

4. Захаров М. И., Прилепских В. Д. Частотная селекция в лазерах при помощи анизотропного отражающего интерферометра.— Новосибирск, 1984.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 6435.
5. Молчанов В. Я., Скроцкий Г. В. Матричный метод вычисления собственных состояний поляризации анизотропных оптических резонаторов // Квантовая электрон.— 1971.— № 4.

Поступило в редакцию 16 мая 1986 г.

УДК 681.385/621.372.5/681.3.01

М. Н. ГОЛУБКОВА, Е. Ф. ОЧИН  
(Ленинград)

### АМПЛИТУДНЫЙ СИНТЕЗ КОМПЛЕКСНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ С ДВУМЯ ИМПУЛЬСНЫМИ ОТКЛИКАМИ

Передачная функция комплексного пространственно-частотного фильтра для когерентного оптического процессора в общем виде может быть записана следующим образом:

$$H(\xi, \eta) = a(\xi, \eta) \exp[-i\varphi(\xi, \eta)], \quad (1)$$

где  $\xi$  и  $\eta$  — пространственно-частотные координаты;  $a$  и  $\varphi$  — передачные амплитудная и фазовая функции.

При синтезе фильтра на ЭВМ функция (1) подвергается дискретизации и ступенчатой аппроксимации:

$$H(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N H_{mn} \operatorname{rect} \left[ \frac{\xi - \Delta\xi \left( m - \frac{M+1}{2} \right)}{\Delta\xi} \right] \operatorname{rect} \left[ \frac{\eta - \Delta\eta \left( n - \frac{N+1}{2} \right)}{\Delta\eta} \right].$$

Здесь  $H_{mn} = a_{mn} \exp(-i\varphi_{mn}) = a(m\Delta\xi, n\Delta\eta) \exp[-i\varphi(m\Delta\xi, n\Delta\eta)]$ ;  $\Delta\xi, \Delta\eta$  — шаги дискретизации, выбранные в соответствии с теоремой отсчетов;  $M = \xi_{\max}/\Delta\xi + 1$ ,  $N = \eta_{\max}/\Delta\eta + 1$ ;  $[-\xi_{\max}, \xi_{\max}] [-\eta_{\max}, \eta_{\max}]$  — пространственно-частотная полоса пропускания процессора.

Рассмотрим синтез каждого комплексного отсчета фильтра

$$H_{mn} = a_{mn} \exp(-i\varphi_{mn}) = A_{mn} + iB_{mn},$$

записанного в алгебраической форме с помощью метода, предложенного Ли [1]. Синтезированный фильтр представляет собой матрицу ячеек, каждая из которых состоит из четырех щелей

$$H(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^4 t_{mnk} \operatorname{rect} \left[ \frac{\xi - \Delta\xi \left( m - \frac{M+1}{2} + \frac{k-1,5}{4} \right)}{\Delta\xi/4} \right] \times \\ \times \operatorname{rect} \left[ \frac{\eta - \Delta\eta \left( n - \frac{N+1}{2} \right)}{\Delta\eta} \right],$$

удовлетворяющих системе уравнений

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= t_{mn1} - t_{mn3}; \\ B_{mn} &= t_{mn2} - t_{mn4}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

с учетом ограничений

$$0 \leq t_{mnk} \leq 1, \quad k = \overline{(1, 4)}. \quad (3)$$

При таком кодировании предполагается, что импульсный отклик фильтра находится в порядках дифракции  $(\pm 1, 0)$ , следовательно, шаг фазового кодирования составляет  $\pi/2$  на одну щель ячейки и  $2\pi$  на всю ячейку в направлении оси  $\xi$ .

Предлагаемый метод синтеза фильтра заключается в следующем. Пусть синтезированный фильтр представляет собой матрицу ячеек, каждая из которых состоит

из 16 щелей:

$$H(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 t_{mnkl} \operatorname{rect} \left[ \frac{\xi - \Delta\xi \left( m - \frac{M+1}{2} + \frac{k-1,5}{4} \right)}{\Delta\xi/4} \right] \times \\ \left[ \eta - \frac{\Delta\eta \left( n - \frac{N+1}{2} + \frac{l-1,5}{4} \right)}{\Delta\eta/4} \right] \\ B'_{mn} = \sum_{l=1}^4 t_{mn2l} - \sum_{l=1}^4 t_{mn4l}. \quad (4)$$

При  $t_{mnk1} = t_{mnk2} = t_{mnk3} = t_{mnk4}$  синтез фильтра не отличается от синтеза фильтра, основанного на решении уравнения (2).

Для порядков дифракции  $(0, \pm 1)$  значения  $t$  удовлетворяют системе уравнений

$$\left. \begin{aligned} A''_{mn} &= \sum_{k=1}^4 t_{mnk1} - \sum_{k=1}^4 t_{mnk3}; \\ B''_{mn} &= \sum_{k=1}^4 t_{mnk2} - \sum_{k=1}^4 t_{mnk4}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из сравнения (4) и (5) следует, что в общем случае импульсные отклики для порядков дифракции  $(\pm 1, 0)$  и  $(0, \pm 1)$  различаются. Поэтому можно поставить задачу синтеза фильтра с двумя различающимися импульсными откликами  $H'_{mn}$  и  $H''_{mn}$ . Синтез такого фильтра сводится к решению системы уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} A'_{mn} &= \sum_{l=1}^4 (t_{mn1l} - t_{mn3l}); \\ B'_{mn} &= \sum_{l=1}^4 (t_{mn2l} - t_{mn4l}); \\ A''_{mn} &= \sum_{k=1}^4 (t_{mnk1} - t_{mnk3}); \\ B''_{mn} &= \sum_{k=1}^4 (t_{mnk2} - t_{mnk4}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Система уравнений (6), содержащая 16 неизвестных, имеет бесконечное множество решений. Запишем одно из них следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} t_{kl} &= 0, \quad (k+l) \text{ нечетно,} \\ t_{11} &= (A' + A'')/2, \quad A' > 0 \& A' > |A''| \vee A'' > 0 \& |A'| < A''; \\ t_{13} &= (A'' - A')/2, \quad A'' > 0 \& |A'| < A'' \vee A' < 0 \& (-A') > |A''|; \\ t_{22} &= (B' + B'')/2, \quad B' > 0 \& B' > |B''| \vee B'' > 0 \& |B'| < B''; \\ t_{24} &= (B'' - B')/2, \quad B'' > 0 \& |B'| < B'' \vee B' < 0 \& (-B') > |B''|; \\ t_{31} &= (A' - A'')/2, \quad A' > 0 \& A' > |A''| \vee A'' < 0 \& |A'| < (-A''); \\ t_{33} &= -(A' + A'')/2, \quad A' < 0 \& (-A') > |A''| \vee A'' < 0 \& |A'| < (-A''); \\ t_{42} &= (B' - B'')/2, \quad B' > 0 \& B' > |B''| \vee B'' < 0 \& |B'| < (-B''); \\ t_{44} &= -(B' + B'')/2, \quad B' < 0 \& (-B') > |B''| \vee B'' < 0 \& |B'| < (-B''). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Анализ выражений (7) показывает, что из восьми коэффициентов, удовлетворяющих условию  $(k+l)$  четно, только четыре определены. Оставшимся следует присвоить нулевые значения.

Пусть, например,  $H' = 0,3 - 0,2i$ ;  $H'' = -0,5 - 0,3i$ . Из (7) следует, что  $t_{31} = 0,4$ ;  $t_{33} = 0,1$ ;  $t_{42} = 0,05$ ;  $t_{44} = 0,25$ . Остальные 12 коэффициентов равны нулю. Проверка решения может быть выполнена подстановкой полученных значений в выражение (6).

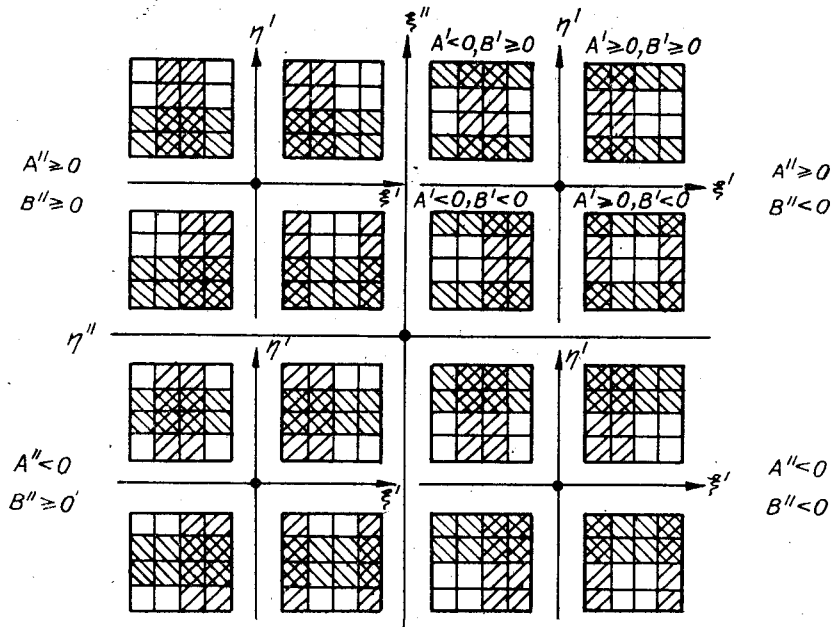


Рис. 1

По сравнению с методом Ли предложенный способ синтеза позволяет на той же площади амплитудного модулятора закодировать два фильтра без увеличения разрешающей способности устройства вывода изображений из ЭВМ. Однако дифракционная эффективность такого фильтра уменьшается в 4 раза.

Для увеличения дифракционной эффективности вдвое можно использовать суперпозицию пары фильтров, один из которых повернут относительно другого на  $90^\circ$ :

$$H(\xi, \eta) = H'(\xi, \eta) + H''(\eta, -\xi).$$

При этом динамический диапазон фильтров  $H'$  и  $H''$  необходимо ограничить в 2 раза:

$$|H'(\xi, \eta)| \leq 0,5; \quad |H''(\xi, \eta)| \leq 0,5.$$

На рис. 1 показаны 16 случаев кодирования по методу Ли двух комплексных чисел в зависимости от знаков действительных и мнимых частей. На рис. 2 представлены 9 реализаций кодирования по методу Ли — Буркхардта [2] комплексных чисел при различных значениях аргументов:  $[0, 2\pi/3)$ ,  $[2\pi/3, 4\pi/3)$ ,  $[4\pi/3, 2\pi)$ .

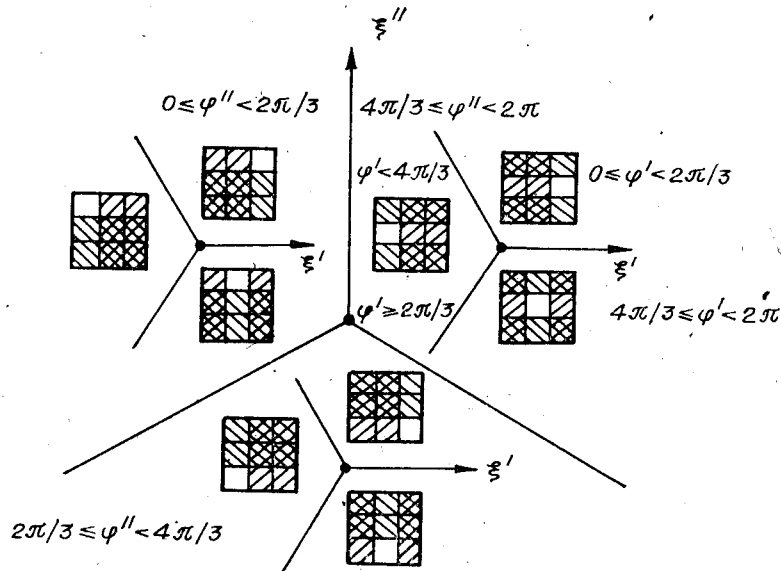


Рис. 2

В обоих случаях возможность получения второго импульсного отклика достигнута за счет перераспределения степеней свободы кодирования, т. е. за счет уменьшения вдвое дифракционной эффективности фильтра с единственным импульсным откликом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Lee W. H. Sampled Fourier-transform hologram generated by computer // Appl. Opt.— 1970.— V. 9, N 3.— P. 639.
2. Burckhardt C. B. Simplification of Lee's method of generating holograms by computer // Appl. Opt.— 1970.— V. 9, N 8.— P. 1949.

Поступило в редакцию 4 апреля 1983 г.

УДК 621.391.883

В. Б. КИТАЕВ, Е. И. СЕРГЕЕВ, И. Р. ШАЙНЯК  
(Горький)

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТОДА СИНХРОННОГО НАКОПЛЕНИЯ

Выделение периодического сигнала известного периода из его аддитивной смеси с шумом методом синхронного накопления давно и с успехом используется в разных отраслях техники [1]. Статистические характеристики получаемых оценок хорошо исследованы, однако вопрос оптимальности самого алгоритма в литературе практически не рассматривался. Настоящая работа посвящена сравнению оценок синхронного накопления с оценками максимального правдоподобия (ОМП) при разных априорных сведениях о сигнале.

Рассмотрим аддитивную смесь  $x(t) = S(t) + \eta(t)$  на интервале времени  $(-T, T)$ ;  $S(t)$  — периодический сигнал с периодом  $T_0 = T/N$ ;  $\eta(t)$  — случайный стационарный процесс с нулевым средним. Известно, что оценка синхронного накопления — это распространение на непрерывные процессы оценки среднего арифметического:

$$\hat{S}_{\text{СН}}(t) = \frac{1}{2N} \sum_{l=-N}^N x(t + lT_0) \quad (1)$$

(здесь и далее рассматриваются оценки на интервале времени  $[0, T_0]$ ). Вопрос устойчивости оценок (1) определяется их близостью к оценкам, оптимальным в некотором смысле, например ОМП.

ОМП  $\hat{S}_{\text{МП}}(t)$  обеспечивает максимум функционала отношения правдоподобия  $L\{x(t)\}$  [2], т. е. нахождение ее является вариационной задачей. Поскольку ОМП ищется на классе периодических функций, задача решается прямым методом Рунге, базисные функции — гармонические функции разложения в ряд Фурье:

$$\hat{S}_{\text{МП}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{c}_k e^{ik\omega_0 t}, \quad (2)$$

где

$$\hat{c}_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \hat{S}_{\text{МП}}(t) e^{ik\omega_0 t} dt, \quad \omega_0 = 2\pi/T_0.$$

Коэффициенты  $\hat{c}_k$  находятся из условия  $\frac{\partial}{\partial c_k} L\{x(t)\} = 0$ .

Чтобы записать  $L\{x(t)\}$ , необходимо знание закона распределения шумовой компоненты  $\eta(t)$ . В большинстве практических задач можно использовать тот факт (являющийся прямым следствием центральной предельной теоремы), что случайный процесс нормализуется при прохождении через линейную систему интегрирующего типа [3]\*. Однако при этом возрастает время корреляции  $\tau_{\text{кор}}$  процесса  $\eta(t)$ , и пренебрегать коррелированностью шума нельзя.

\* В ряде работ (например, [4]) утверждается, будто выполнение условий центральной предельной теоремы еще не обеспечивает робастность оценок среднего арифметического. Суть, однако, в том, что при выполнении этих условий распределение становится близким к нормальному не только в смысле близости кривых распределений, но и вследствие стремления к нулю высших кумулянтов [5], что и обеспечивает устойчивость оценок среднего арифметического.