

## ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ И СИГНАЛОВ

УДК 621.391

Е. П. НЕЧАЕВ, А. П. ТРИФОНОВ

(Воронеж)

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПЛОЩАДИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ФОНЕ ШУМОВ

В работах [1, 2] рассмотрена задача оценки площади оптического изображения и получены асимптотически точные выражения для характеристик оценки. В [1] предполагалось, что полезный оптический сигнал всегда присутствует на входе устройства, формирующего изображение, а результаты [2] получены с учетом имеющейся в реальных системах возможности «пропадания» полезного оптического сигнала. Практическое использование результатов [1, 2] требует определения границ применимости найденных выражений для характеристик оценок. Решение такой задачи аналитическими методами затруднительно. Поэтому для определения границ применимости результатов [1, 2] воспользуемся методом статистического моделирования алгоритмов оценки площади изображения на ЭВМ.

Следуя [1, 2], оптическое черно-белое изображение будем описывать пуассоновским полем случайных точек. Пусть в области изображения наблюдается реализация  $N(\xi)$ ,  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ , пуассоновского поля случайных точек с интенсивностью  $\lambda(\xi) = \Theta_0 \lambda_s(\xi/\sqrt{\chi_0}) + \lambda_N$ , где

$$\lambda_s(\xi) = \begin{cases} \lambda_0, & \xi \in \Omega; \\ 0, & \xi \notin \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\Theta_0$  — несущественный параметр, отражающий возможность «пропадания» полезного изображения, причем  $\Theta_0 = 0$  с вероятностью  $p_0$  и  $\Theta_0 = 1$  с вероятностью  $p_1 = 1 - p_0$ ;  $\lambda_s(\xi/\sqrt{\chi_0})$  — интенсивность полезного сигнала, которая зависит от параметра  $\chi_0 \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}]$ , характеризующего площадь изображения;  $\lambda_N$  — интенсивность фона;  $\Omega$  — область, ограниченная контуром изображения, площадь которой равна  $E_s$ . Если в выбранной системе координат  $(\xi_1, \xi_2)$   $E_s = 1$ , то параметр  $\chi_0$  численно равен площади изображения. В случае, когда полезный сигнал всегда присутствует на входе устройства, формирующего изображение [1], величина  $p_0 = 0$  и  $\Theta_0 = 1$ .

Приемник максимального правдоподобия [1] формирует логарифм функционала отношения правдоподобия

$$M(\chi) = \ln(1 + q)N_x - \mu q \chi / \chi_{\max} \quad (2)$$

для  $\chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}]$ . Здесь  $q = \lambda_0 / \lambda_N$ ,  $\mu = \lambda_N E_s \chi_{\max}$  — среднее число зарегистрированных точек фона;  $N_x$  — число точек реализации поля  $N(\xi)$  в области, имеющей форму полезного изображения (1) с площадью  $\chi E_s$ . В качестве оценки максимального правдоподобия  $\chi_m$  неизвестной площади  $\chi_0$  принимается положение абсолютного максимума процесса (2).

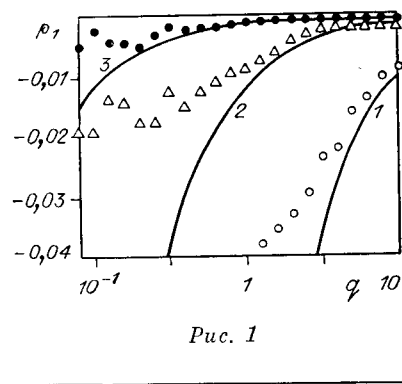


Рис. 1

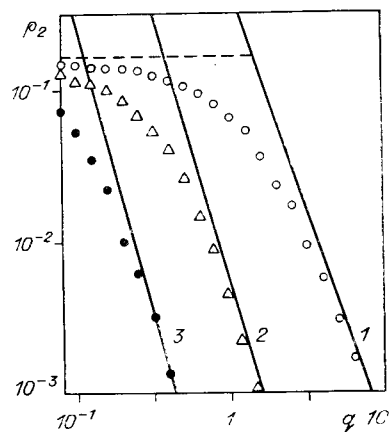


Рис. 2

Приемник максимального правдоподобия [2] формирует процесс (2) и определяет величину  $M_m$  и положение  $\chi_m$  его абсолютного максимума. Оценка площади находится следующим образом:

$$\hat{\chi} = \begin{cases} \chi_m, & M_m > 0; \\ 0, & M_m \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Случайный процесс  $N_x$ , значение которого при фиксированном  $\chi$  представляет собой число случайных точек поля  $N(\xi)$  в области, ограниченной контуром изображения с площадью  $\chi E_s$ , является пуассоновским. Интенсивность процесса  $N_x$  с вероятностью  $p_0$  постоянна в интервале  $\chi \in [0, \chi_{\max}]$  и равна  $\mu/\chi_{\max}$ , а с вероятностью  $p_1$  она претерпевает скачкообразное изменение в точке  $\chi_0$  от значения  $(1+q)\mu/\chi_{\max}$  при  $\chi \in [0, \chi_0]$  до величины  $\mu/\chi_{\max}$  при  $\chi \in (\chi_0, \chi_{\max}]$ . Статистическое моделирование включало формирование отсчетов процесса (2) в точках скачкообразного изменения пуассоновского процесса  $N_x$ . Эти точки определялись по методу обратных функций [3] на основе равномерно распределенных квазислучайных чисел [4]. По каждой реализации в соответствии с алгоритмами [1] и [2] выносилась оценка площади изображения. В ходе моделирования формировались отсчеты  $M(\chi)$  для наблюдаемых данных  $N(\xi)$  трех типов: без полезного изображения, с полезным изображением, имеющим фиксированную площадь  $\chi_0 = \chi_{\max}/2$ , и с полезным изображением, значение площади которого в каждой реализации выбиралось случайным образом в соответствии с равномерным в интервале  $[\chi_{\min}, \chi_{\max}]$  законом распределения. Значение  $\chi_{\min}$  выбиралось равным  $0,1\chi_{\max}$  и  $0,3\chi_{\max}$ . При моделировании приемника [1] величина  $\Theta_0$  всегда полагалась равной единице. Характеристики оценок площади находились усреднением оценок по ансамблю реализаций процесса (2). Реализации  $M(\chi)$  с фиксированным значением  $\chi_0$  использовались для определения условных характеристик, а реализации  $M(\chi)$ , значение  $\chi_0$  в которых выбиралось случайным образом, — для определения безусловных характеристик оценок. Объем выборки составлял  $10^4 - 10^5$  реализаций  $M(\chi)$ .

На рис. 1 приведены зависимости нормированного безусловного смещения  $\rho_1 = d(\chi_m)/\chi_{\max}$ , а на рис. 2 — зависимости нормированного безусловного рассеяния  $\rho_2 = V(\chi_m)/\chi_{\max}^2$  оценки площади [1] от величины  $q$ . Сплошные кривые рис. 1, 2 построены с использованием теоретических зависимостей [1] безусловных смещения  $d(\chi_m)$  и рассеяния  $V(\chi_m)$  оценки площади. Кривые 1 соответствуют  $\mu = 10$ , 2 —  $\mu = 10^2$ , 3 —  $\mu = 10^3$ . На этих же рисунках нанесены экспериментальные значения соответствующих характеристик, полученные в результате моделирования при  $\chi_{\min} = 0,1\chi_{\max}$ .

На рис. 3 приведены зависимости нормированного безусловного смещения  $\rho_3 = d(\hat{\chi})/\chi_{\max}$ , а на рис. 4 — зависимости нормированного безу-

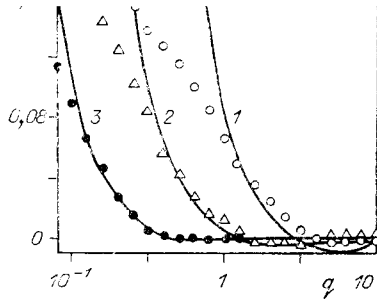


Рис. 3

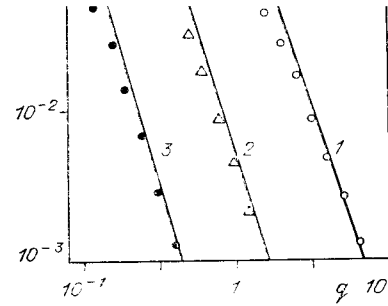


Рис. 4

словного рассеяния  $\rho_4 = V(\widehat{\chi})/\chi_{\max}^2$  оценки площади (3) [2] от величины  $q$  при  $p_0 = p_1 = 0,5$ . Сплошные кривые рис. 3, 4 построены на основе теоретических величин безусловных смещения

$$d(\widehat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} d(\widehat{\chi}|\chi_0) d\chi_0 / (\chi_{\max} - \chi_{\min}) \quad (4)$$

и рассеяния

$$V(\widehat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} V(\widehat{\chi}|\chi_0) d\chi_0 / (\chi_{\max} - \chi_{\min}) \quad (5)$$

оценки площади. Здесь  $d(\widehat{\chi}|\chi_0)$  и  $V(\widehat{\chi}|\chi_0)$  — условные смещение и рассеяние оценки при фиксированном значении  $\chi_0$  [2]. На этих же рисунках нанесены экспериментальные значения соответствующих характеристик при  $\chi_{\min} = 0,1\chi_{\max}$ . Обозначения кривых рис. 3, 4 совпадают с обозначениями рис. 1, 2.

Экспериментальные значения смещения [1] для  $\mu = 10$  хорошо согласуются с теоретическими при  $q \geq 3$ , для  $\mu = 10^2$  — при  $q \geq 1$ , а для  $\mu = 10^3$  — уже при  $q \geq 0,3$  (см. рис. 1). Значения рассеяния, полученные экспериментально для  $\mu = 10$ , близки к теоретическим [1] при  $q \geq 2$ , для  $\mu = 10^2$  — при  $q \geq 0,6$ , а для  $\mu = 10^3$  — уже при  $q \geq 0,2$  (см. рис. 2). Выражение (4) для  $\mu = 10$  хорошо аппроксимирует экспериментальные значения при  $q \geq 1$ , для  $\mu = 10^2$  — при  $q \geq 0,3$ , а для  $\mu = 10^3$  — при  $q \geq 0,1$  (см. рис. 3). Значения рассеяния (5) для  $\mu = 10$  близки к экспериментальным при  $q \geq 2$ , для  $\mu = 10^2$  — при  $q \geq 0,4$ , а для  $\mu = 10^3$  — уже при  $q \geq 0,1$  (см. рис. 4). Результаты моделирования показывают, что указанные границы применимости справедливы и для условных характеристик при фиксированном значении  $\chi_0 = \chi_{\max}/2$ , а также для  $\chi_{\min} = 0,3\chi_{\max}$ . При  $q \leq 3$  характеристики оценок, полученные в [1, 2], хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, когда величина  $q\sqrt{\mu} \geq 8 - 10$ .

При конечном интервале значений параметра  $\chi_0$  рассеяние оценки площади должно быть ограничено, а теоретические значения рассеяния [1, 2] с уменьшением  $q$  неограниченно возрастают. Уточним зависимости [1, 2] в области малых значений  $q$ . Для  $\mu \gg 1$  с уменьшением  $q$  процесс  $M(\chi)$  является асимптотически виперовским. В [5] получено распределение положения абсолютного максимума виперовского процесса на конечном интервале. Используя результаты [5], находим, что при  $q\sqrt{\mu} \ll 1$  безусловное рассеяние оценки площади [1] определяется выражением

$$V_m(\chi_m) = \frac{5(\chi_{\max} - \chi_{\min})^2}{24},$$

а безусловное рассеяние оценки [2] равно

$$V_m(\widehat{\chi}) = \frac{(3p_0 + 5p_1)(\chi_{\max} - \chi_{\min})^2}{24} + \frac{p_0(\chi_{\max} + \chi_{\min})^2}{4}.$$

Значения  $V_m(\chi_m)/\chi_{\max}^2$  и  $V_m(\widehat{\chi})/\chi_{\max}^2$  отмечены штриховой линией на рис. 2 и 4. Анализ зависимостей рис. 2, 4 показывает, что экспериментальные значения безусловного рассеяния оценки [1] могут быть более точно аппроксимированы выражением

$$V_1(\chi_m) = \min(V(\chi_m), V_m(\chi_m)), \quad (6)$$

а значения рассеяния оценки [2] — выражением

$$V_1(\widehat{\chi}) = \min(V(\widehat{\chi}), V_m(\widehat{\chi})), \quad (7)$$

где  $V(\chi_m)$  и  $V(\widehat{\chi})$  — теоретические характеристики, соответствующие результатам [1, 2]. При  $\mu \geq 10$  характеристики оценок (6), (7) хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, когда величина  $q\sqrt{\mu} \geq 8 - 10$  или  $q\sqrt{\mu} \leq 0,1 - 0,8$ .

Таким образом, проведено исследование алгоритмов оценки площади оптического изображения методом статистического моделирования на ЭВМ. Определены границы применимости известных в литературе [1, 2] асимптотически точных выражений для характеристик алгоритмов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галун С. А., Зюльков А. В., Трифонов А. П. Оценка площади оптических изображений на фоне шумов // Автометрия.— 1983.— № 1.
2. Нечаев Е. П., Трифонов А. П. Оценка площади пропадающего оптического изображения на фоне шумов // Автометрия.— 1987.— № 3.
3. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах.— М.: Изд-во физ-мат. лит., 1961.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений: Пер. с англ. Х. Д. Икрамова.— М.: Мир, 1980.
5. Трифонов А. П., Шипаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1986.

Поступила в редакцию 16 марта 1988 г.

УДК 771.64

Л. А. АЙЗЕНБЕРГ, Б. А. КРАВЦОВ, Б. А. ШАЙМКУЛОВ  
(Красноярск)

#### ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СИГНАЛОВ С ФИНИТНЫМ СПЕКТРОМ ФУРЬЕ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

1. Теоретическая часть. Рассмотрим класс Винера  $W_\alpha^n$  (соответственно  $W_{\alpha,+}^n$ ) функций из  $L^2(R^n)$ , имеющих спектр Фурье, сосредоточенный в параллелепипеде  $\{w: |w_j| \leq \alpha_j, j = 1, \dots, n\} \subset R^n$  (соответственно в  $\{w: 0 \leq w_j \leq \alpha_j, j = 1, \dots, n\} \subset R_+^n = \{x: x_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$ ). В [1, 2] рассматривалась задача экстраполяции функций этого класса, что связано с известной проблемой увеличения разрешения физических приборов (вычислительный эксперимент см. в [3, 4], а также в [5]). В дальнейшем оказалось, что формулы экстраполяции из [1, 2] вполне пригодны и для интерполяции функций класса Винера [6]. Напомним соответствующие формулы, ограничиваясь для простоты записи одномерными сигналами ( $n = 1$ ). Рассмотрим произвольное множество единственности  $M$  для