

## УПРАВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

УДК 539.238 : 535

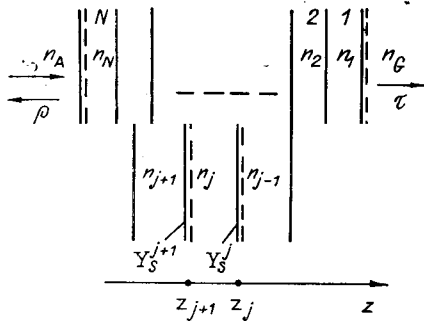
Ю. В. ТРОИЦКИЙ  
(Новосибирск)

### РАСЧЕТ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МНОГОСЛОЙНИКОВ С ПОТЕРЯМИ НА ГРАНИЦАХ СЛОЕВ

Многослойные диэлектрические покрытия являются непременной частью устройств современной оптики и лазерной техники и нередко определяют технический уровень и предельные параметры этих устройств (добротность оптических резонаторов, разрешение интерферометров и фильтров, лучевая прочность и т. п.). Дальнейшее совершенствование многослойных диэлектрических систем невозможно без учета таких факторов, как поглощение и рассеяние света. Традиционный подход, казавшийся наиболее правильным, состоит в том, чтобы считать поглощение распределенным в объеме диэлектриков, приписывая им комплексный показатель преломления  $\tilde{n} = n - i\chi$ ; в этом случае показатель поглощения  $\chi$  может учитывать не только поглощение, но и рассеяние в объеме. Однако эксперименты последних лет показали, что в большинстве случаев, по крайней мере в области видимого света, существенны потери, локализованные вблизи границ слоев в областях, толщина которых значительно меньше длины волны. Это относится и к поглощению [1, 2], и к рассеянию [3, 4]. Количественный расчет таких систем [5, 6] в настоящее время основан на том, что потеря энергии на каждой границе считается пропорциональной квадрату напряженности электрического поля  $E$  на этой границе. При этом  $E$  вычисляется в предположении отсутствия потерь. Коэффициенту пропорциональности не придается никакого физического смысла. Этот расчет применим лишь при малых потерях, так как с их ростом поле в многослойнике начинает отклоняться от поля невозмущенной системы и становится неизвестным. Невозможно найти влияние поглощения на коэффициенты пропускания и отражения, на фазовые параметры и т. п. Кроме того, возникают неясности при усложнении задачи (например, наклонное падение и пр.).

В [7] предложен вариант расчета, при котором уточнена физическая природа поглощения: считается, что на границе двух диэлектриков расположена проводящая поверхность, в которой возникают омические потери. Граничные условия на проводящей поверхности [8] заключаются в том, что тангенциальная компонента  $E_t$  напряженности электрического поля непрерывна, а тангенциальная компонента  $H_t$  напряженности магнитного поля претерпевает скачок, равный (в системе единиц СИ) поверхностной плотности тока  $J$ . Эти граничные условия в области оптических частот должны быть обобщены [9, 10]: приходится считать, что поверхностная плотность тока  $J$  может быть сдвинута по фазе по отношению к вызывающему его полю  $E_t$  и вследствие этого поверхностная проводимость  $Y_s = J/E_t$  является комплексной величиной.

В [7] рассмотрены два возможных способа расчета многослойников при наличии проводящей поверхности на границах: с использованием характеристических матриц и рекуррентных формул Власова; во втором



случае проводящая поверхность заменяется однородной поглощающей прослойкой очень малой (например, меньше  $\lambda/100$ ) толщины с параметрами, четвертьволнового многослойника.

Целью настоящей работы является вывод формул для расчета коэффициентов пропускания и отражения при нормальном падении в произвольной многослойной системе с учетом потерь на границах слоев. Эта система (см. рисунок) состоит из  $N$  слоев диэлектриков с абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_j$  (в общем случае комплексной) и магнитной проницаемостью  $\mu_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). Многослойник заключен между средами  $\epsilon_A, \mu_A$  и  $\epsilon_G, \mu_G$ , которые будем называть воздухом и подложкой. На каждой границе имеется проводящая поверхность с проводимостью  $Y_s^j$  ( $j = 1, 2, \dots, N + 1$ ). Электрическое поле ( $x$ -компоненту) в  $j$ -й среде можно записать как  $E_j(z) = E_j^+ \exp(-ik_j z) + E_j^- \exp(ik_j z)$ , где  $k_j = \omega \sqrt{\epsilon_j \mu_j}$ . Вводя волновую проводимость  $j$ -й среды  $Y^j = \sqrt{\epsilon_j / \mu_j}$ , для  $y$ -й компоненты магнитного поля можно записать:  $H_j(z) = Y^j [E_j^+ \exp(-ik_j z) - E_j^- \exp(ik_j z)]$ . Граничные условия при  $z = z_j$

$$E_j(z_j) = E_{j-1}(z_j); \quad (1)$$

$$H_j(z_j) - H_{j-1}(z_j) = Y_s^j E_j(z_j).$$

Обозначим  $Y_{\text{вх}}^{j-1} = H_{j-1}(z_j + 0)/E_{j-1}(z_j)$  входную проводимость слоистой системы, расположенной вправо от плоскости  $z = z_j$  (не включая проводимость границы  $Y_s^j$ , см. рисунок). Подставляя в (1) эту величину и выражения для полей, получаем рекуррентную формулу для входной проводимости системы, расположенной вправо от плоскости  $z = z_{j+1}$ :

$$Y_{\text{вх}}^j \equiv \frac{H_j(z_{j+1} + 0)}{E_j(z_{j+1})} = Y^j \frac{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y_s^j + iY^j \operatorname{tg} \varphi_j}{Y^j + i(Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y_s^j) \operatorname{tg} \varphi_j}, \quad (2)$$

здесь  $\varphi_j = k_j(z_j - z_{j+1})$ . Формула (2) показывает, почему при наличии проводящих поверхностей удобнее использовать проводимости (адмиттансы), а не импедансы [11]. Проводимость поверхности  $Y_s^j$  просто суммируется с входной проводимостью  $Y_{\text{вх}}^{j-1}$  остальной системы, и вследствие этого формулы выглядят очень просто. Кроме того, так как волновые проводимости сред пропорциональны показателям преломления, то получается система параметров, привычная для оптики. Подставляя последовательно параметры слоев, начиная от подложки (следует положить  $Y_{\text{вх}}^0 = Y^G$ ), можно найти входную проводимость  $N$ -го слоя  $Y_{\text{вх}}^N$ , а затем вычислить комплексный коэффициент отражения всего многослойника:

$$\rho = \frac{Y^A - Y_s^{N+1} - Y_{\text{вх}}^N}{Y^A + Y_s^{N+1} + Y_{\text{вх}}^N}. \quad (3)$$

Для нахождения коэффициента пропускания  $\tau$  следуем методике [11], но с другими граничными условиями. Это позволяет найти отно-

шение полей волн, бегущих в положительном направлении оси  $z$ , в плоскостях  $z = z_j$  и  $z = z_{j+1}$  (вправо от этих плоскостей):

$$\frac{E_{j-1}^+(z_j+0)}{E_j^+(z_{j+1}+0)} = \frac{Y^j}{Y^{j-1}} \frac{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y^{j-1}}{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y_s^j + Y^j} e^{-i\varphi_j} \quad (4)$$

$(j = 1, 2, 3, \dots, N; Y^0 = Y^G).$

Перемножая вычисляемые последовательно отношения типа (4), получаем

$$\frac{E_G^+}{E_N^+} = \frac{E_G^+}{E_1^+} \frac{E_1^+}{E_2^+}, \dots, \frac{E_{N-1}^+}{E_N^+} = \frac{Y^N}{Y^G} \prod_{j=1}^N \frac{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y^{j-1}}{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y_s^j + Y^j} e^{-i\varphi_j}. \quad (5)$$

Здесь  $E_G^+$  — поле волны, прошедшей в подложку;  $E_N^+$  — поле в  $N$ -м слое вблизи границы с воздухом. Применяем еще раз формулу (4) для границы воздух —  $N$ -й слой (для чего нужно положить  $\varphi_j \rightarrow 0$ ,  $Y^{j-1} = Y^N$ ,  $Y^j = Y^A$ ;  $Y_s^{N+1}$  — поверхностная проводимость этой границы), находим отношение поля  $E_N^+$  к полю падающей волны  $E_A^+$  и получаем искомую формулу для комплексного коэффициента пропускания многослойника:

$$\tau = \sqrt{\frac{\text{Re } Y^G}{\text{Re } Y^A}} \frac{Y^A}{Y^G} \frac{Y_{\text{вх}}^N + Y^N}{Y_{\text{вх}}^N + Y_s^{N+1} + Y^A} \prod_{j=1}^N \frac{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y^{j-1}}{Y_{\text{вх}}^{j-1} + Y_s^j + Y^j} e^{-i\varphi_j} \quad (6)$$

(при  $j=1$   $Y^{j-1} = Y^G$ ). Здесь  $\tau$  определено как отношение  $(E_G^+/E_A^+)(\sqrt{\text{Re } Y^G}/\sqrt{\text{Re } Y^A})$ , чтобы обеспечить равенство  $|\tau|^2$  энергетическому коэффициенту пропускания.

При  $Y_s^j = 0$  формулы (2), (3) и (6) переходят в уже известные [11, 12].

Для оптической области спектра  $\mu_j = \mu_0$  и отношение  $Y^j/Y_0$  (где  $Y_0 \equiv \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} = (377 \text{ Ом})^{-1}$ , параметры  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  относятся к вакууму) численно равно показателю преломления сред  $\widehat{n}_j = n_j - i\chi_j$ .

Тогда формулы (2), (3) и (6) переходят в следующие (считаем среды  $A$  и  $G$  непоглощающими):

$$y_j = \widehat{n}_j \frac{y_{j-1} + \xi_j + i\widehat{n}_j \text{tg } \varphi_j}{\widehat{n}_j + i(y_{j-1} + \xi_j) \text{tg } \varphi_j}, \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad (7)$$

$$\rho = (n_A - \xi_{N+1} - y_N)/(n_A + \xi_{N+1} + y_N); \quad (8)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{n_A}{n_G}} \frac{y_N + \widehat{n}_N}{y_N + \xi_{N+1} + n_A} \prod_{j=1}^N \frac{y_{j-1} + \widehat{n}_{j-1}}{y_{j-1} + \xi_j + \widehat{n}_j} e^{-i\varphi_j}. \quad (9)$$

Здесь введены обозначения:  $y_j \equiv Y_{\text{вх}}^j/Y_0$ ,  $\xi_j \equiv \xi_j' + i\xi_j'' \equiv Y_s^j/Y_0$  — проводимости, приведенные к  $Y_0$ ; при  $j=1$   $y_{j-1} = \widehat{n}_{j-1} = n_G$ . Формулы (7) — (9) очень удобны для численного счета, так как наличие поглощения  $Y_s \neq 0$  почти не приводит к усложнению программы. Их применение при  $\chi_j = 0$ ,  $\xi \neq 0$  дало нам экономию машинного времени в несколько раз по сравнению с использованием рекуррентных формул Власова при наличии объемного поглощения. При этом можно считать  $\xi$  действительной величиной, так как  $\xi''$  практически не влияет на результат расчета [7].

Оценим порядок величины  $Y_s$ . Для диэлектрических четвертьволновых зеркал среднего качества в видимом диапазоне типичные значения коэффициента поглощения  $A^Q = 1 - |\rho|^2 - |\tau|^2$  имеют порядок  $2 \cdot 10^{-3}$ . Будем считать, что все это поглощение локализовано на границах:  $\chi_j = 0$ . Тогда величину  $A^Q$  при  $\xi_j = \xi$ ,  $n_A = 1$ ,  $n_N > n_{N-1}$  и  $N \rightarrow \infty$  можно вычислить при помощи формулы [7]

$$A^Q = \frac{4\xi'}{n_H^2 - n_L^2}, \quad (10)$$

где  $n_H$  и  $n_L$  — показатели преломления двух диэлектриков, из которых состоит многослойник. При подстановке  $n_H = 2,3$  и  $n_L = 1,35$  для  $A^0 = 2 \cdot 10^{-3}$  получаем  $\xi' = 1,7 \cdot 10^{-3}$ , т. е.  $1/\text{Re}[Y_s] = 220$  кОм на квадрат поверхности.

Вопрос о физической природе тонких поглощающих прослоек на границах слоев, по-видимому, пока остается открытым. Сделаем оценки для нескольких возможных вариантов. Для этого предположим, что прослойка однородна, имеет геометрическую толщину  $h$  и состоит из поглощающего материала с комплексным показателем преломления  $n - i\chi$ . Тогда при  $h \ll \lambda$  получаем [9, 10]

$$\xi' = 2n\chi\omega h/c; \quad (11)$$

$$\xi'' = (n^2 - \chi^2)\omega h/c. \quad (12)$$

Предположим, что имеется металлическая пленка, и оценим ее толщину. Например, для молибдена ( $n = 3,36$  и  $\chi = 3,73$  при  $\lambda = 496$  нм [13]) для  $\xi' = 1,7 \cdot 10^{-3}$  получаем  $h = \xi'\lambda/(4\pi n\chi) \approx 5 \cdot 10^{-3}$  нм. Это меньше моноатомного слоя и, следовательно, может быть получено лишь с несплошными, островковыми пленками. Во всяком случае равенство  $h \ll \lambda$ , необходимое для использования модели проводящей поверхности, выполняется с очень большим запасом. Если материал — графит, то при  $\lambda = 630$  нм,  $n = 2,75$ ,  $\chi = 1,46$  [13] получаем  $h \approx 2 \cdot 10^{-2}$  нм.

Как уже упомянуто выше, на границах слоев, кроме поглощения, имеет место (а иногда и преобладает) локализованное рассеяние. Причиной могут быть отдельные «пятна» проводящего покрытия, на которых происходит дифракция света, или шероховатая граница. В некоторых случаях нас интересует не рассеянный свет, а лишь зеркально отраженная и проходящая плоские волны (нулевой порядок дифракции). Если считать, что коэффициенты  $\rho$  и  $\tau$  относятся лишь к этим волнам, то  $A = 1 - |\rho|^2 - |\tau|^2$  характеризует потери на рассеяние. Можно попробовать использовать полученные выше формулы, вводя некоторое эквивалентное значение  $\xi'_{\text{эkv}}$ , которое обеспечивает заданную величину потерь;  $\xi'_{\text{эkv}}$  имеет смысл поверхностной проводимости излучения. В принципе,  $\xi'_{\text{эkv}}$  может быть определено, если известны параметры рассеивающей структуры. Так, в случае неоднородной границы в виде выступов одного диэлектрика ( $n_1$ ), проникающих в другой диэлектрик ( $n_2$ ), и гауссовой функции распределения координат «в высоту» (среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ ) для одиночной границы справедлива следующая формула [7]:

$$\xi'_{\text{эkv}} = 4\pi(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)^2 \sigma^2/\lambda^2. \quad (13)$$

Считается, что  $\sigma \ll \lambda$ , а характерная длина функции автокорреляции вдоль поверхности значительно превышает  $\lambda$ . Конечно, при наличии нескольких рассеивающих границ возможна интерференция рассеянного света. Учет этого фактора зависит от корреляции шероховатостей на последовательно расположенных границах.

В заключение можно высказать надежду, что полученные формулы для расчета параметров многослойных систем с локализованным поглощением соответствуют реальной ситуации для видимого диапазона длин волн в большей степени, чем формулы, учитывающие лишь объемное поглощение. Применение модели проводящей поверхности автоматически обеспечивает выполнение уравнений Максвелла для поля в системе и избавляет от необходимости произвольно «конструировать» граничные условия. Величину поверхностной проводимости каждой отдельной границы легко связать с коэффициентом поглощения света на этой границе. Так, если проводящая поверхность расположена на границе двух диэлектрических сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ , то справедлива формула [9, 10]  $\xi' = n_2 A_1/T$ , где  $A_1$  — коэффициент поглощения границы при падении света из среды  $n_1$ ;  $T$  — коэффициент пропускания.

Полученные здесь формулы довольно просты и, по-видимому, способны дать заметное сокращение времени численного счета по сравне-

нию с формулами для объемного поглощения. Это облегчает решение задач расчета и оптимизации многослойных систем различного назначения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Temple P. A. Measurement of thin-film optical absorption at the air-film interface within the film and the film-substrate interface // Appl. Phys. Lett.—1979.—34.— P. 677.
2. Coriand F., Walther H.-G., Welsch E. e. a. Measurement of the thickness dependence of absorption in  $\text{HfO}_2$  and  $\text{ZnS}$  single-layer films // Thin Solid Films.—1985.—130.— P. 29.
3. Hensler D. H., Cuthbert J. D., Martin R. J., Tien P. K. Optical propagation in sheet and pattern generated films of  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  // Appl. Opt.—1971.—10.— P. 1037.
4. Griffin J. W., Stahl K. A., Matson B. S., Pawlewicz W. T. Relative importance of surface and volume scattering in all-dielectric mirrors // Appl. Opt.—1986.—25.— P. 1532.
10. Троицкий Ю. В. Одночастотная генерация в газовых лазерах.—Новосибирск: Наука, 1975.
11. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.—М.: Наука, 1973.
12. Salzberg B. Propagation of electromagnetic waves through a stratified medium // JOSA.—1950.—40.— P. 465.
13. Золотарев В. М., Морозов В. Н., Смирнов Е. В. Оптические постоянные природных и технических сред.—Л.: Химия, 1984.

*Поступила в редакцию 3 июня 1988 г.*

УДК 621.378.335.8

С. А. ГОНЧУКОВ, Е. Д. ПРОЦЕНКО, П. А. УСОВ  
(Москва)

### СТАБИЛИЗИРОВАННЫЙ ДВУХМОДОВЫЙ ЛАЗЕР С УПРАВЛЯЕМОЙ ВНУТРИРЕЗОНАТОРНОЙ ФАЗОВОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

1. Двухмодовые лазеры видимого диапазона спектра находят широкое применение в различных лазерных измерительных системах как источники промодулированного когерентного излучения [1—3] или датчики, например, характеристик движения [4] и спектроскопических параметров [5]. Особое место среди них занимают лазеры в режиме генерации двух мод с различными поляризациями и заданным частотным расщеплением  $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$  между ними ( $\omega_1$  и  $\omega_2$  — оптические частоты мод). Использование He—Ne-лазеров на длине волны 0,63 мкм в таком режиме генерации вместо одномодовых в измерительных интерферометрах позволило примерно на порядок повысить точностные характеристики интерферометров за счет переноса спектра информативного сигнала на частоту межмодовых биений [2]. На практике в измерительных интерферометрах относительные стабильность и воспроизводимость частоты (длины волны) лазерного излучения должны быть не хуже  $10^7$ . Необходимая стабилизация обычно осуществляется методом сравнения