

в нитриде кремния (в отличие от SiO₂) дополнительного механизма рассеяния. Имеющиеся в настоящее время литературные данные не позволяют сделать однозначный вывод о существовании такого механизма.

Авторы выражают благодарность за полезное обсуждение результатов работы Г. В. Гадияку и С. П. Синеца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжан. Полупроводниковые ЗУ с сохранением информации при отключении питания // ТИИЭР.— 1976.— Т. 64, № 7.
2. Arnett P. C. Transient conduction in insulators at high fields // J. Appl. Phys.— 1975.— V. 46, N 12.— P. 5236.
3. Мальцев А. И., Масловский В. М., Нагин А. П. и др. Пространственное распределение заряда в диэлектрике МНОП-структуры // Микроэлектроника.— 1976.— Т. 5, № 3.
4. Lundström I., Svensson C. Properties of MNOS-structures // IEEE Trans. Electron. Devic.— 1972.— V. ED-19, N 6.— P. 826.
5. Крылов В. М., Суриц Р. А. Туннелирование электронов сквозь слои со статистически шероховатыми поверхностями // ЖЭТФ.— 1985.— Т. 88, № 6.
6. Jacoboni C., Reggiani L. The Monte-Carlo method for the solution of charge transport in semiconductors with application to covalent materials // Rev. Mod. Phys.— 1983.— V. 55, N 3.— P. 645.
7. Fitting H.-J., Friemann J.-U. Monte-Carlo studies of the electron mobility in SiO₂ // Phys. Stat. Sol. (a).— 1982.— V. 69, N 1.— P. 349.
8. Fischetti M. V., DiMaria D. J., Brorson S. D. e. a. Theory of high-field electron transport in silicon dioxide // Phys. Rev. B.— 1985.— V. 31, N 12.— P. 8124.
9. Porod W., Ferry D. K. Monte-Carlo study of high electric field quantum transport in SiO₂ // Physica.— 1985.— V. 134B, N 1.— P. 137.
10. Fröhlich H. Electrons in lattice fields // Adv. Phys.— 1954.— V. 3, N 11.— P. 325.
11. Sparks M., Mills D. L., Warren R. e. a. Theory of electron-avalanche break-down in solids // Phys. Rev. B.— 1981.— V. 24, N 6.— P. 3519.
12. Гадияк Г. В., Травков И. В. Моделирование проводимости диэлектриков в сильных электрических полях // Статистическая механика. Численные методы в кинетической теории газов.— Новосибирск, 1986.
13. Гриценко В. А., Кольдяев В. И., Синеца С. П., Финк В. Д. Монополярная инжекция электронов в МНОП-структурах: эксперимент и математическое моделирование.— Новосибирск, 1984.— (Препринт/АН СССР, Сиб. отд-ние, ИФП; 4).
14. Гадияк Г. В., Травков И. В. Инжекция и перенос заряда в МНОП-структурах // Автометрия.— 1986.— № 5.

Поступила в редакцию 10 февраля 1987 г.

УДК 621.315.592

Ю. А. БЕРЕЗИН, М. П. ФЕДОРУК, В. Н. ХУДИК

(Новосибирск)

БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ДИОДЕ

По мере миниатюризации электронных приборов математические модели полупроводников, основанные на дрейфово-диффузионном [1] или трехмоментном приближении [2], становятся неприменимыми. Наиболее адекватным подходом является в таких случаях кинетический, основанный на использовании уравнений Больцмана для электронов и дырок (в общем случае) с учетом их движения в самосогласованном электрическом поле и процессов рассеяния [3—5]:

$$\frac{\partial f_{n,p}}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_{n,p}}{\partial \mathbf{r}} \mp \frac{e\mathbf{E}}{m_{n,p}^*} \frac{\partial f_{n,p}}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f_{n,p}}{\partial t} \right)_{\text{ст}};$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \nabla \varphi = -4\pi e \left(\int f_p(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} - \int f_n(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} + n^+ - n^- \right).$$

Здесь $f_{n,p}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ — функции распределения электронов и дырок; $m_{n,p}^*$ — масса электронов и дырок. Сложность и неравновесность процессов в полупроводниковых структурах делают практически невозможным аналитическое описание явлений в электронно-дырочной плазме, и возникает необходимость в численном моделировании.

В связи с разработкой численных алгоритмов реализации математических моделей полупроводниковых устройств встает вопрос о «качестве» используемых вычислительных алгоритмов.

В настоящей работе рассмотрены методические вопросы, возникающие при использовании метода частиц для расчета характеристик полупроводникового диода n -типа с баллистическим движением холодных электронов. Получено стационарное аналитическое решение для периодических по электрическому полю граничных условий, которое сравнивается с численным решением.

1. Стационарное решение. В стационарном режиме в пренебрежении диффузией электронов и их рассеянием одномерная задача описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{dx^2} = -\frac{4\pi e}{\epsilon} (n_0 - n); \quad E = -\nabla \varphi = -\frac{d\varphi}{dx}; \quad (1)$$

$$j = env; \quad (2)$$

$$v = (2e\varphi/m^*)^{1/2}. \quad (3)$$

Здесь n , n_0 — соответственно концентрации электронов и донорной примеси; φ — электрический потенциал; ϵ — диэлектрическая проницаемость.

Очевидно, что общее решение уравнения (1) зависит от трех параметров: например, плотности тока j и $\varphi(0)$, $\varphi'(0)$. Поэтому для определения решения необходимо поставить три граничных условия. Два условия для диода очевидны:

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= 0; \\ \varphi(L) &= \varphi_A \end{aligned} \quad (4)$$

— потенциал анода. Третье условие определяется способом инжекции электронов в прикатодную область.

Например, в работе [6] выбрано условие

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad (5)$$

которое отвечает высокому уровню легирования катода (в прикатодной области из-за большого количества свободных электронов нет падения напряжения).

В настоящей работе вместо (5) использовано условие периодичности электрического поля

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=L}, \quad (6)$$

которое означает электрическую нейтральность образца в целом. Действительно, из (1) следует, что полный заряд равен нулю:

$$Q = 4\pi e \int_0^L (n - n_0) dx = (E(L) - E(0)) = 0.$$

Решение уравнения (1) с граничными условиями (4), (6) имеет вид

$$x = \frac{L}{\pi} (\varphi_A/\varphi_{cr}) \left\{ a - \sqrt{a^2 + 4(\varphi/\varphi_A)^{1/2} - 4(\varphi/\varphi_A)} - \arcsin \left(\frac{1 - 2(\varphi/\varphi_A)^{1/2}}{(1 + a^2)^{1/2}} \right) + \arcsin \frac{1}{(1 + a^2)^{1/2}} \right\};$$

$$a^2 = 1/\sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (\varphi_{cr}/\varphi_A)^{1/2} \right] - 1; \quad \varphi_{cr} = 8eL^2 n_0 / \pi \epsilon.$$

Это решение существенно отличается от решения $\tilde{\varphi}(x)$ уравнения (1) с условиями (4), (5) при большом напряжении на аноде $\varphi_A \gg \varphi_{cr}$. В этом случае

$$\begin{aligned} \varphi(x) &\propto x, & j &\propto \varphi_A^{1/2}; \\ \tilde{\varphi}(x) &\propto x^{4/3}, & i &\propto \varphi_A^{3/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Нетрудно показать, что при $\varphi_A \leq \varphi_{cr}$ решения $\varphi(x)$ и $\tilde{\varphi}(x)$ совпадают. Отметим, что в этом случае потенциал $\varphi(x)$ — немонотонная функция координаты x — и возникающее двухпотокное движение электронов неустойчиво.

2. Результаты численного моделирования. Динамика холодной плазмы в диоде с нулевой температурой электронов описывается системой уравнений Власова:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{eE}{m^*} \frac{\partial f}{\partial v} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = - \frac{4\pi e}{\epsilon} (n_0 - n); \quad (9)$$

$$n = \int f dv.$$

Вместо решения кинетического уравнения (8) мы применили прямое моделирование плазмы методом частиц в ячейках [3]. Известно, что наличие колебаний электрического поля с частотой $\omega_{pe} = (4\pi ne^2/\epsilon m^*)^{1/2}$ накладывает жесткое ограничение на порядок аппроксимации уравнений движения электронов по времени. Численные расчеты показали, что при использовании схемы первого порядка по времени даже при $\omega_{pe}\tau \ll 1$ энергия системы экспоненциально нарастала во времени с инкрементом $\gamma \sim \omega_{pe}^2 \tau$. Поэтому для определения траекторий частиц использовалась перекрестная разностная схема второго порядка точности вида

$$\frac{v_j^{n+1/2} - v_j^{n-1/2}}{\tau} = \frac{e_j}{m_j^*} E(x_j^n);$$

$$\frac{x_j^{n+1} - x_j^n}{\tau} = v_j^{n+1/2},$$

которая, как известно, консервативна и устойчива при выполнении неравенства $\omega_{pe}\tau < 2$ [3].

Потенциал $\varphi(x)$ определялся прямым интегрированием уравнения (9). Электрическое поле было отнесено к целым узлам конечно-разностной сетки, а концентрация электронов и потенциал — к полуцелым. Расчетная сетка содержала 100 узлов, число частиц $N = 10^4$.

Численные расчеты показали (в согласии с аналитическим решением), что характеристики диода в баллистическом режиме определяются отношением φ_A/φ_{cr} . Из расчетов следует, что если $\varphi_A \geq \varphi_{cr}$, то имеет место режим стационарного протекания тока. Так, например, при $\varphi_A/\varphi_{cr} \approx 3$ отклонение расчетной зависимости от теоретической составляло не более 3%. Вольт-амперная характеристика, полученная путем

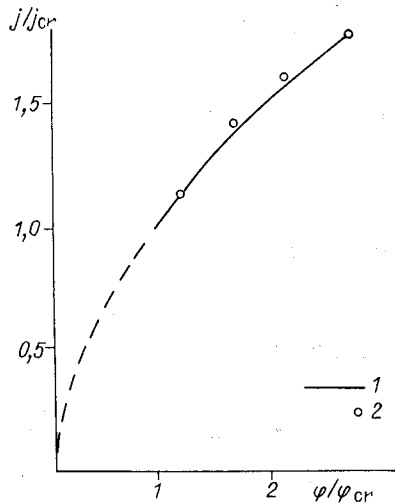


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика прибора: 1 — теоретическая зависимость; 2 — результаты численных расчетов, $j_{cr} = 2q^2L(2n_0^3/\pi\epsilon m^*)^{1/2}$

численных расчетов (при $\varphi_A > \varphi_{cr}$), также хорошо согласуется с теоретической кривой $j \propto \varphi_A^{1/2}$ (рис. 1).

При $\varphi_A < \varphi_{cr}$ распределение электрического потенциала было немонотонным и возникали сильные колебания тока на аноде, так что стационарное состояние в системе не устанавливалось.

В численных расчетах выполнялось условие (см., например, [3])

$$v\tau/h < 1. \quad (10)$$

При моделировании плазмы методом частиц разбиение плоскости (x, t) на ячейки (h, τ) необходимо только для определения потенциала $\varphi(x, t)$ и поля $E(x, t)$. Поле $E(x, t)$ постоянно внутри ячейки в течение времени τ , поэтому размеры τ и h выбираются малыми по сравнению с характерными размерами τ_E, h_E изменения поля $E(x, t)$. Из физических соображений, казалось бы, должно выполняться не условие (10), а более слабое неравенство $v\tau/h_E < 1$.

Например, при $\varphi_A \gg \varphi_{cr}$ имеем $\varphi(x) \approx \varphi_A x/L$ и $E \approx -\varphi_A/L = \text{const}$, т. е. шаг τ может быть любым. Однако даже в этом случае при нарушении неравенства (10) возникают сильные колебания концентрации электронов в диоде и численное решение не согласуется с полученным в разд. 2 аналитическим решением. Это связано со способом инжекции электронов при решении периодической задачи методом частиц. Действительно, электроны, поглощенные анодом в течение времени τ , инжектируются в первую ячейку, прилегающую к катоду. Их скорость в момент инжекции равна нулю в соответствии с тем, что температура электронов $T = 0$.

Через время τ в эту ячейку инжектируется новая группа электронов, а электроны первой группы к этому времени приобретут скорость $v' = eE\tau/m^*$. Очевидно, что в течение всего времени движения в диоде $t_0 \approx L/V_0$ ($V_0 = (2e\varphi_A/m^*)^{1/2}$) эти две группы разойдутся на расстояние

$$l \approx v't_0 = (eE\tau/m^*) \frac{L}{(2e\varphi_A/m^*)^{1/2}} \approx \frac{1}{2} V_0 \tau.$$

Если $V_0\tau \gg h$, между этими группами в процессе движения возникают ячейки с нулевой концентрацией электронов. Таким образом, за время $t \approx t_0$ происходит разбиение гладкого начального распределения концентрации на отдельные «сгустки плотности». На рис. 2 представлены численные расчеты и аналитическое решение при $\varphi_A/\varphi_{cr} \approx 3$. Видно хо-

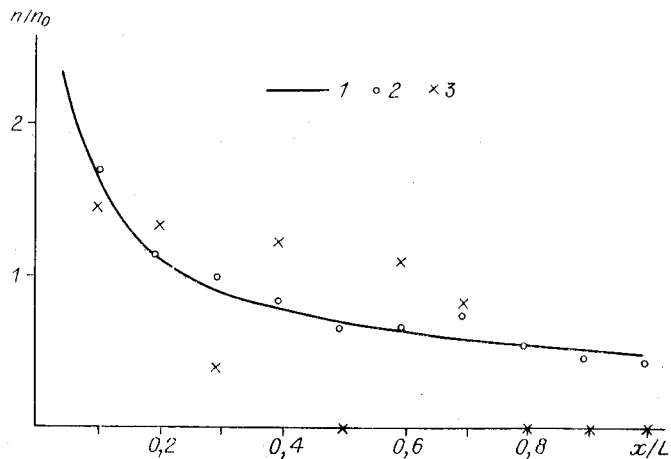


Рис. 2. Распределение концентрации электронов:

1 — теоретическая зависимость; 2 — $V_0\tau/h = 0,95$; 3 — $V_0\tau/h \approx 3,5$

рошее количественное согласие данных расчета и стационарного решения при $V_0\tau/h < 1$ и возникновение сильных флуктуаций концентрации электронов при $V_0\tau/h \gg 1$.

Таким образом, в данной работе нами получено новое стационарное аналитическое решение для полупроводниковой структуры n -типа с баллистическим движением холодных электронов. Это решение в случае, когда $\Phi_A \geq \Phi_{cr}$, совпадает с соответствующим решением работы [6], однако вольт-амперная характеристика диода во всем интервале напряжений удовлетворяет закону $j \propto \Phi_A^{1/2}$. Показано, что особенности реализации граничных условий в методе частиц приводят к необходимости выполнения условия Куранта $v\tau/h < 1$, что подтверждается сравнением численного решения с аналитическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Scharfetter D. L., Gummel H. K. Large-signal analysis of silicon Read diode oscillator // IEEE Trans. Electron. Devic.— 1969.— V. ED-16.— P. 64.
2. Blotekjaer K. Transport equations for electrons in two-valley semiconductors // IEEE Trans. Electron.— Devic.— 1970.— V. ED-17.— P. 38.
3. Hockey R. W., Eastwood J. W. Computer simulation using particles.— N. Y.: McGraw-Hill, 1983.
4. Баннов П. А., Рыжий В. И., Волков Ю. А. и др. Математическое моделирование электронно-дырочной плазмы полупроводников методами макрочастиц.— М., 1987.— (Препринт/АН СССР, Ин-т общей физики; 26).
5. Кустов В. Л., Рыжий В. И., Сигов Ю. С. О нелинейных режимах неустойчивости плазмы полупроводников в сильном магнитоэлектрическом поле при неупругом рассеянии электронов на оптических фононах // ЖЭТФ.— 1980.— Т. 79, вып. 6.
6. Shur M. S., Eastman L. F. Ballistic transport in semiconductor at low temperatures for low-power high-speed logic // IEEE Trans. Electron. Devic.— 1979.— V. ED-26.— P. 1677.

Поступила в редакцию 12 января 1988 г.

УДК 621.315.592

Ю. И. БАЛКАРЕЙ, А. В. ГРИГОРЬЯНЦ, М. И. ЕЛИНСОН,
Ю. А. РЖАНОВ
(Москва)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ОПТИЧЕСКОГО МУЛЬТИСТАБИЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА С ДВУМЯ КОНКУРИРУЮЩИМИ МЕХАНИЗМАМИ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Известно, что в оптических бистабильных системах с двумя конкурирующими механизмами нелинейности возможны автоколебания интенсивности прошедшего излучения. Такие автоколебания экспериментально наблюдались в гибридной схеме [1], а также в чисто оптических резонаторной и безрезонаторной [2, 3] бистабильных системах. В настоящей работе приводятся результаты анализа математической модели и численного моделирования одной из таких систем с учетом возможных пространственно-неоднородных явлений, предсказанных нами в [4].

Рассмотрим полупроводниковый интерферометр Фабри — Перо с двумя механизмами дисперсионной оптической нелинейности разного знака — концентрационной и тепловой. Интерферометр накачивается плоской волной с длиной λ и интенсивностью I_0 . Определяющими процессами являются межзонная генерация носителей и разогрев полупроводника вследствие их рекомбинации. Динамика системы с учетом биполярной диффузии носителей и теплопроводности в плоскости пласти-