

С. В. МИХЛЯЕВ, П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ
(Новосибирск)

ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Известны оптические аналоговые системы для матричных вычислений, реализующие преобразование вида $D_0 = ABC$, где A , B и C — матрицы, задаваемые с помощью последовательно расположенных по ходу светового пучка пространственных модуляторов света (ПМС) [1, 2]. Такие системы могут быть использованы при спектральном анализе изображений [1], многоканальной обработке сигналов, решении задач цифрового поиска [3], преобразовании массивов цифровых данных [4]. Поскольку умножение матриц не коммутативно, то различные соотношения в матричном произведении оказываются в неравных условиях по отношению к возможностям использования для их задания тех или иных устройств ввода данных. Это обстоятельство ограничивает область применения таких систем. В частности, алгоритм спектрального анализа изображений требует, чтобы в известных системах фрагмент анализируемого изображения, представленный матрицей B , был обязательно задан с помощью ПМС в средней плоскости оптической системы. Это ограничение не всегда приемлемо, поскольку в ряде случаев для задания фрагмента изображения предпочтительнее использовать такие простые, быстродействующие и технологичные светозлучающие устройства, как матрицы светодиодов или лазерных диодов, яркостные телевизионные трубки и т. п., либо непосредственно анализировать реальное изображение без предварительной регистрации его на ПМС.

В настоящем сообщении предлагается новое схемотехническое решение оптической системы, осуществляющей параллельное вычисление произведения трех матриц, существенно расширяющее круг устройств, применимых для задания элементов средней матрицы [5].

На рис. 1 в двух проекциях показана оптическая схема системы. На ее входе установлена матрица светодиодов 1, используемая для задания элементов матрицы $A = \|a_{ij}\|$. Две другие матрицы $B = \|b_{ij}\|$ и $C = \|c_{ij}\|$ задаются соответственно на первом 2 и втором 3 ПМС. Результирующая матрица $D = \|d_{ij}\|$ формируется в матричном формате в плоскости многоэлементного фотоприемника 4. Пространственное разведение световых пучков, необходимое для вычисления произведения трех матриц, осуществляется с помощью анаморфотных оптических звеньев, составленных из сферических и цилиндрических объективов.

Определим закон преобразования световых пучков в системе. Для этого обратимся к рис. 2, где показан ход световых пучков между плоскостями $P_1 - P_4$ системы, в которых задаются исходные матрицы A , B , C и формируется результирующее световое распределение D . Для определенности рассмотрим случай перемножения матриц размерностью $N \times N$ и примем такую их ориентацию, что первый индекс матричного элемента будет соответствовать номерам строк матриц вдоль координаты Y , второй индекс — номерам столбцов матриц вдоль координаты X . Найдем импульсный отклик системы, описывающий результат преобразования светового пучка, соответствующего одному, например (i, j) -му, светодиоду, задающему элемент a_{ij} матрицы A .

Световое распределение на выходе системы (в плоскости фотоприемника) можно полу-

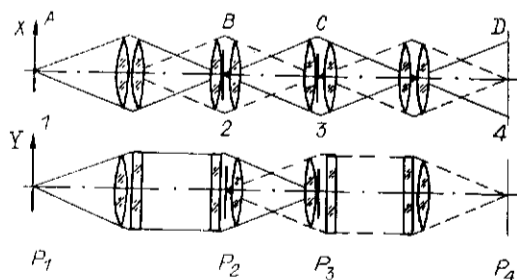


Рис. 1

чить путем суммирования световых потоков от всех элементов (светодиодов) матрицы A . Поскольку плоскости P_1 и P_2 сопряжены по координате X , то в плоскости P_2 формируется вертикальная световая полоса (за счет дефокусировки по координате Y) с интенсивностью, пропорциональной a_{ij} , модулируемая далее j -м столбцом матрицы B . В результате световое распределение на выходе плоскости P_2 описывается выражением

$$I_2(i, j, k) = a_{ij} b_{kj}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Так как по координате Y плоскости P_1 и P_3 сопряжены, то световое распределение (1) фокусируется в плоскости P_3 в узкую горизонтальную полосу (за счет дефокусировки по координате X) и модулируется i -й строкой матрицы C . В результате световое распределение на выходе плоскости P_3 можно представить в виде

$$I_3(i, j, m) = \left\{ \sum_{k=1}^N I_2(i, j, k) \right\} c_{im}, \quad m = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Учитывая, что дальнейшее распространение светового потока, пропорционального (2), до плоскости P_4 происходит при условии проецирования плоскости P_3 в плоскость P_4 по координате X (соответствует индексу m в соотношении (2)) и плоскости P_2 в плоскость P_4 по координате Y (соответствует индексу k в выражении (1)), получим, что световое распределение в пределах (k, m) -го элемента результирующей матрицы D в плоскости P_4 (или (k, m) -го элементарного фотоприемника), представляющее собой искомый импульсный отклик, будет пропорционально

$$I_4(i, j, k, m) = I_2(i, j, k) c_{im} = b_{kj} a_{ji}^T c_{im}, \quad (3)$$

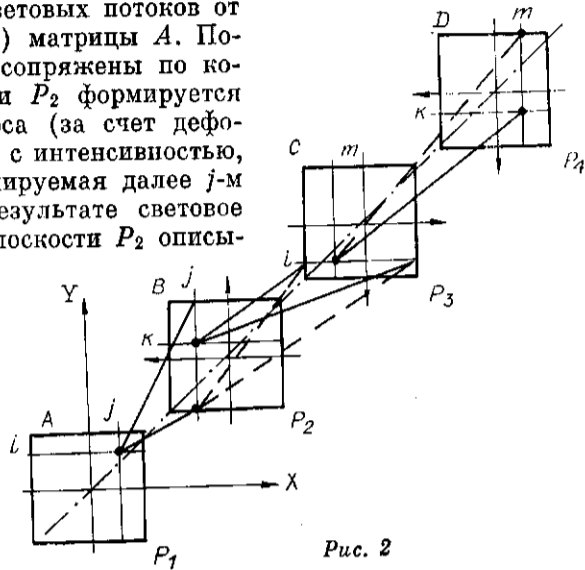
где T — символ транспонирования. Значение матричного элемента d_{km} результирующей матрицы D получается тогда из (3) путем суммирования по i, j :

$$d_{km} = \sum_{i,j=1}^N I_4(i, j, k, m) = \sum_{i,j=1}^N b_{kj} a_{ji}^T c_{im}. \quad (4)$$

Соотношение (4) означает, что интенсивность светового распределения в плоскости фотоприемника пропорциональна результату перемножения трех исходных матриц (с точностью до транспонирования):

$$D = BA^T C. \quad (5)$$

Существенным является то, что матрица A , задаваемая в первой (по ходу световых лучков) плоскости системы P_1 , становится внутренней в произведении трех матриц (5). Для сравнения отметим, что в известных системах [1, 2] для получения произведения (5) на первом транспаранте должна быть задана матрица B , на втором — A и на третьем — C . Отмеченная особенность предлагаемой системы дает возможность при вычислении произведения (5) задавать элементы средней матрицы A с помощью светодиодов (лазерных диодов), яркостной телевизионной трубки и т. п. Кроме того, в плоскость P_1 системы может быть спроецировано реальное изображение в качестве средней матрицы без предва-



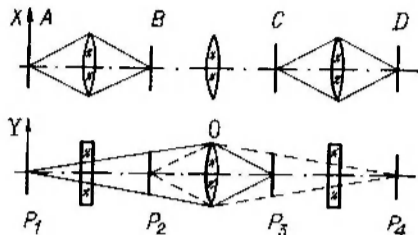


Рис. 3

рительной его регистрации на ПМС. Отметим также, что предлагаемая оптическая система в сравнении с известными [1, 2] может быть выполнена в меньших габаритах. На рис. 3 показан один из возможных вариантов системы, содержащий только три оптических элемента; сферический объектив O в этом случае работает в режиме двойного проецирования плоскостей P_1 в P_3 и P_2 в P_4 .

В заключение оценим предельные размерности умножаемых матриц. По координате X размерность матриц ограничивается дифракцией на апертуре системы D . Если Δ — размер элемента матрицы A (или C) по этой координате, то предельные размерности матриц можно оценить из выражения

$$N = D/(\Delta + 2\lambda F/D), \quad (6)$$

где F — фокусное расстояние проекционных объективов. При $\Delta = \Delta_{\min} = 2\lambda F/D$ из (6) получаем оценку $N = M/2$, где $M = D^2/2\lambda F$ — предельное количество элементов разрешения оптической системы.

По координате Y размерности матриц ограничиваются дифракцией на апертурах транспарантов, задающих отдельные элементы матриц B и C . Если Δ_i — размеры элементов матриц в плоскостях P_i по координате Y , а N_i — размерности соответствующих матриц ($i = 1, \dots, 4$), то для оценок можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} N_1 = N_3 = D/\Delta_3; \quad N_2 = N_4 = D/\Delta_4; \\ \Delta_3 = \Delta_1 + 2\lambda F/\Delta_2; \quad \Delta_4 = \Delta_2 + 2\lambda F/\Delta_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) для $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_{\min}$ следует, что

$$N_1 \times N_2 = N_3 \times N_4 = M/(2 + 1/M). \quad (8)$$

Таким образом, как и в известных системах [1, 2], предельные размерности матриц по разным координатам оказываются различными. По координате X размерности матриц в предлагаемой и известной системах [1] одинаковы. По координате Y в соответствии с (8) получается значение, несколько меньшее, чем в известной системе, что обусловлено взаимной зависимостью дифракционных эффектов (7) на элементах ПМС, расположенных в плоскостях P_2 и P_3 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривенков Б. Е., Михляев С. В., Твердохлеб П. Е., Чугуй Ю. В. Некогерентная оптическая система для выполнения матричных преобразований // *Автоматрия*.— 1975.— № 3.
2. Nakano H., Notate K. Real-time processing of the multiple matrix product using an incoherent optical system // *Appl. Opt.*— 1985.— 24, N 23.— P. 4238.
3. Гофман М. А., Кибирев С. Ф., Кривенков Б. Е. и др. Многоканальный поиск в некогерентной оптической системе памяти // *Автоматрия*.— 1976.— № 6.
4. Твердохлеб П. Е. Организация системы для многоканальной параллельной обработки массивов данных // *Там же*.— 1981.— № 1.
5. Положительное решение на заявку 4212459/24-24(044251). Оптическое устройство для вычисления произведения трех матриц/С. В. Михляев, П. Е. Твердохлеб.— Принято 20.03.87.

Поступила в редакцию
8 сентября 1988 г.