

Для экспериментальной проверки предложенного метода использовалась установка, аналогичная [2], с соблюдением исходных параметров, принятых в расчете. Эталонный объект — бинарный квадрат со стороной $a = 1$ мм; исследуемый объект — прямоугольник, отличающийся от исходного объекта добавкой с коэффициентами $\gamma_1 = 0,1$ и $\gamma_2 = 1$. Экспериментальные значения β_n также приведены в таблице.

Как видно из таблицы, расчетные значения β_n качественно согласуются с экспериментальными данными. Численное несоответствие результатов теории и эксперимента, по-видимому, связано с дифракционными явлениями, возникающими на элементах оптической схемы, что приводит к некоторому перераспределению светового потока, попадающего на фильтр, по отношению к идеальному, а также с фазовыми искажениями самого фильтра.

Таким образом, описанный выше метод позволяет повысить достоверность распознавания в когерентных оптических системах, использующих ГСФ, причем в случае записи ГСФ с помощью сходящейся сферической волны необходимо выбрать оптимальное положение плоскости регистрации кросскорреляционного сигнала [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Мохунь И. И., Протасевич В. И. Метод получения согласованных оптических фильтров для избранных частот спектра Фурье // ИТЭ.— 1984.— № 1.
2. Vander Lugt A. Signal detection by complex spatial filtering // IEEE Trans., Inform. Theor.— 1964.— V. IT-10, N 2.
3. Протасевич В. И., Садыков Ш. И., Скочиллов А. Ф. О выборе плоскости регистрации сигнала для некоторых когерентных систем с согласованной фильтрацией // Методы и средства обработки оптической информации: Материалы семинара.— М., 1983.

Поступило в редакцию 28 мая 1985 г.

УДК 681.7.06.778.38.001.24

Ф. Г. ХУЗНИ, Ю. П. ЦИГЛЕР

УПРОЩЕННЫЕ ФОРМУЛЫ РАСЧЕТА ХОДА ЛУЧЕЙ ЧЕРЕЗ ЦЕНТРИРОВАННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩИЕ ГОЛОГРАММНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

При расчете оптических систем различного назначения просчитывается большое количество лучей, причем число меридиональных значительно больше числа косых. Поэтому очень важно вести расчеты хода меридиональных лучей по наиболее простым формулам. Оказывается, что известные соотношения Федера [1, 2] допускают такое упрощение.

Из [1, 2] имеем

$$\mathbf{T} + l\mathbf{Q} = d\mathbf{i} + \mathbf{M}, \quad (1)$$

где $\mathbf{Q}(X, Y)$, $\mathbf{Q}_1(X_1, Y_1)$ — единичные векторы вдоль луча соответственно до и после преломления; $\mathbf{T}(x, y)$, $\mathbf{T}_1(x_1, y_1)$ — векторы, соединяющие вершины 1-й и 2-й поверхностей с точками пересечения луча с этими поверхностями; $\mathbf{M}(M_x, M_y)$ — перпендикуляр, опущенный из вершины поверхности 2 на луч; l, t — смысл следует из указанного рисунка в [2]; \mathbf{i} — единичный вектор вдоль оси X ; d — расстояние между вершинами. Умножая скалярно (1) на \mathbf{Q} , получаем

$$l = -(zX + yY); \quad z = x - d. \quad (2)$$

Векторное умножение (1) слева на \mathbf{Q} после несложных преобразований приводит к

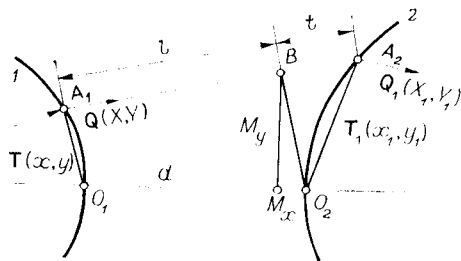
$$\mathbf{M} = Xy - Yz, \quad M_x = -Ym, \quad M_y = XM. \quad (3)$$

Выведем теперь формулы для определения координат точки пересечения луча с произвольной асферической поверхностью и направления преломленного луча \mathbf{Q}_1 . Запишем уравнение прямой, проходящей через конец вектора \mathbf{M} ,

$$(x_1 - M_x)/X = (y_1 - M_y)/Y = t \quad (4)$$

и уравнение асферической поверхности 1-го типа

$$y^2 = a_1x + a_2x^2 + \varphi(x), \quad (5)$$



где
$$\varphi(x) = \sum_{k=3}^m a_k x^k.$$

Полагая $y = y_1$, решаем систему уравнений (4) и (5) относительно t и получаем

$$t = \frac{A - cB}{DX + \sqrt{E^2 + Fc^2}} = \Psi(t),$$

где
$$\begin{aligned} A &= c^2 M - 2M_x; & B &= (a_2 + 1) M_x^2 + \varphi(x_1); \\ D &= 1 + (a_2 + 1) c M_x; & E &= X^2 + 2c M_x - c^2 M^2; \\ F &= (a_2 + 1) M^2 + [1 - (a_2 + 1) X^2] \varphi(x_1); & c &= 2/a_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение (6) позволяет построить итерационный процесс для определения t , именно: если $\varphi = 0$, то имеем дело с кривыми 2-го порядка и t определяется сразу по (6) без итераций. Если же $\varphi \neq 0$, то

$$t_s = \Psi(t_{s-1}), \quad (7)$$

причем нулевое приближение t_0 вычисляется в предположении $\varphi = 0$. Процесс сходится за 2–6 шагов с точностью 0,00001 λ , где λ — длина волны, для которой рассчитывается система. (Такая высокая точность применялась при расчете синтезированных голограмм.)

После того как найдено t , вычисляются по (4) x_1 и y_1 и единичный вектор нормали τ в этой точке:

$$\begin{aligned} \tau_x &= \frac{p}{\sqrt{4y_1^2 + p^2}}; & \tau_y &= -\frac{2y_1}{\sqrt{4y_1^2 + p^2}}; \\ p &= \sum_{k=1}^m k a_k x_1^{k-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение асферической поверхности 2-го типа задается формулой

$$x = a_1 y^2 + \varphi(y^2),$$

где

$$\varphi(y^2) = a_2 y^4 + \dots + a_r y^{2r}. \quad (9)$$

Совместное решение (4) и (9) приводит к

$$t_s = \frac{1}{X} [\varphi(y_1^2) + a_1 y_1^2 - M_x] = \Psi(t_{s-1}) \quad (10)$$

с начальным приближением, определяемым, как и раньше, из условия $\varphi = 0$. По найденному t из (4) определяются координаты точки пересечения луча с поверхностью x_1 , y_1 и единичный вектор нормали τ :

$$\begin{aligned} \tau_x &= \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}; & \tau_y &= -\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}; \\ p &= 2 \sum_{k=1}^r k a_k y_1^{2k-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Векторное произведение $[Q\tau]$ дает синус угла падения

$$\sin i = X\tau_y - Y\tau_x. \quad (12)$$

Применяя закон преломления, получим

$$\sin i' = (n/n') \sin i. \quad (13)$$

Тогда

$$\cos i' = (1 - \sin^2 i')^{1/2}. \quad (14)$$

Остается определить направление преломленного луча Q_1 . Исходя из очевидных соотношений

$$X_1 = \cos u', \quad Y_1 = -\sin u',$$

где u' — угол луча с оптической осью после преломления, получим

$$\begin{aligned} X_1 &= \tau_x \cos i' + \tau_y \sin i'; \\ Y_1 &= \tau_y \cos i' - \tau_x \sin i'. \end{aligned} \quad (15)$$

Приведенные формулы полностью решают задачу для поверхностей любых типов, причем все кривые второго порядка — сфера, эллипс, гипербола и парабола —

являются частным случаем асферических поверхностей первого типа. При выводе формул учитывалось правило знаков, принятое в вычислительной оптике [2].

Расчет выполняется по следующему алгоритму:

- 1) вычисляются z, l, M, M_x, M_y по формулам (2) и (3);
- 2) определяется t по итерационным соотношениям (6), (7), если кривая задана формулой (5), или по уравнению (10), если поверхность имеет вид (9);
- 3) вычисляются координаты точки встречи луча по соотношению (4);
- 4) находится вектор нормали τ по формулам (8), если поверхность 1-го типа (5), или по (11), если асферика 2-го типа (9);
- 5) по результатам пп. 1—4 и формулам (12)—(14) с помощью (15) определяется направление преломленного луча.

Алгоритм, приведенный в настоящей работе, был реализован в программе на ЕС 1033 и применен для расчета голограмм для оптических систем с асферическими поверхностями, количество которых менялось от 2 до 14. Если по известным до сих пор алгоритмам даже для простейших систем (голограмма для одиночной линзы) требовалось 4—5 ч машинного времени ЕС 1033 (или подобной) [3, 4], то для тех же расчетов по формулам настоящей работы нужно всего несколько минут.

ЛИТЕРАТУРА

1. Feder D. P. Optical calculations with automatic computing machinery // JOSA.— 1951.— V. 41, N 9.— P. 630—635.
2. Слюсарев Г. Г. Методы расчета оптических систем.— Л.: Машиностроение, 1969.
3. ОСТ 3-4731—80. Алгоритмы расчета синтезированной голограммы.
4. Canfield H. J., Mueller P., Dvorn P., Epstein A. Computer holograms for optical testing // Proc. Photo-opt. Instrum. Eng.— 1982.— P. 306.

Поступило в редакцию 16 июня 1986 г.

УДК 519.219

А. Г. БУЙМОВ

(Томск)

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ШАГЕ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

В работе [1] показано, что дисперсия σ^2 ошибок совмещения изображений в отсутствие угловых и масштабных рассогласований приближенно соответствует формуле

$$\sigma^2 = \frac{\mu}{\psi} \frac{l_0^4}{T^2} d(z), \quad (4)$$

где $d(z) = 4z^2(1+2z)(1+z)^{-4}$, $z = t_0/l_0$; T — сторона изображения; ψ — дисперсия его яркости; l_0 — дифференциальный радиус корреляции изображения; μ — дисперсия аддитивного шума; t_0 — его интегральный радиус корреляции. Эти результаты получены в предположении равенства радиусов корреляции по обеим осям декартовых координат, факторизуемости корреляционных функций по этим координатам и выполнения условий $T \gg t_0, l_0$.

При дискретизации изображения с шагом Δ параметры l_0 и t_0 определяются по формулам [1]

$$l_0 = \Delta \sqrt{2/\sqrt{1-\varphi(2\Delta)}}; \quad (2)$$

$$t_0 = \frac{\Delta}{2} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \rho(k\Delta), \quad (3)$$

где $\varphi(\tau)$ и $\rho(\tau)$ — функции корреляции изображения и шума; $n = T/\Delta$. Если исходное изображение и шум имеют радиусы корреляции $\lambda_0 = 1/\sqrt{-\ddot{\varphi}(0)}$; $\tau_0 =$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) d\tau, \text{ то в соответствии с (2) и (3)}$$

$$l_0 \simeq \begin{cases} \lambda_0 & \text{при } \Delta \ll \lambda_0; \\ \Delta \sqrt{2} & \text{при } \Delta \gg \lambda_0; \end{cases}$$

$$t_0 \simeq \begin{cases} \tau_0 & \text{при } \Delta \ll \tau_0; \\ \Delta/2 & \text{при } \Delta \gg \tau_0. \end{cases}$$