на границе  $BE$  для потенциала  $\varphi$ . Нелинейная система уравнений (1)–(3) решалась с помощью последовательных гummелевских итераций [2]. Уравнения непрерывности записывались в дивергентном виде в соответствии с консервативной схемой [2], а для уравнения Пуассона проводилась квазилинеаризация [3]. Итерационная схема для решения нелинейной системы разностных уравнений имеет следующий вид [4]:

$$\begin{aligned} (\lambda_1 (\varphi^m) n^{m+1})_{ij} &= \frac{p_{ij}^m}{\tau_n (p_{ij}^m + n_i) + \tau_p (n_{ij}^m + n_i)} n_{ij}^{m+1} = \\ &= - \frac{n_i^2}{\tau_n (p_{ij}^m + n_i) + \tau_p (n_{ij}^m + n_i)}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (\lambda_2 (\varphi^m) p^{m+1})_{ij} &= \frac{n_{ij}^m}{\tau_n (p_{ij}^m + n_i) + \tau_p (n_{ij}^m + n_i)} p_{ij}^{m+1} = \\ &= - \frac{n_i^2}{\tau_n (p_{ij}^m + n_i) + \tau_p (n_{ij}^m + n_i)}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$(\Delta^h \varphi^{m+1})_{ij} = n_{ij}^{m+1} - p_{ij}^{m+1} - DOP_{ij} + (n_{ij}^{m+1} + p_{ij}^{m+1})(\varphi_{ij}^{m+1} - \varphi_{ij}^m), \quad (6)$$

где  $m$  — номер итерации.

Таким образом, на каждом шаге гummелевских итераций имеем систему линейных уравнений относительно  $n^{m+1}$ ,  $p^{m+1}$ ,  $\varphi^{m+1}$ . Каждое из выражений (4)–(6) представляет собой систему линейных уравнений большой размерности, которая, в свою очередь, тоже решалась итерационным методом. К настоящему времени существует ряд итерационных методов решения систем линейных уравнений с разреженной матрицей. Для решения системы линейных уравнений (4)–(6) применялись различные итерационные методы, а именно: метод Зейделя, метод последовательной верхней релаксации (ПВР) [5], метод неполной факторизации Булеева [6], метод Стоуна [7], а также метод неполной факторизации и параболических прогонок [8, 9] (НФПП), являющийся дальнейшим развитием методов факторизации Булеева.

На рис. 1 представлены сравнительные характеристики перечисленных выше методов на примере решения уравнения Пуассона (6). Как видно из рисунка, для достижения заданной точности метод НФПП требует минимального числа итераций. Остановимся подробнее на методе НФПП, следуя работам [8, 9]. Для решения системы уравнений типа

$$Lu_{ij} = -a_{ij}u_{i-1,j} - b_{ij}u_{i,j-1} - c_{ij}u_{i+1,j} - d_{ij}u_{i,j+1} + p_{ij}u_{ij} = f_{ij} \quad (7)$$

используется итерационная схема

$$(A^k L + B^k) u^k = A^k f + B^k u^{k-1}, \quad (8)$$

причем  $A^k$ ,  $B^k$  выбираются так, что  $(A^k L + B^k) = M^k N^k$ . Первый итерационный шаг включает в себя последовательное решение двух операторных уравнений

$$M^k z^k = A^k f + B^k u^{k-1}; \quad (9)$$

$$N^k u^k = z^k. \quad (10)$$

Для метода НФПП операторы  $A^k$ ,  $M^k$ ,  $N^k$  имеют вид

$$A^k f_{ij} = f_{ij} - \rho_{ij} f_{i-1,j} - \kappa_{ij} f_{i,j+1};$$

$$M^k z_{ij} = z_{ij} - \lambda_{ij} z_{i-1,j} - \omega_{ij} z_{i,j+1} - \alpha_{ij} z_{i-1,j};$$

$$N^k u_{ij} = \gamma_{ij} u_{ij} - \beta_{ij} u_{i-1,j} - \delta_{ij} u_{i,j+1} - \xi_{ij} u_{i+1,j}.$$

Используется последовательность чередования метода неполной фактори-

зации (НФ) и параболических прогонок (ПП). В схеме НФ оператор  $B^k$  определяется уравнением

$$(B^k u)_{ij} = \alpha_{ij} [\beta_{i-1,j} (u_{ij} + u_{i-1,j-1} - u_{i-1,j} - u_{ij-1}) + \delta_{i-1,j} (u_{ij} + u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j} - u_{i,j+1})],$$

при этом элементы операторов  $A^k$ ,  $M^k$ ,  $N^k$  вычисляются через элементы исходного оператора по следующим рекуррентным формулам:

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{ij}}{\gamma_{i-1,j} - \beta_{i-1,j} - \delta_{i-1,j}}; \quad \lambda_{ij} = \rho_{ij} = \omega_{ij} = \kappa_{ij} = 0;$$

$$\gamma_{ij} = \rho_{ij} + \alpha_{ij} (\beta_{i-1,j} + \delta_{i-1,j} - c_{i-1,j}); \quad \xi_{ij} = c_{ij};$$

$$\beta_{ij} = b_{ij} + \alpha_{ij} \beta_{i-1,j}; \quad \delta_{ij} = d_{ij} + \alpha_{ij} \delta_{i-1,j}.$$

В схеме ПП оператор  $B^k$  имеет двухточечную структуру вида

$$(B^k u)_{ij} = \lambda_{ij} \lambda_{i-1,j} u_{ij-2} + \omega_{ij} \omega_{i+1,j} u_{ij+2}$$

и элементы операторов  $A^k$ ,  $M^k$ ,  $N^k$  вычисляются через коэффициенты исходных пятиточечных уравнений по рекуррентным формулам:

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{ij}}{\gamma_{i-1,j}}; \quad \lambda_{ij} = \rho_{ij} = \frac{\alpha_{ij} \beta_{i-1,j}}{a_{ij-1}}; \quad \beta_{ij} = b_{ij} + \lambda_{ij} \gamma_{ij-1};$$

$$\omega_{ij} = \kappa_{ij} = \frac{\alpha_{ij} \delta_{i-1,j}}{a_{ij+1}}; \quad \gamma_{ij} = \rho_{ij} - \gamma_{ij}; \quad \xi_{ij} = c_{ij};$$

$$\delta_{ij} = d_{ij} + \omega_{ij} \gamma_{ij+1}; \quad \gamma_{ij} = \frac{\alpha_{ij} c_{i-1,j}}{1 - \lambda_{ij} \omega_{ij-1} - \lambda_{ij+1} \omega_{ij}}.$$

В работе [8] экспериментально показано, что схема ПП быстро гасит практически все гармоники ошибки, за исключением нулевой, а схема НФ обращает ошибку, равную константе, в нуль на первой итерации. Этим и объясняется быстрая сходимость метода, где чередуются схемы НФ и ПП.

Однако при решении уравнений переноса (4), (5) пришлось отказаться от использования метода НФПП, так как область применимости метода ограничивается системами уравнений, для коэффициентов которых выполнено условие диагонального преобладания. Для уравнений переноса, записанных в переменных  $n$  и  $p$ , это условие не выполняется, и для того, чтобы получить для них разностную схему с диагональным преобладанием, можно перейти от переменных  $n$  и  $p$  к переменным  $\Phi_n = \exp(+\varphi_n/kT)$  и  $\Phi_p = \exp(-\varphi_p/kT)$ , где  $\varphi_n$  и  $\varphi_p$  есть квазиуровни Ферми электронов и дырок соответственно;  $T$  — температура;  $k$  — постоянная Больцмана. Однако переход к этим переменным нежелателен из-за того, что модуль вещественного числа в ЭВМ БЭСМ-6 лежит в пределах  $10^{-19} - 10^{19}$ , а значения  $\varphi_n$  и  $\varphi_p$  на контактах прибора равны внешним приложенным напряжениям. Как нетрудно видеть, из этого следует, что максимальная разность напряжений на контактах не должна превышать  $\Delta U_{\max} = kT \cdot 2,3 \cdot 38 \approx 2,3$  В, а реальные приборы работают при

Метод	Число итераций для достижения точности, $\epsilon < 10^{-8}$		
	$\varphi$	$n$	$p$
НФПП	9	—	—
Булеева	33	24	109
Зейделя	233	708	909
( $\omega = 1,45$ )	79	262	352
ПВН ( $\omega = 1,5$ )	66	346	312
( $\omega = 1,6$ )	51	Не сходится с заданной точностью	

разности напряжений до нескольких десятков вольт. В таблице приведены данные, характеризующие скорость сходимости нескольких итерационных методов при решении систем линейных уравнений (4) — (6) на 28-й гуммельской итерации ( $V_{DS} = 8$  В,  $V_{GS} = 1,82$  В,  $V_{BS} = 0$  В,  $L = 2,5$  мкм,  $N_A =$

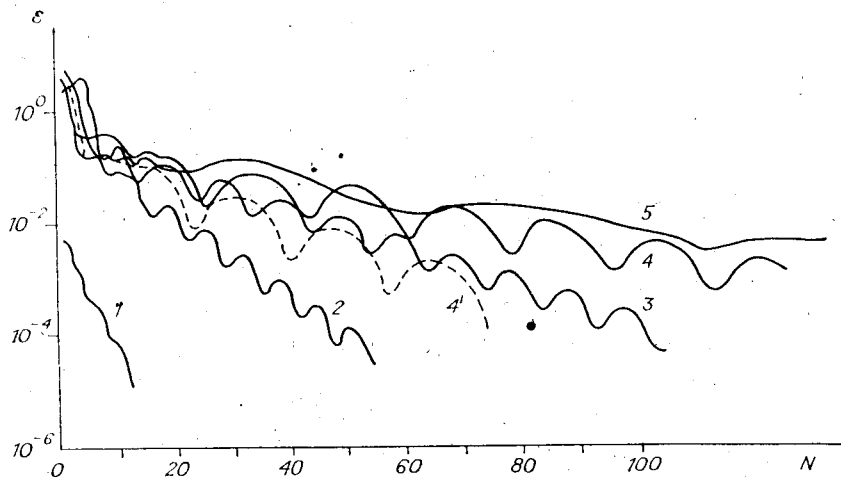


Рис. 2. Зависимость невязки совместных гummелевских итераций от числа итераций для различных значений внешних приложенных напряжений:

$N_A = 1,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ;  $d_{\text{SiO}_2} = 0,26 \text{ мкм}$ ,  $L = 3,5 \text{ мкм}$ ,  $V_{BS} = 0$ : 1 -  $V_{DS} = 0,1$ ,  $V_{GS} = 12 \text{ В}$ , 2 -  $V_{DS} = 0,3$ ,  $V_{GS} = 12$ , 3 -  $V_{DS} = 0,5$ ,  $V_{GS} = 12$ ; 4 -  $V_{DS} = 0,9$ ,  $V_{GS} = 12$ ; 4' -  $V_{DS} = 0,9$ ,  $V_{GS} = 5$ ; 5 -  $V_{DS} = 2,5$ ,  $V_{GS} = 12 \text{ В}$

$= 7,1 \cdot 10^{14} \text{ см}^3$ ,  $d_{\text{SiO}_2} = 0,04 \text{ мкм}$  (сетка  $13 \times 16$ ). Из таблицы следует, что лучшим из приведенных итерационных методов для решения уравнений переноса является метод Булеева (метод Стоуна с  $\alpha = 0$ ). В программе реализован метод НФП для решения уравнений Пуассона и

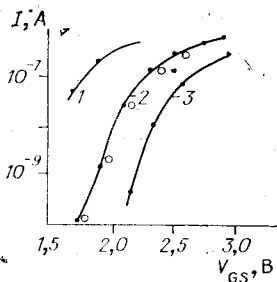


Рис. 3. Зависимость тока исток-сток от напряжения на затворе в предпороговой области. Сравнение с расчетом по программе CADET из [10]:  $d_{\text{SiO}_2} = 0,1 \text{ мкм}$ ,  $W = 1 \text{ мкм}$ ,  $V_{FB} = 0$ ,  $\mu = 684 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ;  $L = 2 \text{ мкм}$ ;  $V_{DS} = 0,1 \text{ В}$ : 1 -  $N_A = 5 \cdot 10^{15}$ , 2 -  $N_A = 10^{16}$ , 3 -  $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ; кружки - расчет по программе CADET

метод Булеева для решения уравнений переноса. Число совместных гummелевских итераций, характеризующих нелинейность системы, сильно зависит от внешних приложенных напряжений и меняется от 10 до 150. На рис. 2 представлены зависимости невязки совместных итераций от

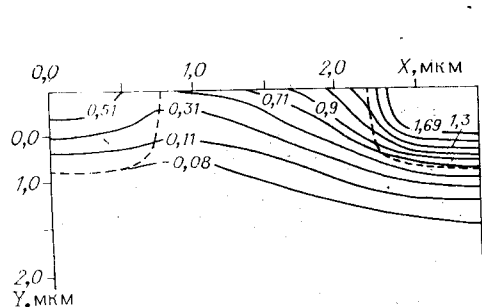


Рис. 4. Распределение изолиний потенциала в короткоканальном транзисторе при значениях параметров:  $V_{DS} = 1,5$ ,  $V_{GS} = 1,82$ ,  $V_{BS} = 0 \text{ В}$ ;  $L = 1,5 \text{ мкм}$ ,  $d_{\text{SiO}_2} = 0,04 \text{ мкм}$ ;  $N_A = 7,1 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $\mu = \text{const}$ ; штриховая линия -  $D_{op} = 0$

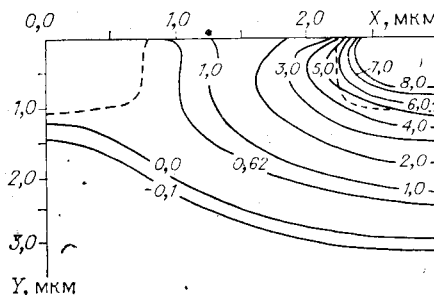


Рис. 5. Распределение изолиний потенциала в короткоканальном транзисторе при значениях параметров:  $V_{DS} = 10$ ,  $V_{GS} = 1,82$ ,  $V_{BS} = 0 \text{ В}$ ;  $L = 1,5 \text{ мкм}$ ,  $d_{\text{SiO}_2} = 0,04 \text{ мкм}$ ;  $N_A = 7,1 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $\mu = \text{const}$ ; штриховая линия -  $D_{op} = 0$

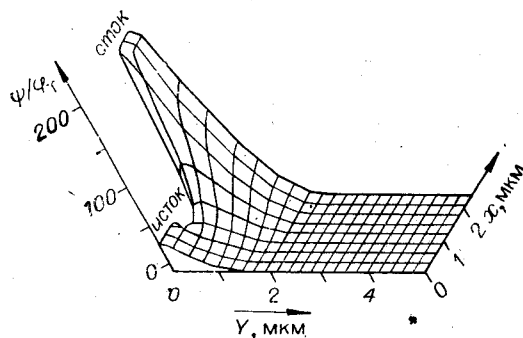


Рис. 6. Распределение потенциала в короткоканальном транзисторе в режиме смыкания:

$V_{DS}=4,5$ ,  $V_{GS}=-0,5$ ,  $V_{BS}=0$  В;  $N_A=9,7 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $d_{\text{SiO}_2}=0,04 \text{ мкм}$

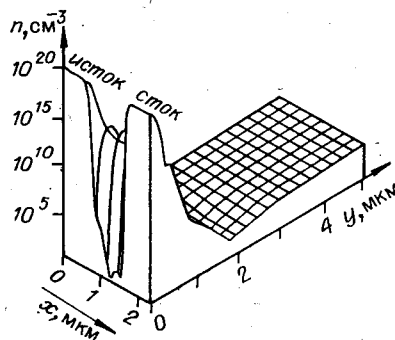


Рис. 7. Распределение концентрации электронов в короткоканальном МДП-транзисторе:

$V_{DS}=2$ ,  $V_{GS}=-0,5$  В;  $N_A=9,7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $d_{\text{SiO}_2}=0,04 \text{ мкм}$

числа итераций для различных напряжений на истоке и стоке. Как следует из рисунка, число итераций, необходимое для достижения заданной точности, сильно возрастает как при увеличении напряжения на стоке  $V_{DS}$  (кривые 1—3, 5), так и при увеличении напряжения на затворе  $V_{GS}$  (кривые 4, 4').

На рис. 3 приводятся зависимости тока исток-сток от напряжения на затворе в предпороговой области и сравниваются с результатами расчета по программе CADDET, взятыми из работы [10]. Результаты расчета по данной программе хорошо согласуются с результатами расчета по программе CADDET. Кроме того, проводятся расчеты на тестовых примерах с известными аналитическими решениями для подпрограмм расчета уравнений переноса электронов и дырок и уравнения Пуассона. Отклонение разностного решения от аналитического определяется погрешностью аппроксимации и быстро уменьшается с дроблением сетки.

На рис. 4, 5 представлены изолинии распределения потенциала в короткоканальном транзисторе для различных значений напряжений на стоке, а рис. 6, 7 иллюстрируют распределение потенциала и концентраций электронов в транзисторе в режиме смыкания.

Программа написана на Фортране. Все расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6 с максимальной размерностью сетки  $30 \times 30$ . Время расчета одной точки  $VAX$  составляет от 4 до 60 мин в зависимости от параметров прибора и режима работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Энгль В. А., Дирке Х. К., Майнерцхаген Б. Моделирование полупроводниковых приборов // ТИИЭР.— 1983.— Т. 71, № 1.
2. Sharfetter D. L., Gummel H. K. Large signal analysis of a silicon read diode oscillator // IEEE Trans. Electron. Devic.— 1969.— V. 16.— P. 64—77.
3. Mock M. S. A two-dimensional mathematical model of the insulatedgate field effect transistor // Solid State Electron.— 1973.— V. 16.— P. 601—609.
4. Польский Б. С., Похвалина Л. С. Двумерная численная модель биполярного транзистора // Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук.— 1977.— № 4.
5. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений.— М.: Наука, 1978.
6. Булеев Н. И. Численный метод решения двумерных и трехмерных уравнений диффузии // Математический сборник.— 1960.— Т. 51, № 2.
7. Stone H. L. Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations // SIAM J. Numer. Anal.— 1968.— V. 5.— P. 530—558.
8. Гинкин В. П. Об одном варианте метода параболических прогонок для решения двумерных уравнений эллиптического типа.— Обнинск, 1982. (Препринт ФЭИ; 1306).
9. Гинкин В. П. Решение эллиптических уравнений со смешанными производными методом параболических прогонок.— Обнинск, 1983. (Препринт ФЭИ; 1365).

10. Oh S.-Y., Dutton R. W. A simplified two-dimensional numerical analysis of MOS devices-DC case // IEEE Trans. Electron. Devic.— 1980.— V. ED-27, N 11.— P. 2101— 2108.

Поступила в редакцию 8 июля 1985 г.

УДК 681.322.01.535

И. А. ВОДОВАТОВ, В. А. ПРЕСНЯКОВ, С. А. РОГОВ, В. Г. САМСОНОВ  
(Ленинград)

## КОРРЕКЦИЯ ВЛИЯНИЯ НЕЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА ПЗС ФОТОПРИЕМНИКОВ В СИСТЕМАХ ОПТИКО-ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Эффективность гибридных оптико-цифровых систем, более полная реализация их возможностей в значительной мере определяются параметрами выходного устройства детектирования светового распределения, отражающего результаты аналоговой обработки информации модулем оптического процессора. В настоящее время в качестве устройств регистрации широко используются фотоприемные структуры на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС).

Как отмечалось в [1], ПЗС обладают ограниченной способностью поддерживать целостность передаваемого вдоль полупроводниковой подложки зарядового рельефа. Количественно эта особенность характеризуется коэффициентом неполноты или неэффективности переноса  $\epsilon$ , которому соответствует часть заряда, отстающая от основного пакета за один перенос. Несмотря на очень малые значения  $\epsilon$  (коэффициент потерь  $10^{-4}$  —  $10^{-3}$  на перенос), результирующее значение произведения числа переносов в приборе на коэффициент неэффективности переноса  $N\epsilon$  при типовых значениях  $N$  порядка  $(3-10) \times 10^3$  может достигать значительной величины, вызывая деградацию выходного сигнала и снижая тем самым динамический диапазон, разрешающую способность и точность определения параметров регистрируемых изображений.

Поскольку механизм переноса известен и носит детерминированный характер, представляется возможным определить передаточную функцию ПЗС фотоприемника, обусловленную конечной величиной  $\epsilon$ , и путем решения обратной задачи — восстанавливающее исходный сигнал преобразование. Вопросы коррекции аналоговых сигналов ПЗС линий задержек (ПЗС ЛЗ) рассматривались в [2, 3], где получены импульсные передаточные характеристики, а в [4] определена передаточная характеристика согласованного трансверсального фильтра. В работе [5] качественно рассмотрен вопрос о влиянии  $\epsilon$  на разрешающую способность ПЗС фотоприемников (ПЗС ФП).

Непосредственно методы восстановления, предлагаемые для ПЗС ЛЗ, неприемлемы для коррекции сигналов ПЗС ФП, так как в первом случае входной сигнал поступает в регистр сдвига последовательно через узел электрической инжекции, в результате чего каждый входной отсчет сигнала претерпевает одинаковое число переносов в регистре сдвига. В ПЗС ФП ввод сигнала осуществляется методами оптической инжекции параллельно и каждый элемент входного сигнала претерпевает разное число переносов, что приводит к постепенному падению разрешающей способности по мере увеличения числа сдвигов. Поэтому передаточная характеристика ПЗС ФП в отличие от ПЗС ЛЗ линейно неоднородна, что не позволяет определить обратную передаточную характеристику ПЗС ФП методами фурье-преобразования.

Строгий теоретический анализ процесса переноса заряда требует учета большого числа разнообразных параметров и представляет доволь-