

Второй член, входящий  $\varphi(q+1)$ , отличается от  $\varphi(q)$  лишь тем, что входящие в него величины  $U_{p+i}$ ,  $V_{p+i+1}$  сдвинуты по сравнению с  $U_{p+i-1}$  и  $V_{p+i}$  на единицу в индексе. Но статистические характеристики таких величин от сдвига не зависят в силу стационарности этих процессов. Поэтому, имея в виду статистические характеристики, можно записать, что

$$\varphi(q+1) = G(q)\varphi(q) + d_1(q+1) \sum_{p=1}^k \lambda^{-p} [U_p + V_{p+1}]. \quad (\text{П7})$$

Возводя (П7) в квадрат и усредняя, получим

$$\overline{\varphi(q+1)^2} = C(q)^2 \overline{\varphi(q)^2} + 2d_1(q+1)^2 [a - b^2 d_1(q)] \sum_{p=1}^k \lambda^{-2p}.$$

Поэтому для значения параметра  $q+1$  имеем с учетом (П6)

$$\sigma_{q+1}^2(\hat{y}_k) = d_1(q+1)^2 [2a - b^2 d_1(q)] \sum_{p=0}^{k-1} \lambda^{2p}.$$

Наконец,

$$d_1(q+1)^2 [2a - b^2 d_1(q)] = \frac{\Delta_q^2}{\Delta_{q+1}^2} \left[ 2a - b^2 \frac{\Delta_{q-1}}{\Delta_q} \right] = d_1(q+1)$$

и

$$\sigma_{q+1}^2(\hat{y}_k) = d_1(q+1) \sum_{p=0}^{k-1} \lambda^{2p}. \quad (\text{П8})$$

При  $k \rightarrow \infty$  из (П8) окончательно получаем (26). Теорема доказана.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Корнейчук Н. П. Сплайны в теории приближения.— М.: Наука, 1984.
2. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ.— М.: Мир, 1980.
3. Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей.— М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию 12 апреля 1985 г.

УДК 621.317.3 : 550.837.81.08

В. А. МАРИНЕНКО, М. А. МАРИНЕНКО, П. И. ТИШИН

(Алма-Ата)

#### ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ГЕОЭЛЕКТРОРАЗВЕДОЧНЫХ СИГНАЛОВ

Возрастающие требования к точности и помехоустойчивости геоэлектроразведочной аппаратуры заставляют искать новые, более эффективные алгоритмы обработки измеряемых сигналов. В то же время развитие микропроцессорной техники позволяет реализовать в полевых переносных приборах достаточно сложные функции.

Вопросу оценивания полезного сигнала по его зашумленным выборкам посвящен ряд работ. Довольно подробно освещен этот вопрос для случая гауссовых помех. Однако на практике часто нарушается предположение о гауссовом распределении помех. Будем считать, что суммарные помехи имеют следующую плотность распределения:

$$p(y, \varepsilon) = \frac{1 - \varepsilon}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_1^2}\right) + \varepsilon h(y), \quad (1)$$

где  $h(y)$  — произвольная симметричная плотность распределения, например гауссова.

Принятая модель помехи соответствует помехам, действующим в геозлектроразведке методом ВП, когда, как правило (с вероятностью  $1 - \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ), принятый сигнал содержит небольшую флуктуационную помеху с приблизительно нормальным распределением  $N(0, \sigma_1^2)$ , но иногда с вероятностью  $\varepsilon$  сигнал зашумлен аномальной импульсной помехой, имеющей гораздо большую, чем  $\sigma_1^2$ , дисперсию  $\sigma_2^2$ .

В данной статье рассматривается вопрос выбора алгоритма эффективной обработки многократно повторяющегося сигнала, зашумленного помехами вида (1). Задачу можно сформулировать следующим образом. На вход устройства поступают наблюдения  $\eta_1 = a + \xi_1$ ;  $\eta_2 = a + \xi_2$ ; ...  $\eta_n = a + \xi_n$  полезного параметра  $a$ , зашумленного помехой  $\xi(t)$  с реализациями  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ . Задача сводится к выбору алгоритма оценивания многократно повторяющегося сигнала, искаженного помехой вида (1), минимизирующего погрешность измерения при заданном числе повторных наблюдений и достаточно простого в практической реализации.

Известно, что в случае гауссовых помех оптимальным является алгоритм вычисления выборочного среднего, который в случае негауссовых помех, в частности помех вида (1), приводит к большим ошибкам. В работе [1] рекомендуется для обработки зашумленного электроразведочного сигнала использовать метод медианы. В методе медианы за оценку  $\hat{a}$  параметра  $a$  принимается средний член в ряде выстроенных в порядке возрастания отсчетов  $\eta_i$ . При четном числе членов ряда за оценку берется полусумма двух средних членов ряда

$$\hat{a} = \text{med}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n). \quad (2)$$

Метод медианы хорош для борьбы с редкими выбросами, т. е. если в (1)  $\sigma_1 \rightarrow 0$ , однако при увеличении дисперсии малых флуктуационных помех  $\sigma_1^2$  (1) эффективность этого метода заметно снижается.

В работе [2] предложен оптимальный алгоритм, минимизирующий погрешность оценивания в случае помехи (1) при  $\sigma_1 \rightarrow 0$ , показавший хорошую устойчивость и при наличии флуктуационных шумов:

$$\hat{a} = \bar{\eta} + \frac{\sum_{m=1}^n (\eta_m - \bar{\eta}) \exp(-\kappa_m)}{\varepsilon_n + \sum_{m=1}^n \exp(-\kappa_m)}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon) \sqrt{n}}$ ;  $\bar{\eta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i$ ;  $\kappa_m = (\eta_m - \bar{\eta})^2 n / 2\sigma_2^2$ . При  $\varepsilon = 1$

(3) преобразуется в оценку в виде выборочного среднего. Для эффективной работы алгоритма (3) необходимо иметь сведения о помехе ( $\sigma_2, \varepsilon$ ). При отсутствии таких сведений следует использовать устойчивые (робастные) методы.

Высокой устойчивостью к изменению вероятностных характеристик помехи обладают ранговые оценки, наибольшей известностью среди ко-

торых пользуется медиана Ходжеса — Лемана [3]:

$$\hat{a} = \text{med}(\eta_j + \eta_k)/2, \quad 1 \leq j \leq k \leq n. \quad (4)$$

Оценкой  $\hat{a}$  является медиана вновь построенного ряда, составленного из полусумм всех полученных измерений  $\eta_i$ . Оценка (4) отличается от медианы по исходной выборке (2) высокой устойчивостью к изменению  $\sigma_1$  для помехи (1).

Повышение точности оценивания по алгоритму (4) обеспечивается за счет возрастания в  $(n+1)/2$  числа членов ряда, для которого определяется медиана; по сравнению с исходной выборкой. За выигрыш в точности приходится расплачиваться усложнением вычислений.

Моделирование показало, что алгоритм (4) можно модифицировать с целью уменьшения объема вычислений и определять оценки следующим образом. При поступлении первых  $L$  отсчетов оценки вычисляются по алгоритму Ходжеса — Лемана, а при следующем измерении исключается наиболее удаленный от оценки по  $L$  измерениям отсчет и вычисляется новая оценка по  $L$  отсчетам. При поступлении каждого нового отсчета процедура повторяется. Для улучшения сходимости алгоритма необходимо при отбраковке всем разностям  $\eta_j^i - \hat{a}_i$ , имеющим знак, противоположный знаку разности между исключенным на предыдущем шаге отсчетом и предыдущей оценкой, присваивать веса  $\gamma$  ( $\gamma = 1,5 \div 3,0$ ). Устройство, реализующее описанный алгоритм, рассмотрено в [4].

Для проверки эффективности перечисленных алгоритмов проводилось статистическое моделирование на ЭВМ. С этой целью моделировалась последовательность нормально распределенных чисел с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_1^2$ . В случайные моменты времени с вероятностью  $\epsilon$  элементы последовательности заменялись значениями, имеющими тот же закон распределения и математическое ожидание, но иную дисперсию  $\sigma_2^2 > \sigma_1^2$ .

В качестве полезного сигнала был взят постоянный сигнал  $a = 0$ . Определение оценок осуществлялось по выборкам объема  $N$ . В качестве показателя эффективности алгоритмов использовалось среднеквадратическое отклонение (СКО) оценок, вычисляемое по 1000 оценкам.

Вычисление оценок по модифицированному алгоритму проводилось при различных  $\epsilon$  и  $\sigma_2$ , фиксированной величине  $\sigma_1 = 0,1$  и весовых коэффициентах  $\gamma$ , равных 1; 1,5; 2; 3; 5. Наименьшие СКО оценок были получены при  $\gamma = 2$ , по результатам этих вычислений построены графики (рис. 1) для  $\gamma = 2$ ,  $L = 5$ ,  $N = 10$ ,  $\epsilon = 0,05$  (кривая 1) и  $\epsilon = 0,2$

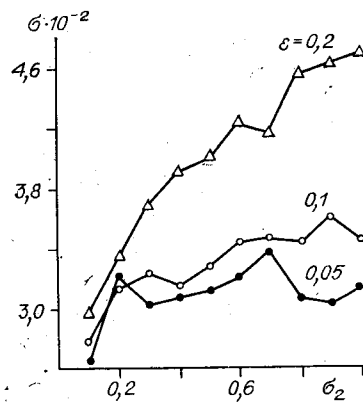
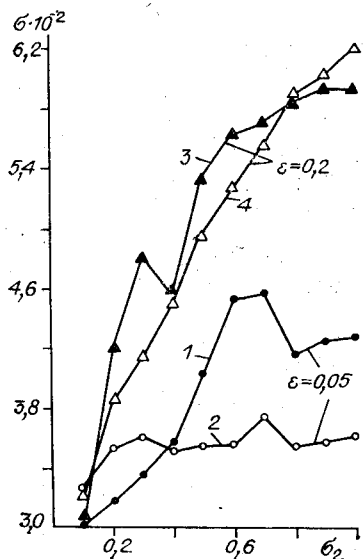


Рис. 2

Рис. 1

Алгоритм	$\sigma_2$	N			
		7	9	15	19
Усреднение	0,05	0,0075	0,0065	0,0050	0,0041
	0,5	0,0638	0,0560	0,0419	0,0339
	1,0	0,1273	0,1118	0,0836	0,0693
Модифицированный Ходжеса — Лемана	0,05	0,0054	0,0058	0,0075	0,0087
	0,5	0,0082	0,0080	0,0073	0,0086
	1,0	0,0102	0,0081	0,0073	0,0085
(3)	0,05	0,0046	0,0041	0,0033	0,0027
	0,5	0,0172	0,0143	0,0060	0,0042
	1,0	0,0335	0,0278	0,0111	0,0068

(кривая 3). Для сравнения приведены графики СКО оценок для алгоритма Ходжеса — Лемана (кривые 2 и 4). Из графиков видно, что модифицированный алгоритм при возрастании вероятности сбоев  $\epsilon$  практически не уступает по точности исходному алгоритму Ходжеса — Лемана.

На рис. 2 показана зависимость СКО погрешности оценивания по алгоритму (3) от СКО сбоев  $\sigma_2$  при различных  $\epsilon$ ,  $N = 10$  и  $\sigma_1 = 0,1$ . Графики показывают высокую устойчивость алгоритма (3) к изменению вероятностных характеристик помехи. При  $\epsilon < 0,1$  СКО оценки практически не зависит от СКО сбоев, т. е. большие, но редкие сбои не оказывают влияния на СКО оценки.

В таблицу сведены результаты вычисления СКО оценок, полученных по модифицированному алгоритму Ходжеса — Лемана и алгоритму (3), а также для сравнения СКО оценок выборочного среднего для случая  $\epsilon = 0,1$ ,  $\sigma_1 = 0,01$  при различных  $\sigma_2$  и числе повторных наблюдений  $N$ .

Данные таблицы показывают, что при наличии импульсных помех модифицированный алгоритм Ходжеса — Лемана и синтезированный алгоритм (3) имеют заметное преимущество перед усреднением. При увеличении числа повторных наблюдений оценки ведут себя по-разному: оценки по усреднению и по синтезированному алгоритму сходятся, СКО оценок по модифицированному алгоритму Ходжеса — Лемана слабо зависят от  $N$  и увеличение числа повторных наблюдений целесообразно лишь при больших значениях дисперсии сбоев  $\sigma_2^2$ . Таким образом, при большой дисперсии импульсных помех лучшие результаты дает модифицированный алгоритм Ходжеса — Лемана, а при малых и средних — алгоритм (3).

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы. При отсутствии априорных сведений о помехе, что соответствует выполнению поисково-съемочных работ, когда основное внимание уделяется сокращению времени измерений на каждой точке, можно рекомендовать модифицированный алгоритм Ходжеса — Лемана. При выполнении детализационных работ по выявленным аномалиям, когда возрастают требования к точности измерений и могут быть исследованы характеристики помех, целесообразно применение оптимальных алгоритмов оценивания, в частности алгоритма (3). Затраты на определение характеристик помехи окупятся точностью результатов.

Модифицированный алгоритм Ходжеса — Лемана реализован в виде программы предварительной обработки геоэлектроразведочного сигнала в экспериментальном образце измерителя, созданного на основе микропроцессорного комплекта БИС серии К588. Испытания измерителя показали его высокую помехоустойчивость. Точность определения целевых параметров сигнала данным измерителем в широком диапазоне изменения дисперсии импульсных помех выше в 2—10 раз по сравнению с точностью лучшей серийно выпускаемой аппаратуры (ЭВП-203, ВП-Ф).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дрейзин Ю. А. О применении метода накопления в электромагнитных зондированиях // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1982.— № 2.
2. Журавин Л. Г., Мариненко В. А., Мариненко М. А. и др. Оптимизация статистической обработки результатов многократных измерений в измерительных системах с негауссовыми шумами // Изв. вузов. Приборостроение.— 1983.— № 7.
3. Холлендер, Вулф Д. Непараметрические методы статистики: Пер. с англ. Д. С. Шмерлинг/Под ред. Ю. П. Адлера, Ю. Н. Тюрина.— М.: Финансы и статистика, 1983.
4. А. с. 1157505 (СССР). Устройство для нелинейной обработки электроразведочных сигналов/В. И. Лемец, В. А. Мариненко, П. И. Тишин и др.— Оpubл. в БИ, 1985, № 19.

Поступила в редакцию 5 января 1985 г.

УДК 519.2 : 612.821

О. Б. КОВЧЕГОВА

(Москва)

### ПОТЕРИ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ИМПУЛЬСНОЙ АКТИВНОСТИ НЕЙРОНОВ И ИХ СВЯЗЬ С ИЗМЕНЕНИЕМ АВТО- И КРОССКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ИМПУЛЬСНЫХ ПРОЦЕССОВ

При регистрации импульсной активности нейронов в результате аппаратного шума (помех) амплитуда импульса может быть искажена так, что происходит выброс сигнала за установленные пороги. Регистрируя сигналы, амплитуда которых попадает в интервал, ограниченный установленными порогами, мы неизбежно потеряем импульсы, амплитуда которых под действием шума стала меньше нижнего или больше верхнего порога, что приведет к искажению авто- и кросскорреляционных функций регистрируемых процессов. В настоящей работе исследуются такие изменения корреляционных функций импульсных процессов.

Пусть  $\{t_k\}$  — моменты возникновения импульсов. Импульсный поток может быть показан [1] в виде суперпозиции  $\delta$ -функций Дирака:

$$\xi(t) = \sum \delta(t - t_k). \quad (1)$$

Потеря некоторой доли моментов  $t_k$  может быть формально представлена как умножение процесса  $\xi(t)$  на некоторый не зависящий от  $\xi$  процесс  $\eta(t)$ , принимающий два значения — нуль и единицу:

$$\tilde{\xi}(t) = \xi(t) \eta(t). \quad (2)$$

Процесс  $\eta$  отражает результат воздействия шума на сигнал:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & \text{когда сигнал в момент } t \text{ не пропадает;} \\ 0, & \text{когда сигнал в момент } t \text{ пропадает.} \end{cases}$$

Приблизительный вид траектории  $\eta$  дан на рис. 1.

Считаем  $\xi$  стационарным процессом с математическим ожиданием  $M\xi = 0$ , следовательно,  $M\tilde{\xi} = 0$ . Из определения автокорреляционной функции и выражения (2), учитывая независимость  $\xi$  и  $\eta$ , получим

$$K_{\tilde{\xi}}(\tau) \doteq M(\eta(t)\eta(t+\tau))K_{\xi}(\tau) = P(\eta(t) = 1, \eta(t+\tau) = 1)K_{\xi}(\tau), \quad (3)$$

где  $K_*$  — автокорреляционная функция процесса;  $M(*)$  — математическое ожидание;  $P(\eta(t) = 1, \eta(t+\tau) = 1)$  — вероятность того, что  $\eta(t)$  и