

ЛИТЕРАТУРА

1. Грибов Б. Г., Думаревский Ю. Д., Ковтонюк Н. Ф. и др. Оптически управляемые прозрачные структуры МДПДМ из высокоомного арсенида галлия и жидкого кристалла // Электрон. техника, сер. 3.— 1981.— Т. 5.— С. 82.
2. Ковтонюк Н. Ф. Электронные элементы на основе структур полупроводник — диэлектрик.— М.: Энергия, 1976.
3. Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации.— Л.: Наука, 1983.

Поступила в редакцию 5 августа 1985 г.

УДК 519.233.22

А. Г. БУЙМОВ, Н. А. БУЙМОВА

(Томск)

ФУНКЦИИ ПРАВДОПОДОБИЯ ПРИ КВАДРАТИЧНОМ СРАВНЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ОКРАШЕННОГО ШУМА

Введение. Современные системы автоматического сравнения изображений земной поверхности для автономного определения своих координат наблюдателем или дистанционного зондирования природных ресурсов проектируются и исследуются в предположении, что сравнение изображений происходит в условиях аддитивного статистически однородного белого гауссова шума. Такая ситуация имеет место в теории навигационных корреляционно-экстремальных систем [1—3], в стереофотограмметрии [4] и в других близких по математической формулировке задачах [5]. В то же время хорошо известно, что флуктуации интенсивности как оптических, так и радиолокационных сигналов в ряде случаев могут занимать промежуточное положение между флуктуациями с экспоненциальным и нормальным распределением вероятностей и иметь радиусы корреляции порядка сотен и тысяч длин волн [6, 7]. В [8—10], посвященных статистическому анализу изображений, полученных с экрана радиолокатора, сообщается о пространственной неоднородности временных флуктуаций яркости.

Цель данной работы — синтез функций правдоподобия и анализ характеристик распознавания изображений при их квадратичном сравнении в условиях неоднородного негауссова окрашенного шума.

Распределение квадратичной меры близости. Пусть

$$u(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{T_1} \sum_{j=1}^{T_2} (y_{ij}(\lambda) + \varepsilon_{ij})^2 \quad (1)$$

— квадратичная мера близости двух матричных изображений $x_{ij}(0) + \varepsilon_{ij}$ и $x_{ij}(\lambda)$, отличающихся аддитивным шумом ε_{ij} и вектором геометрических рассогласований λ ; $y_{ij}(\lambda) = x_{ij}(0) - x_{ij}(\lambda)$, $n = T_1 \times T_2$.

Обозначим через $\psi = \frac{1}{n} \sum x_{ij}^2(0)$ выборочную дисперсию, через $\varphi(\lambda) = \frac{1}{\psi n} \sum \overset{\circ}{x}_{ij}(0) \overset{\circ}{x}_{ij}(\lambda)$ выборочную корреляционную функцию изображения $\left(\overset{\circ}{x}_{ij} = x_{ij} - \frac{1}{n} \sum x_{ij} \right)$ и потребуем, чтобы при любых λ

$$\sum x_{ij}(\lambda) = \sum x_{ij}(0); \quad \sum x_{ij}^2(\lambda) = \sum x_{ij}^2(0). \quad (2)$$

При этом (1) преобразуется к виду

$$u(\lambda) = 2\psi(1 - \varphi(\lambda)) + \frac{1}{n} \sum \varepsilon_{ij}^2 + \frac{2}{n} \sum \varepsilon_{ij} y_{ij}(\lambda). \quad (3)$$

Математическое ожидание величины (3) при усреднении по ансамблю реализаций шума с моментами $M[\varepsilon_{ij}] = 0$, $M[\varepsilon_{ij}^r] = \mu_r(ij)$

$$\bar{\mu}_r = \frac{1}{n} \sum \mu_r(ij) \text{ равно } M[u(\lambda)] = 2\psi(1 - \varphi(\lambda)) + \bar{\mu}_2. \quad (4)$$

Дисперсия $D[u(\lambda)]$, вычисленная в предположении [11] о независимости изменения по ij величин $\mu_r(ij)$, $y_{ij}(\lambda)$, коэффициентов корреляции $\rho_{ij}^{(kl)}(\tau_1, \tau_2)$ между $\varepsilon_{ij}^k, \varepsilon_{i+\tau_1, j+\tau_2}^l$ и при выполнении условий (2), может быть представлена в виде

$$D[u(\lambda)] = \frac{(\bar{\mu}_2)^2}{n} \left\{ ms_2 + 8 \frac{\psi}{\mu_2} [\tilde{\varphi}(0) - \tilde{\varphi}(\lambda)] \right\}, \quad (5)$$

где $m = (\bar{\mu}_4 - \bar{\mu}_2^2)/(\bar{\mu}_2)^2$;

$$s_r = (T_1 - |\tau_1|)^{-1} (T_2 - |\tau_2|)^{-1} \sum_{i=1}^{T_1-|\tau_1|} \sum_{j=1}^{T_2-|\tau_2|} \rho_{ij}^{(rr)}(\tau_1, \tau_2);$$

$$\tilde{\varphi}(\lambda) = \sum_{\tau_1=-(T_1-1)}^{T_1-1} \sum_{\tau_2=-(T_2-1)}^{T_2-1} \left(1 - \frac{|\tau_1|}{T_1}\right) \left(1 - \frac{|\tau_2|}{T_2}\right) \rho^{(11)}(\tau_1, \tau_2) \varphi(\lambda; \tau_1, \tau_2); \quad (6)$$

$\varphi(\lambda, \tau)$ — коэффициент взаимной корреляции изображений, рассогласованных по параметру λ и дополнительно сдвинутых друг относительно друга на вектор трансляции τ .

Вид закона распределения величины $u(\lambda)$ в общем случае обосновать трудно, можно лишь надеяться, что в силу центральной предельной теоремы при больших n распределение будет близким к нормальному и одномодальным. С другой стороны, $u(\lambda) \geq 0$. В такой ситуации специалисты по моделированию рекомендуют использовать гамма-распределение [12]. Нами было построено более сотни гистограмм величины $u(\lambda)$ при разных свойствах шума и различных значениях параметров λ , имеющих смысл взаимных сдвигов изображений по декартовым координатам, угловых и масштабных рассогласований. Для набора статистики при каждом фиксированном λ в качестве шума использовались 256 реализаций палмовского поля [13] с равномерным, экспоненциальным гамма-распределением и экспоненциальной корреляционной функцией. Ни одного случая значимого отклонения гистограмм от гамма-распределения не было обнаружено. В связи с этим в дальнейшем будем считать, что

$$W(u) = \frac{1}{\beta \Gamma(\nu)} \left(\frac{u}{\beta}\right)^{\nu-1} e^{-u/\beta}, \quad (7)$$

где $\nu = M^2/D$; $\beta = D/M$; $M = M[u(\lambda)]$; $D = D[u(\lambda)]$ связаны с характеристиками изображений и шума формулами (4), (5).

Специально проведенный анализ показал, что максимально правдоподобные оценки параметров распределения (7), полученные при трех членах разложения гамма-функции

$$\Gamma(\nu) = e^{-\nu} \nu^{\nu-1/2} \sqrt{2\pi} \left(1 + \frac{1}{12\nu} + \frac{1}{288\nu^2} + O(\nu^{-4})\right),$$

могут быть записаны в явном виде:

$$\begin{aligned} \hat{\nu}^{-1} &= -3 + \sqrt{9 + 12(\ln t_1 - t_2)}; \\ \hat{\beta} &= t_1/\hat{\nu}; \quad \hat{M} = t_1; \\ \hat{D} &= t_1^2/\hat{\nu}, \end{aligned} \quad (8)$$

здесь

$$t_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i; \quad t_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln u_i.$$

Все оценки (8) выдерживают статистическую проверку на состоятельность, несмещенность и эффективность. Оценки \bar{M} и \bar{v} не коррелированы и обладают наименьшими относительными дисперсиями $\delta_{\bar{\theta}}^2/\theta^2$:

$$\delta_{\bar{M}}^2 = \frac{1}{N\bar{v}}; \quad \delta_{\bar{v}}^2 = \frac{2}{N\left(1 + \frac{1}{3\bar{v}}\right)}. \quad (9)$$

Информационное расхождение. Обозначим гипотезу H_i : условное распределение величины u равно $w_i(u)$. Тогда средняя информация для различения в пользу правильной гипотезы H_i против альтернативы H_j по определению Кульбака [14]

$$I(i:j) = \int w_i(u) \ln \frac{w_i(u)}{w_j(u)} du. \quad (10)$$

Информации (10) связаны с вероятностями α_i неправильного отклонения гипотез H_i неравенствами [14]

$$I(i:j) \geq \alpha_i \ln \alpha_i / (1 - \alpha_j) + (1 - \alpha_i) \ln (1 - \alpha_i) / \alpha_j. \quad (11)$$

Эти неравенства позволяют определить минимальные значения $I(i:j)$, при которых можно обеспечить заданный уровень вероятностей α_i и α_j .

Если $\alpha_i, \alpha_j \ll 1$, то правая часть неравенства (11) приближенно равна $\alpha_i \ln \alpha_i - \ln \alpha_j$. В этом случае нижняя граница всех возможных значений α_j при заданном α_i —

$$\alpha_j^* \simeq \exp[\alpha_i \ln \alpha_i - I(i:j)]. \quad (12)$$

Поскольку $|\alpha_i \ln \alpha_i| \leq e^{-1}$, то при достаточно больших значениях $I(i:j) \gg e^{-1}$ из (12) следует

$$\alpha_j^* \simeq e^{-I(i:j)}. \quad (13)$$

Мерой различия между плотностями $w_1(u)$ и $w_2(u)$, соответствующими различным рассогласованиям λ , может служить информационное расхождение $J(1, 2) = I(1:2) + I(2:1)$ [14], которое в случае (7) с точностью до трех членов разложения гамма-функции $\Gamma(v)$ принимает вид

$$J(1, 2) = (v_2 - v_1) (\ln r + f_1 - f_2) + rv_1 + v_2/r - v_1 - v_2, \quad (14)$$

где $r = M_2/M_1$; $f_i = \frac{1}{2v_i} + \frac{1}{12v_i^2}$.

Анализ расхождения (14) с учетом формул (4), (5), (9) и связи с информационной матрицей Фишера [14] в случае близких значений параметров $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$ показал, что в типичной ситуации $n \gg s_2$ его максимальное значение, имеющее место при $\lambda = 0$,

$$J(1, 2) \simeq \frac{4\psi^2 n}{\mu_2^2 s_2 m} (1 - \varphi(\Delta\lambda))^2. \quad (15)$$

С увеличением $\Delta\lambda$ расхождение (15) возрастает. Оно увеличивается с ростом отношения сигнал/шум ψ/μ_2 и с возрастанием числа n/s_2 некоррелированных составляющих шума.

Параметр m (см. формулу (5)) зависит от распределения шума. Например, в стационарном гауссовом случае $m = 2$, при равномерном распределении $m = 4$. Значит, при переходе от гауссова распределения к равномерному расхождение (15) при прочих равных условиях уменьшается вдвое и различие гипотез ухудшается.

Заметим, что в случае малых $\Delta\lambda$ $I(1:2) \simeq I(2:1) \simeq J(1, 2)/2$ [14]. Если при этом $1 - \varphi(\Delta\lambda) \gg \mu_2/\psi\sqrt{s_2/n}$, то из (15) следует, что $J(1, 2) \gg 1$ и минимальные вероятности ошибок распознавания гипотез соответствуют (13).

Теперь рассмотрим расхождение (14) в случае двух существенно разных ситуаций: в одной $\lambda_1 = \lambda$ и сравниваемые изображения еще со-

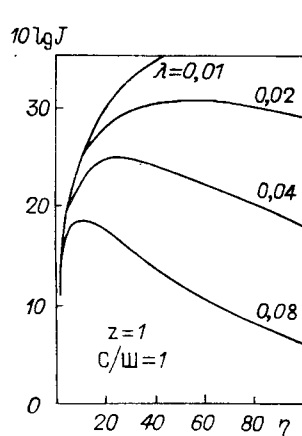


Рис. 1

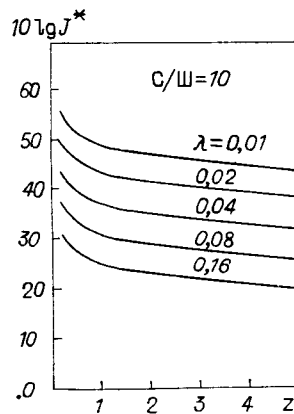


Рис. 2

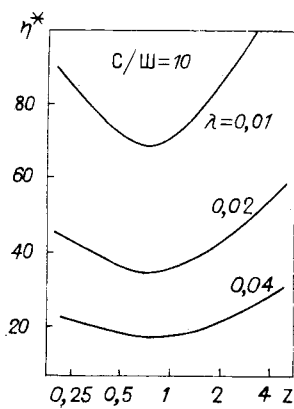


Рис. 3

храняют сходство, в другой — $\lambda_2 \rightarrow \infty$. На рис. 1 изображены зависимости расхождения $J(1, 2)$ от нормализованного размера изображения η , равного числу некоррелированных отсчетов яркости вдоль одной из его сторон. При построении графиков было принято

$$\rho(\tau) = \exp[-(|\tau_1| + |\tau_2|)/\tau_0], \quad \varphi(\tau) = \exp[-(|\tau_1| + |\tau_2|)/l_0].$$

Затем по формуле [15]

$$\varphi(\lambda, \tau) = \frac{1}{T} \int \varphi((A - I)t + \tau) dt,$$

где A — матрица угловых и масштабных рассогласований, были получены выражения $\varphi(\lambda, \tau)$ для случая, когда λ имеет смысл изменения масштаба. Без особого ущерба для результатов можно также считать, что λ — угловое рассогласование [15]. Далее по формулам (4)–(6) вычислялись параметры распределения (7) и информационное расхождение (14). При вычислениях было принято $\alpha = 2$, $s_2 = s_1/4$, что соответствует гауссову шуму.

Общим для всех графиков рис. 1 является экстремальный характер зависимости $J(1, 2)$ от $\eta = T/2l_0$. С увеличением λ координаты (η^* , J^*) максимума этой зависимости изменяются. Абсцисса η^* смещается в сторону меньших η и приблизительно определяется соотношением $\eta^* = \lambda^{-1}$, а ордината J^* уменьшается.

Уменьшение расхождения понятно, поскольку λ_1 приближается к λ_2 . Наличие оптимального размера изображения η^* объясняется следующим. При увеличении взаимного рассогласования по углу или масштабу согласованная часть изображений, в которой одноименные фрагменты еще не вышли из «зацепления», уменьшается. Размеры согласованной части определяются величиной η^* . Увеличение η до η^* улучшает условия сравнения, и расхождение растет. Дальнейшее увеличение η приводит к уменьшению относительного веса согласованной части изображений, и расхождение падает.

Впервые эффект оптимального η^* описан в работе [16]. Существенным в подходе [16] было предположение о некоррелированности шума и гауссовом распределении изображений. Наш подход учитывает свойства окрашенного шума. На рис. 2 приведены зависимости J^* от $z = \tau_0/l_0$, которые показывают, что отклонение от случая некоррелированного шума (увеличение z) существенно уменьшает расхождение между ситуациями λ_1 и λ_2 . На рис. 3 показаны зависимости η^* от z . Из графиков видно, что величина η^* при $z \rightarrow 1$ уменьшается. Это объясняется тем, что при сближении радиусов корреляции шума и изображения коп-

туры последнего сильно деформируются и слабая корреляция фрагментов на краях согласованной части изображений разрушается.

Кроме того, было обнаружено, что с ослаблением сигнала величина η^* при прочих равных условиях увеличивается. По-видимому, это происходит из-за того, что информационный вес слабокоррелированных краевых фрагментов согласованной зоны на фоне сильного поражения шумом всех остальных элементов изображения возрастает.

Все результаты, полученные на основе анализа расхождения, остаются справедливыми и для вероятности правильного распознавания ситуаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоглазов И. Н., Тарасенко В. П. Корреляционно-экстремальные системы.— М.: Сов. радио, 1974.
2. Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем.— М.: Наука, 1970.
3. Баглицкий В. К., Юрьев А. П. Корреляционно-экстремальные методы навигации.— М.: Радио и связь, 1982.
4. Лобанов А. П., Журкин И. Г. Автоматизация фотограмметрических процессов.— М.: Недра, 1980.
5. Киричук В. С. Метод максимального правдоподобия в задаче определения координат фрагмента // Автометрия.— 1983.— № 6.
6. Татарский В. И. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере.— М.: Изд-во АН СССР, 1959.
7. Радиолокационные методы исследования Земли/Под ред. Ю. А. Мельника.— М.: Сов. радио, 1980.
8. Вениш Г. Расчет отражения радиолокационных сигналов от Земли по топографической карте местности // Зарубежная радиоэлектрон.— 1972.— № 4.
9. Буймов А. Г. Статистический анализ флуктуаций радиолокационного изображения местности // Корреляционно-экстремальные системы управления.— Томск: Изд-во ТГУ, 1981.
10. Frost V. S., Shanmugan K. S. The information content of synthetic aperture radar images of terrain // IEEE Trans.— 1983.— V. AES-19, N 5.— P. 768—774.
11. Буймов А. Г. Анализ влияния корреляционных свойств неоднородного яркостного шума на ковариационную матрицу ошибок совмещения изображений // Автометрия.— 1985.— № 4.
12. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука.— М.: Мир, 1978.
13. Буймов А. Г. К статистике пальмовских полей // Автометрия.— 1981.— № 6.
14. Кульбак С. Теория информации и статистика.— М.: Наука, 1967.
15. Буймов А. Г., Буймова Н. А. Исследование автокорреляции изображений по масштабированию, вращениям, вращениям и сдвигам // Автометрия.— 1982.— № 1.
16. Mostafavi H., Smith F. W. Image correlation with geometric distortion // IEEE Trans.— 1978.— V. AES-14, N 3.— P. I—II.— P. 487—500.

Поступила в редакцию 18 мая 1984 г.

УДК 531.787 : 535.411

В. П. КУЛЕШ

(Жуковский Московской)

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЛАЗЕРНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА

Одним из перспективных приложений лазерной интерферометрии является определение давления газа посредством измерения его плотности. Оно основано на следующих физических принципах [1]:

1) интерферометр измеряет фазовую задержку φ волны света на некотором отрезке l пути в среде с показателем преломления n :

$$\varphi = 2\pi l(n - 1)/\lambda, \quad (1)$$

где λ — длина волны света в вакууме;