

2. Jain R. K., Klein M. B. Optical phase conjugation.— N. Y.: Acad. Press.— 1983.— P. 307.
3. Мазур Е. А. Пикосекундная лазерная спектроскопия сверхплотных возбуждений, генерированных ориентированными импульсными пучками в полупроводниках // Тез. докл. 12-й Всесоюз. конф. по когерентной и нелинейной оптике.— М., 1985.— Ч. 2.
4. Мазур Е. А. Возбуждение электронной и ионной подсистем полупроводника импульсом быстрых частиц // Кинетические явления в полупроводниках и диэлектриках.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. Мазур Е. А. Возбуждение и релаксация полупроводника, генерация дефектов при прохождении импульса ориентированных частиц // Тез. докл. 12-го Всесоюз. совещ. по теории полупроводников.— Ташкент, 1985.— Ч. 2.
6. Вайткус Ю., Ярашноас К. Свойства и возможности применения светоиндуцированных дифракционных решеток в полупроводниках // Лит. физ. сб.— 1979.— Т. 19, № 2.
7. Eichler H. I., Massman F. I. Diffraction efficiency and decay times of free-carrier gratings in silicon // J. Appl. Phys.— 1982.— V. 53, N 4.— P. 3237—3242.
8. Вайткус Ю., Ярашноас К., Гаубас Э. и др. Светоиндуцированная дифракция света в кристаллическом и аморфном кремнии // Изв. АН СССР. Физика.— 1985.— Т. 49, № 6.
9. Вайткус Ю., Гривичкас В. Зависимость интенсивности зона-зонной оже-рекомбинации от концентрации носителей в кремнии // ФТП.— 1981.— Т. 15, вып. 10.
10. Грибников З. С., Мельников В. И. Электронно-дырочное рассеяние в полупроводниках при высоких уровнях инжекции // ФТП.— 1968.— Т. 2, вып. 2.
11. Грехов И. В., Делимова Л. А. Коэффициент амбинолярной диффузии в условиях электронно-дырочного рассеяния // ФТП.— 1980.— Т. 14, вып. 8.
12. Gummel H. K. A self consistent scheme for one-dimensional steady-state transistor calculations // IEEE Trans Electron. Devis.— 1964.— V. ED-11.— P. 455—465.
13. Майоров С. А., Руденко А. А., Шипилин А. В. О численном методе решения системы уравнений для потенциала и носителей заряда в полупроводниковых структурах // ЖВМиМФ.— 1980.— Т. 20, № 1.

Поступила в редакцию 1 декабря 1986 г.

УДК 621.372.8

К. К. ЗИЛИНГ, А. Е. КОЛОСОВСКАЯ

(Новосибирск)

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДИФFUЗИОННЫХ КАНАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

По мере развития интегральной оптики и в связи с переходом от исследования возможности создания интегрально-оптических устройств к оценке их предельных характеристик и задачам оптимизации возникает все большая потребность в простых и достаточно точных методах расчета характеристик основы таких устройств — канальных волноводов.

В настоящей работе на основе приближенных постановок получены максимально простые решения, обеспечивающие достаточную для практического использования точность. Достоверность результатов подтверждена сравнением с решением задачи в точной постановке [1], принятым за эталонное.

Постановка задачи. Пусть полупространство $x > 0$ занято оптически изотропным диэлектриком, а ось y направлена вдоль границы раздела сред перпендикулярно направлению распространения света. Магнитную проницаемость считаем постоянной, а показатель преломления (ПП) внутри волновода $n(x, y)$ — функцией двух координат.

В точной постановке [1, 2] задача сводится к нахождению собственных чисел N_{mn} (эффективные ПП для моды с индексами m и n) и собственных векторов \mathbf{E}_{mn} (напряженность электрического поля моды) уравнения

$$\nabla^2 \mathbf{E}_{mn}(x, y) + \nabla \left[\mathbf{E}_{mn}(x, y) \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right] + k_0^2 [n^2(x, y) - N_{mn}^2] \mathbf{E}_{mn}(x, y) = 0, \quad (1)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны света в вакууме; ϵ — диэлектрическая проницаемость.

Используемые на практике волноводы диффузионного типа являются слабонаправляющими: $\Delta n(x, y) = n(x, y) - n_0 \ll n_0$. Здесь n_0 — ПП подложки. Для таких волноводов вторым членом в (1) можно пренебречь [3], а из всех компонент вектора \mathbf{E}_{mn} существенной оказывается только одна доминирующая [4]. В силу специфики диффузионной задачи обычно выполняется соотношение $\Delta n(x, y) = \Delta n_s f(x) G(y)$. В этом случае допускается, что доминирующая компонента $E_{mn}(x, y)$ может быть представлена в виде

$$E_{mn}(x, y) = X(x, y) Y(y), \quad (2)$$

причем $X(x, y)$ слабо зависит от y [5—7], и в необходимых случаях ее можно приближенно полагать равной

$$X(x, y) \simeq X(x, 0). \quad (3)$$

Тогда (1) преобразуется в систему обычных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} X''_{xx}(x, y) + k_0^2 [n^2(x, y) - N_m^2(y)] X(x, y) &= 0, \\ Y''_{yy}(y) + k_0^2 [N_m^2(y) - N_{mn}^2] Y(y) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

в первом из которых y играет роль параметра. Система формально описывает два планарных волновода, второй из которых обладает тем же эффективным ПП, что и исходный канальный. В качестве собственных функций принимается выражение (2) с учетом (3).

В рамках геометрической оптики [8] система (4) преобразуется в систему уравнений относительно N_{mn} :

$$\begin{aligned} k_0 \int_0^{x_t} [n^2(x, y) - N_m^2(y)]^{1/2} dx &= \Phi_m, \\ k_0 \int_0^{y_t} [N_m^2(y) - N_{mn}^2]^{1/2} dy &= \Phi_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь x_t и y_t — точки поворота; Φ_m и Φ_n — соответствующие фазы. Каждый сомножитель выражения (2) может быть рассчитан, например, методом ВКБ.

Задача, таким образом, сводится к отысканию простых и достаточно точных методов решения систем уравнений (4) и (5). Для определенности примем, что $n_0 = 2,17$, а волновод получен диффузией из мгновенного источника. Тогда

$$f(x) = \exp(-x^2/D^2), \quad G(y) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{erf}[L(1 + 2y/w)] + \operatorname{erf}[L(1 - 2y/w)] \}, \quad (6)$$

где $L = w/2D$; D — диффузионная длина; w — ширина полоски диффузанта. В [9] показано, что при $L \leq 1$ $G(y)$ с достаточной точностью может быть аппроксимирована выражением

$$G(y) \simeq Qg(\eta), \quad (7)$$

где $Q = \operatorname{erf} L$, $\eta = \Gamma y$, $\Gamma = \operatorname{erf} L \sqrt{\pi}/w$, $g(\eta) = \exp(-\eta^2)$. Дальнейшие расчеты будут относиться к квази-TE₀₀-моду.

Решение системы уравнений (4). Поскольку имеющиеся способы отыскания решения, в частности [10], достаточно трудоемки, каждое из уравнений (4) решалось численно с помощью использованного в [11] для расчета планарных волноводов метода Рунге — Кутты с пристрелкой по параметру. Сложность вычислительной процедуры заключается в необходимости многократного решения первого уравнения при разных y для построения функции $N_m(y)$, фигурирующей во втором уравнении.

Для упрощения расчетов введем безразмерные переменные $\xi = x/D$ и $\varphi = 2y/w$, нормированные толщины волноводов $V_1(\varphi) = k_0 D (n_s^2 - n_0^2)^{1/2} G^{1/2}(\varphi)$ и $V_2 = k_0 w (n_s^2 - n_0^2)^{1/2}$, а также фазовые параметры $b_m[V_1(\varphi)] = [N_m^2(\varphi) - n_0^2]/(n_s^2 - n_0^2) G(\varphi)$ и $b_{mn} = (N_{mn}^2 - n_0^2)/(n_s^2 - n_0^2)$. Здесь $n_s = \Delta n_s + n_0$. Тогда для типа профилей (6) система (5) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} X''_{\xi\xi}(\xi, \varphi) + V_1^2(\varphi) \{f(\xi) - b_m[V_1(\varphi)]\} X(\xi, \varphi) &= 0, \\ Y''_{\varphi\varphi}(\varphi) + (V_2/2)^2 \{b_m[V_1(\varphi)] - b_{mn}\} Y(\varphi) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Граничные условия сформулированы на основе равенства логарифмических производных E на границе волновод — вакуум и волновод — подложка [11]. При $\xi = 0$

$$X'_\xi(\xi, \varphi) = V_1(\varphi) X(\xi, \varphi) \sqrt{b_m[V_1(\varphi)] - F(\varphi)}, \quad X(0, \varphi) = 1. \quad (9)$$

В подложке, в области, где $n(\xi_k, 0) \simeq n_0$,

$$X'_\xi(\xi, \varphi) = -V_1(\varphi) X(\xi, \varphi) \sqrt{b_m[V_1(\varphi)]}. \quad (10)$$

Для второго уравнения при $N_m(\varphi_k) = n_0$

$$Y'_\varphi(\varphi) = -\frac{V_2}{2} \sqrt{b_{mn}} Y(\varphi). \quad (11)$$

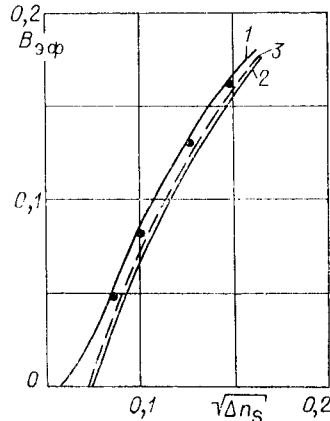
В силу симметрии для четных мод при $\varphi = 0$

$$Y'_\varphi(\varphi) = 0. \quad (12)$$

Определяемая из первого уравнения (8) и граничных условий (9) — (10) величина b_m является функцией $V_1(\varphi)$ и $F(\varphi) = (1 - n_0^2)/(n_s^2 - n_0^2) G(\varphi)$. Непосредственным расчетом установлено, что зависимость b_m от F является слабой. Так, при $V_1 = 9,5$ и $F = -10, -10^2$ и -10^6 значения b_0 равнялись соответственно 0,2174; 0,2120 и 0,2090, т. е. при изменении F на пять порядков b_0 менялось не более чем на 4%. Учитывая, что для реальных значений n_s и n_0 $|F| > 50$, допустимо считать F константой. Далее принято, что $F(\varphi) \simeq F_0 = -10^3$. Тогда для каждого типа $f(\xi)$ b_m зависит только от V_1 . Определение b_m проведено численным решением (10) с нахождением корня методом секущих за 3—4 итерации. При этом функцию X находили из решения первого уравнения (8) методом Рунге — Кутты до ξ_k , далее — аналитически. Аналогично определялась b_{mn} . Для типа профиля (6) протабулированная функция $b_0(V_1)$ аппроксимирована выражением

$$b_0(V_1) = A\Psi + B\Psi/(1 + C\Psi) + D\Psi^2, \quad (13)$$

где $A = 1,3714$; $B = -1,2979$; $C = 1,0106$; $D = -0,2912$; $\Psi = \ln(V_1/V_t)$; $V_t = 1,65$. Относительная ошибка аппроксимации при $V_1 \leq 10$ менее $7 \cdot 10^{-3}$. Использование (13) позволяет оба



уравнения (8) с соответствующими граничными условиями решать однократно, определяя из первого — $X(\xi, 0)$, а из второго — $Y(\varphi)$ и b_{mn} .

Рассчитанная дисперсионная кривая представлена на рис. 1, а распределение электрического поля моды — на рис. 2, а, б. Видно, что полученные результаты достаточно близки к решению в точной постановке. В частности, абсолютное различие в эффективном ПП не превосходит $5 \cdot 10^{-5}$.

Рис. 1. Дисперсионная кривая TE_{00} -моды; $D/\lambda = 5,006$; $w/\lambda = 3,54$:

кривая 1 — решение (4) методом Рунге — Кутты; 2 — точное решение (5); 3 — метод моментов. Точки — эталонное решение

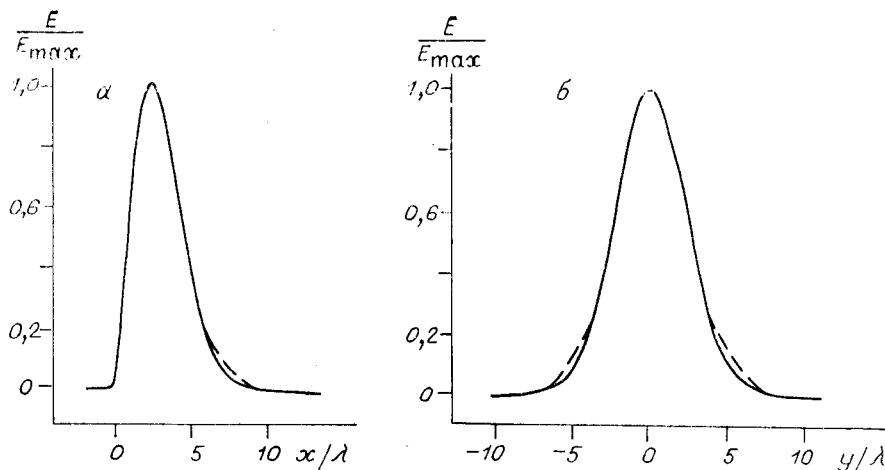


Рис. 2. Сечения $y/\lambda = 0$ (а) и $x/\lambda = 2$ (б) поля TE_{00} -моды волновода: $\Delta n_s = 0,021$; $w/\lambda = 3,54$; $D/\lambda = 5,006$; сплошная кривая — эталонное решение, штриховая — метод Рунге — Кутты

Решение системы уравнений (5). Из-за большого количества параметров и трудоемкости вычислений предложенный в [8] метод решения системы (5) мало пригоден для практического использования. Более удобные методы развиты в [7, 9]. В [9], в частности, показано, что с помощью введения трех обобщенных параметров b^* , v^* и J дисперсионные характеристики канальных волноводов с заданным профилем ПП можно представить единым для всех мод семейством кривых. Для типа профиля (6), (7) $b^* = b_{mn}/Q$, $v^* = k_0 D [(n_s^2 - n_0^2) \operatorname{erf} L]^{1/2} / (m + 3/4) (2\pi)^{1/2}$, $J = (n + 1/2) \pi \operatorname{erf} L / (m + 3/4) 4 \sqrt{2} L$. Покажем, что расчет дисперсионных характеристик рассматриваемых волноводов можно существенно упростить, сведя решение (5) к нахождению двух легко табулируемых функций от v^* .

Как показано в [12], планарный волновод с профилем ПП, зависящим от координаты, можно таким образом сопоставить с волноводом со ступенчатым профилем, что их эффективные ПП будут равны. Определяя моменты k -го порядка M_k как $M_k = \int_{-\infty}^{\infty} [n^2(y) - n_0^2] y^k dy$, авторы [12] приходят к критерию приближенного выполнения условия $N_n = \bar{N}_n$. Для четных n

$$M_0 = \bar{M}_0, \quad M_2 = \bar{M}_2. \quad (14)$$

Черта относится к параметрам ступенчатого волновода. Условия (14) позволяют определить полуширину a и скачок ПП ступенчатого волновода и по этим данным вычислить \bar{N}_n . Применяя этот метод ко второму уравнению (5), имеем

$$\int_0^{\infty} [N_m^2(y) - n_0^2] dy = a (\bar{N}_m^2 - n_0^2), \quad \int_0^{\infty} [N_m^2(y) - n_0^2] y^2 dy = (\bar{N}_m^2 - n_0^2) a^3/3. \quad (15)$$

С помощью введения параметров $\bar{b} = (\bar{N}_m^2 - n_0^2) / (n_s^2 - n_0^2) Q$, $A = \Gamma a$ и безразмерной координаты η уравнения (15) преобразуются к виду

$$I_1 = \int_0^{\eta^*} b_m [v^* g^{1/2}(\eta)] g(\eta) d\eta = \bar{b} A, \quad (16)$$

$$I_2 = \int_0^{\eta^*} b_m [v^* g^{1/2}(\eta)] g(\eta) \eta^2 d\eta = \bar{b} A^3/3.$$

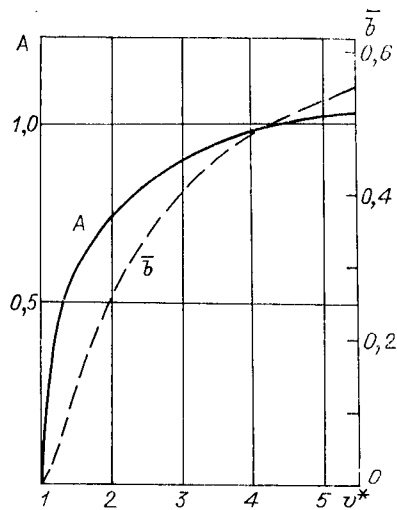


Рис. 3. Зависимости $A(v^*)$ — сплошная кривая и $\bar{b}(v^*)$ — штриховая

Здесь η_* находится из условия $b_m[v^* \times g^{1/2}(\eta_*)] = 0$, а сама функция $b_m[v^* g^{1/2}(\eta)]$ не зависит от m . Ее значения протабулированы в [9] и аппроксимированы аналитическим выражением.

Полученные из решения (16) $\bar{b} = (I_1^3/3I_2)^{1/2}$ и $A = (3I_2/I_1)^{1/2}$ зависят только от v^* . Функции $\bar{b}(v^*)$ и $A(v^*)$ представлены на рис. 3. Для эквивалентного прямоугольного волновода дисперсионное уравнение

$$2k_0 \int_0^a (\bar{N}_m^2 - \bar{N}_{mn}^2)^{1/2} dy = (n + 1/2)\pi$$

имеет очевидное решение

$$b^* \simeq \bar{b}^* = \bar{b} - (J/v^* A)^2, \quad (17)$$

где $\bar{b}^* = (\bar{N}_{mn}^2 - n_0^2)/(n_s^2 - n_0^2) Q$. Таким образом, дисперсионные кривые канального волновода легко можно рассчитать из (17), используя приведенные на рис. 3 зависимости. Соответствующая кривая представлена на рис. 1. Отличие N_{mn} данного решения от эталонного составляет $(1-1,4) \cdot 10^{-4}$ и, как показывает сопоставление с результатами [9], вызвано не погрешностью решения, а самим использованием приближений геометрической оптики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов А. М. Конечно-разностная схема расчета световодной моды // Интегральная оптика. Физические основы, приложения.— Новосибирск: Наука, 1986.
2. Pichot Ch. Exact numerical solution for the diffused channel waveguide // Opt. Comm.— 1982.— V. 41, N 3.— P. 169—173.
3. Маркузе Д. Оптические волноводы.— М.: Мир, 1974.
4. Taylor H. F. Dispersion characteristics of diffused channel waveguides // IEEE J. of Quant. Electron.— 1976.— V. QE-12, N 12.— P. 748—752.
5. Burns W. K., Hocker G. B. Endfire coupling between optical fiber and diffused channel waveguides // Appl. Opt.— 1977.— V. 6, N 8.— P. 2046—2050.
6. Бурицкий К. С., Золотов Е. М., Прохоров А. М., Черных В. А. Определение характеристик канальных диффузионных волноводов в LiNbO₃ // Квантовая электрон.— 1981.— Т. 8, № 4.
7. Styroky J., Hofman M., Janta J., Schrofel J. 3-D Analysis of LiNbO₃:Ti channel waveguides and directional couplers // IEEE J. of Quant. Electron.— 1984.— V. QE-20, N 4.— P. 400—409.
8. Hocker G. B., Burns W. K. Mode dispersion in diffused channel waveguides by effective index method // Appl. Opt.— 1977.— V. 16, N 1.— P. 113—118.
9. Васильев В. В., Зилинг К. К., Тишкова Л. В. Использование обобщенных параметров для описания характеристик канальных волноводов // Квантовая электрон.— 1986.— Т. 13, № 7.
10. Suhara T., Honda Y., Noshihara H., Koyama J. Analysis of optical channel waveguides and directional couplers with graded-index profile // JOSA.— 1979.— V. 69, N 6.— P. 807—815.
11. Колосовский Е. А., Петров Д. В., Царев А. В. Частотная зависимость эффективности акустооптического взаимодействия ТЕ-мод в диффузионном оптическом волноводе // Квантовая электрон.— 1979.— Т. 6, № 9.
12. Black R., Pask C. Slab waveguides characterized by moments of the index profile // IEEE J. of Quant. Electron.— 1984.— V. QE-20, N 9.— P. 996—999.

Поступила в редакцию 7 января 1987 г.