

2. Григорьянц В. В., Ильин Ю. Б., Константинов В. П. Формирование и обработка сигналов в устройствах на основе волоконных световодов // Итоги науки и техники. Сер. Связь.— М.: ВИНТИ, 1988.— Т. 1.
3. Гуляев Ю. В., Деметтиенко В. В., Львова М. В. и др. Волоконно-оптический элемент хранения информации // Письма в ЖТФ.— 1986.— 12, вып. 6.
4. Бусурин В. И., Семенов А. С., Удалов Н. П. Оптические и волоконно-оптические датчики (обзор) // Квантовая электрон.— 1985.— 12, № 5.

Поступило в редакцию 15 декабря 1988 г.

УДК 681.327.68 : 778.38

Б. В. ВАНЮШЕВ
(Новосибирск)

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТЕЙ ВОССТАНОВЛЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗУ

Введение. Вопросам оценки достоверности считывания информации в ГЗУ посвящен ряд работ [1—3], где расчет достоверности проводится без учета специфики ГЗУ — страничной организации данных, что в конечном итоге может приводить к завышению расчетной надежности считывания информации.

В ГЗУ при считывании голограмм восстанавливаются изображения страницы данных в виде массивов световых точек (оптических «1» и «0»), которые, обладая разной мощностью (разбросом), образуют массивы случайных величин $X_1^1, X_2^1, \dots, X_n^1$ и $X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0$ для оптических «1» и «0» соответственно (в общем случае количество n оптических «1» и «0» может быть не равно друг другу). В этом случае вероятность ошибочного считывания оптической «1» или «0» представляет собой вероятность того, что среди n оптических «1» (или «0») страницы данных минимальная мощность «1» (максимальная мощность «0») окажется меньше (больше) некоторого порогового значения Θ . Нахождение подобной вероятности является классической задачей теории экстремальных порядковых статистик [4, 5]. Отметим, что с таких позиций расчет достоверности считывания информации в ГЗУ в литературе до сих пор не рассматривался.

Цель данного сообщения — теоретическое и экспериментальное исследование распределений максимума мощности оптического «0» и минимума мощности оптической «1» восстановленных изображений голограмм в предположении независимости и одинаковой распределенности (НОР) исходного массива оптических «1» и «0». Распределения этих экстремумов необходимы для расчета достоверности считывания информации.

Вследствие большого объема выборки n в ГЗУ вопрос рассмотрен с позиций асимптотической теории экстремальных порядковых статистик [4, 5].

Если исходный массив оптических «0» и «1» в восстановленном изображении голограммы удовлетворяет условию НОР случайных величин, то плотность вероятности $p(x)$ может быть записана в виде [4]

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2}{xV^2} \exp\left[-\frac{2}{xV^2}(\bar{x} + x)\right] I_0\left(\frac{4x^{1/2}}{\bar{x}^{1/2}V^2}\right), & x \geq 0; \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где x и \bar{x} — мощность и математическое ожидание мощностей оптических «0» (x^0, \bar{x}^0) или «1» (x^1, \bar{x}^1); I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; $V = \sigma/\bar{x}$ — коэффициент вариации случайной величины x ; σ — среднее квадратическое отклонение случайной величины x .

Для распределения максимума важно поведение случайной величины при ее больших значениях (теоретически при $x \rightarrow \infty$). Учитывая в (1) асимптотическое поведение функции I_0 при $x \rightarrow \infty$ и воспользовавшись предельными теоремами [4], можно показать, что предельной функцией распределения величины $(Z_n - a_n)/b_n$ для оптических «0» (или «1») является функция

$$H_{3,0}(z) = \exp(e^{-z}), \quad (2)$$

где Z_n — максимальное значение случайной величины $z = (x/\bar{x})^{1/2}$; a_n и b_n — центрирующие и нормирующие константы соответственно. Константы a_n и b_n задаются условиями упомянутых предельных теорем и в нашем случае определяются из со-

отношений

$$a_n = \left[(2 \ln n)^{1/2} - \frac{\ln \ln n + \ln \frac{32\pi^2}{V^2}}{4 (2 \ln n)^{1/2}} \right] \frac{V}{2} + 1; \quad (3)$$

$$b_n = \frac{V}{2} (2 \ln n)^{-1/2}. \quad (4)$$

Распределение минимума случайной величины зависит от поведения левого «хвоста» функции (1). Учитывая в (1) поведение функции I_0 в области малых значений аргумента x ($x \rightarrow 0$) и применяя предельные теоремы [4], заключаем, что предельной функцией распределения величины $(W_n - c_n)/d_n$ мощности оптических «1» является функция

$$1/n = (d_n/2\pi)^{1/2} \frac{\exp(-z^0 - a_n/b_n)}{2(1 - d_n)/V}. \quad (6)$$

Экспериментальные результаты. Сравнение теоретических и экспериментальных распределений производилось на основе «вероятностных бумаг» [5] отдельно для распределений максимума и минимума мощностей оптических «0» и «1» соответственно. В эксперименте использовались голограммы, полученные с помощью устройства [6].

Для распределения максимума мощности оптических «0» «вероятностная бумага» получена на основе функции распределения (2), исходя из которой можно записать

$$P(Z_n < z^0) = \exp\left(-e^{-\frac{z^0 - a_n}{b_n}}\right). \quad (7)$$

Из (7) приведенная переменная [5]

$$y = (z^0 - a_n)/b_n \quad (8)$$

вычисляется как

$$y = -\ln[-\ln P(Z_n < z^0)] = -\ln\left[-\ln \frac{m}{N+1}\right], \quad (9)$$

где N — количество значений экстремумов z^0 мощностей оптических «0», нанесенных на «вероятностной бумаге»; m — порядковые номера экстремумов z^0 , упорядоченных в порядке возрастания их величины. В качестве объема выборки n взят объем $n \approx 1000$ бит. С целью обеспечения такого объема выборки голограммы объединялись в группы по две голограммы (каждая голограмма содержит примерно 500 оптических «0»). Всего в эксперименте использовалось 115 групп ($N = 115$). В каждой из групп голограмм измерялось значение $z = (x_n/\bar{x}^0)^{1/2}$ (эксперимент проводился на устройстве [7]), где x_n — мощность максимального оптического «0» в голограмме; \bar{x}^0 — математическое ожидание мощности оптических «0» всего исходного массива из 115 групп. Из двух значений z в группе выбиралось наибольшее, обозначаемое как z^0 . Величины z^0 нанесены на «вероятностной бумаге» (рис. 1) как ординаты точек, которым соответствуют абсциссы на шкале приведенной переменной y , определяемые по формуле (9). Параллельно шкале y нанесена шкала вероятностей $P(Z_n < z^0) = m/(N+1)$. Экспериментальным значениям z^0 соответствует график 1. Через точки графика 1 проведена прямая 2, которая, исходя из (8), отражает экспериментальную прямую

$$z^0 = b_n y + a_n. \quad (10)$$

Прямая 3, соответствующая теоретической функции распределения, получается из уравнения (10), в котором коэффициенты a_n и b_n вычислены согласно (3), (4) и при $n \approx 1000$, $V \approx 0,3865$ равны 1,5937 и 0,05199 соответственно. Как видно из рис. 1, совпадение теоретической и экспериментальной прямых весьма хорошее. На рисунке построены также контрольные полосы [5] для вероятностей $P = 0,68269$ и $P' = 0,95450$. Экспериментальный график 2 хорошо укладывается в контрольную полосу даже для $P = 0,68269$, что позволяет с уверенностью принять гипотезу о принадлежности экспериментальной функции распределения теоретической функции вида $H_{3,0}(z) = \exp(-e^{-z^2})$.

«Вероятностная бумага» (рис. 2) для распределения минимума мощности оптических «1» построена на основе функции распределения (5). Обычно для распре-

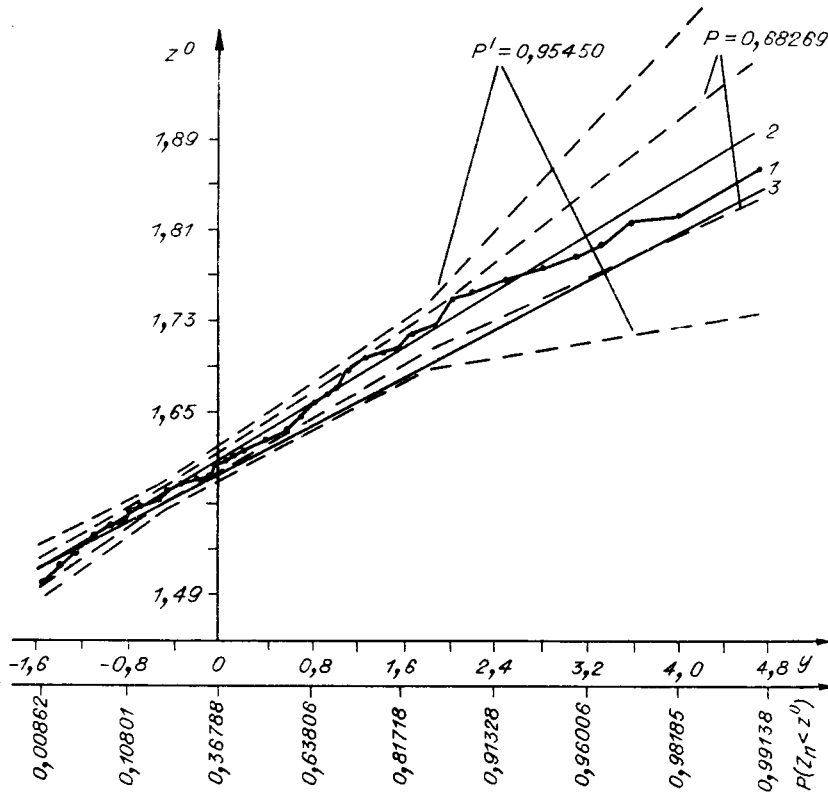


Рис. 1

деления минимума принято изображать функцию $\Pi(z) = 1 - P(W_n < z)$. В этом случае значения z упорядочиваются уже в порядке убывания величины, а отсчет m ведется от наибольшего значения к наименьшему. Исходя из (5),

$$\Pi(z^1) = 1 - P(W_n < z^1) = \exp[-(z^1/d_n)^{\gamma}]. \quad (11)$$

Из (11) имеем

$$\ln z^1 = y/\gamma + \ln d_n, \quad (12)$$

где

$$y = \ln[-\ln \Pi(z^1)] = \ln\left[-\ln \frac{m}{N+1}\right]. \quad (13)$$

Из (12) следует, что значения z^1 для распределения минимума могут быть представлены на той же «вероятностной бумаге», что и распределения максимума (ср. (10) и (12), если положить $1/\gamma = b_n$, $a_n = \ln d_n$), с той лишь разницей, что по оси ординат откладывается $\ln z^1$, а ось приведенной переменной повернута на 180° . В эксперименте использован объем выборки $n \approx 1000$, что обеспечивалось группировкой голограмм по две. Количество групп $N = 100$, параметр $V \approx 0,1944$. Для каждой голограммы в группе определялась величина $z = (x_1/\bar{x}^1)^{1/2}$, где x_1 — минимальная мощность оптической «1» в голограмме; \bar{x}^1 — математическое ожидание мощности всего массива «1», и из двух значений z выбиралось наименьшее, обозначаемое как z^1 . Экспериментальным значениям $\ln z^1$ на рис. 2 соответствует график 1. Вид графика 1 весьма далек от прямой, что свидетельствует о плохом соответствии экспериментальной и теоретической функций распределения. Через точки графика 1 по методу наименьших квадратов проведена прямая 2, соответствующая уравнению (12) и имеющая па-

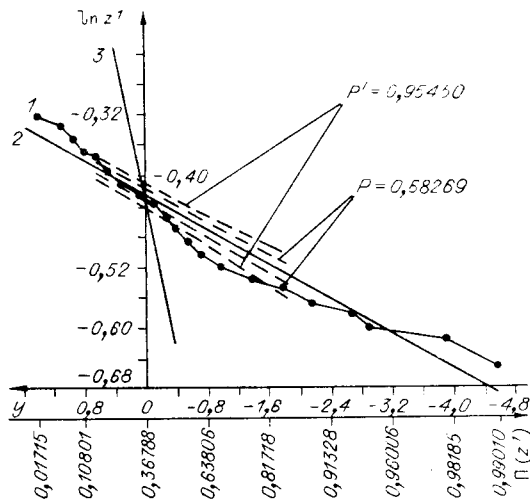


Рис. 2

параметр $\gamma \approx 17,75272$. На рис. 2 штриховыми линиями показаны также контрольные полосы для вероятностей $P = 0,68269$ и $P' = 0,95450$. Как видно из рис. 2, график 1 выходит даже за пределы контрольной полосы $P' = 0,95450$, что позволяет с вероятностью не менее $P' = 0,95450$ отвергнуть гипотезу о принадлежности эмпирической функции распределения теоретической функции (11). Если на рис. 2 нанести теоретическую функцию (11) с параметром $\gamma = 2$, то она пройдет в соответствии с графиком 3. Видно, что ее ход весьма далек от прямой 2.

Заключение. Для расчета вероятности ошибочного считывания информации в ГЗУ в работе предложено использовать модель асимптотической теории экстремальных порядковых статистик. Показано, что в качестве распределения максимума мощности оптических «0» может быть принято классическое предельное распределение $H_{3,0}(z)$ (двойное экспоненциальное распределение) для НОР случайных величин.

Установлено, что к распределению минимума мощностей оптических «1» не применима асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик для НОР случайных величин и необходима модель, учитывающая нарушения условий независимости и одинаковости распределенности величин. Этот вопрос будет рассмотрен в следующей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пен Е. Ф. Расчет достоверности считывания информации в ГЗУ на основе экспериментальных данных характеристик качества восстановленных изображений // Сб. тр. IV Всесоюз. конф. по голографии.— Ереван: ВНИИРИ, 1982.— Ч. 2.
2. Блок А. А., Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Экспериментальные исследования достоверности считывания данных в голографических ЗУ // Автометрия.— 1984.— № 3.
3. Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Помехоустойчивость фурье-голограмм в ГЗУ // Автометрия.— 1985.— № 4.
4. Галамбош Я. Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик.— М.: Наука, 1984.
5. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений.— М.: Мир, 1965.
6. Блок А. А., Ванюшев Б. В., Болков А. В. и др. Устройство автоматической записи матриц голограмм цифровых данных // Автометрия.— 1984.— № 3.
7. Ванюшев Б. В., Волков А. В., Гибин И. С. и др. Устройство хранения и считывания цифровых данных в голографической системе архивной памяти // Там же.

Поступило в редакцию 5 октября 1988 г.

УДК 681.327.68 : 778.38

Б. В. ВАНЮШЕВ
(Новосибирск)

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМУМОВ МОЩНОСТЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ «1» В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗУ

В работе [1] предложен новый подход к расчету достоверности считывания информации в голографических ЗУ на основе асимптотической теории экстремальных порядковых статистик [2, 3]. Исследованы распределения максимума и минимума мощностей оптических «0» и «1» в восстановленных изображениях голограмм. Показано, что к распределению минимума мощностей оптической «1» не применима теория для независимых одинаково распределенных (НОР) случайных величин.

Цель данного сообщения — рассмотреть распределение минимума мощностей оптической «1» в восстановленных изображениях голограмм с учетом нарушения условия независимости и одинаковости распределенности случайных величин.

При считывании голограмм мощности оптических «1» в восстановленном изображении (странице данных) образуют массив случайных величин X_1, X_2, \dots, X_n объемом n , где n — количество оптических «1» в голограмме (или нескольких голограммах) [1]. Нарушение условия НОР в массиве оптических «1» вызвано, по-видимому, коррелированностью величин X_1, X_2, \dots, X_n в странице данных, неравномерностью записывающего и восстанавливающего пучков лазера, неравномерностью светопропускания транспаранта с записываемой информацией, разным уровнем голографических шумов в центре и по краям изображения [4] и т. д.

Можно предположить, что в странице данных восстановленного изображения голограммы в массиве величин X_1, X_2, \dots, X_n коррелированность мощностей X_i и X_j для i -й и j -й оптических «1» тем меньше, чем дальше (пространственно) друг от друга они отстоят. При достаточном удалении оптических «1» друг от друга их