

Рис. 8. Разделение источников в ДМК вызванного отклика

Рис. 9. Иллюстрация метода разделения источников, основанного на анализе синхронности

ческих магнитных карт сердца и мозга данные о динамике нескольких эквивалентных токовых диполей, генерирующих суммарное магнитное поле. Динамика параметров найденных ЭТД несет функциональную информацию об исследуемых процессах возбуждения и может быть использована в целях анализа процессов и медицинской диагностики. Основным недостатком данного подхода является использование модели токового диполя. В то же время динамический подход позволяет переформулировать и более сложные алгоритмы, восстанавливающие непрерывное пространственное распределение плотности токов [2]. В этой связи использование информации о динамике источников поля представляется перспективным подходом в решении рассматриваемого класса обратных задач.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Biomagnetism: An Interdisciplinary Approach.— N. Y.: Plenum Press, 1982.
2. Jeffs B., Leahy R., Singh M. An evaluation of methods for neuromagnetic image reconstruction // IEEE Trans. on Biomedical Eng.— 1987.— 34, N 9.— P. 713.
3. Матлашов А. Н., Журавлев Ю. Е., Годик Э. Э. и др. Динамическое картирование магнитных полей сердца человека // ДАН СССР.— 1986.— 286, № 2.
4. Журавлев Ю. Е., Липович А. Я., Матлашов А. Н. и др. Динамическое картирование вызванных магнитных полей мозга человека // ДАН СССР.— 1987.— 296, № 1.
5. Romani G. L., Leoni R. Localization of cerebral sources by neuromagnetic measurements // Proc. 5 World Conf. on Biomagnetism.— Canada: Plenum Press, 1985.— P. 205.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.
7. Тараторин А. М. О методах определения функциональной структуры динамических биомедицинских изображений // Автометрия.— 1986.— № 3.
8. Химмельбау Д. Прикладное пакетное программирование.— М.: Мир, 1972.

Поступила в редакцию 16 февраля 1988 г.

УДК 681.325 : 535

К. ВАСКЕЗ, К. ФЕРРЕИРА, Т. ШОПЛИК

(Варшава, Польша)

#### НЕЛИНЕЙНОЕ УГЛОВОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ АНАМОРФОТНОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРА

**Введение.** Аноморфотные оптические системы выполняют двумерное фурье-преобразование с разными масштабами спектра вдоль осей  $x$  и  $y$  [1]. Аноморфотные фурье-преобразователи (АФП) состоят из скрещен-

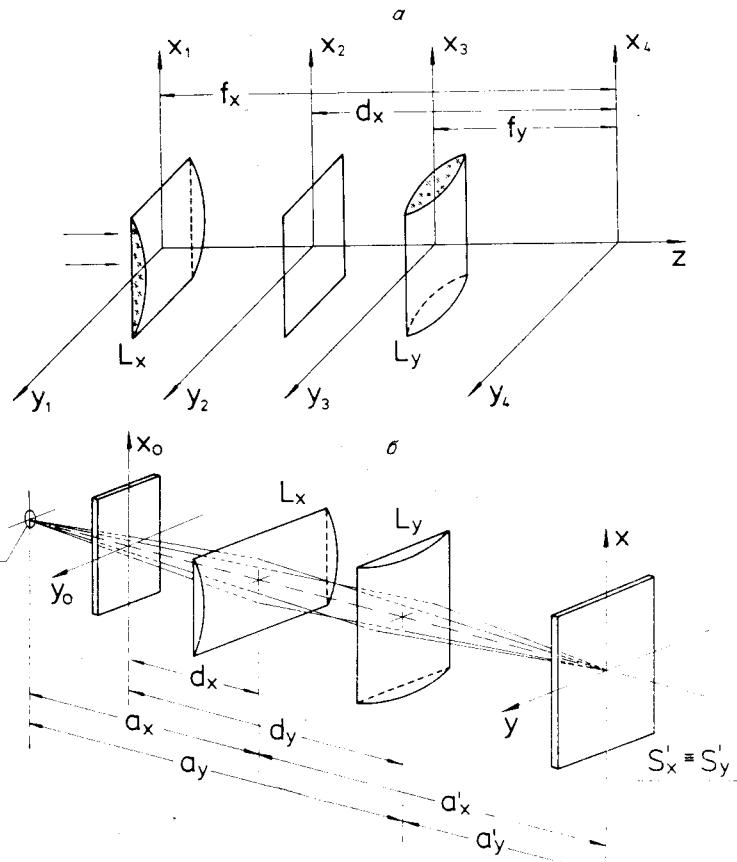


Рис. 1

ных цилиндрических линз с неравными фокусными расстояниями и могут работать при освещении плоской [1] и сферической [2] волнами. Простой пример АФП показан на рис. 1. Анаморфотность является причиной пелинейного увеличения азимутальных частот. Этим анаморфотные фурье-спектры отличаются от инвариантных к повороту спектров, получаемых при помощи сферического фурье-преобразования. Уровень перераспределения азимутальных пространственных частот зависит от коэффициента  $M$ , который характеризует пропорциональность масштабов частот в направлениях  $x$  и  $y$  [3, 4]. Этот коэффициент  $M$  эквивалентен коэффициенту апаморфотности для данного АФП [5]. Перераспределение азимутальных частот хорошо описывается коэффициентом углового увеличения  $K$  апаморфотного спектра, который был определен в [5].

Особые свойства анаморфотных спектров использовались в направленных спектральных измерениях с повышенной точностью [5], в распознавании образов [6, 7] и в псевдоцветном кодировании [8].

В данной статье рассматриваются особенности коэффициента углового увеличения  $K$  и его зависимость от коэффициента анаморфотности  $M$  и параметров анаморфотных преобразователей.

**Угловые соотношения в анаморфотном фурье-спектре.** Рассмотрим пример одномерной синусоидальной дифракционной решетки  $1 + \cos 2\pi v y$ , которая составляет предмет до преобразования в оптическом АФП. Будем искать угловое положение спектральных точек в зависимости от угловой ориентации дифракционной решетки. В случае сферической преобразующей линзы ситуация очевидна [9]. От предмета, врачающегося против часовой стрелки на угол  $\alpha$ :

$$g(x, y) = 1 + \cos 2\pi v(-x \sin \alpha + y \cos \alpha), \quad (1)$$

получаем спектр

$$G(u, v) = \delta(u)\delta(v) + 1/2\delta(u + v \sin \alpha)\delta(v - v \cos \alpha) + \\ + 1/2\delta(u - v \sin \alpha)\delta(v + v \cos \alpha), \quad (2)$$

который тоже вращается на угол  $\alpha$ . С другой стороны, спектр, полученный при помощи АФП, располагается под углом, отличающимся от угла вращения решетки  $\alpha$ . Анаморфотное фурье-преобразование определяем в декартовых и полярных координатах в виде

$$G_A(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-2\pi i(xu + Myv)] dx dy \quad (3)$$

$$\text{и } G_A(\xi, \varphi) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} g(r, \xi) \exp[-2\pi i r \xi (\cos \xi \cos \varphi + M \sin \xi \sin \varphi)] r dr d\xi, \quad (4)$$

где  $x, y$  и  $r, \xi$  — соответственно декартовые и полярные координаты в плоскости предмета;  $u, v$  — декартовые пространственные частоты;  $\xi, \varphi$  — радиальные и азимутальные частоты в плоскости спектра. Подставив (1) в (3), получаем анаморфотный спектр нашего предмета:

$$G_A(u, v) = \frac{1}{M} \delta(u)\delta(v) + \frac{1}{2M} \delta(u + v \sin \alpha) \times \\ \times \delta\left(v - \frac{v \cos \alpha}{M}\right) + \frac{1}{2M} \delta(u - v \sin \alpha) \delta\left(v + \frac{v \cos \alpha}{M}\right). \quad (5)$$

Здесь угловое положение спектральных точек зависит как от угла вращения  $\alpha$ , так и от коэффициента анаморфотности  $M$  используемого АФП. Из этого следует, что спектральные точки имеют азимутальную пространственную частоту

$$\varphi = \arctg(M \tg \alpha) + \pi/\alpha = \gamma + \pi/2, \quad (6)$$

где угол  $\gamma$  связан с  $M$  и  $\alpha$  формулой  $\tg \gamma = M \tg \alpha$ , которая показывает взаимный сдвиг азимутальных частот, наблюдаемый в сферическом фурье-преобразовании и АФП. Чем больше значение коэффициента  $M$  отличается от единицы, тем большая нелинейная зависимость  $\varphi$  от  $\alpha$ .

Коэффициент анаморфотности  $M$  определяется параметрами АФП. В случае освещения плоской волной (рис. 1, а) имеем

$$M = d_x/f_y, \quad (7)$$

где  $d_x$  — расстояние от плоскости предмета до плоскости спектра, которое изменяется в пределах  $f_x \geq d_x > f_y$ . С другой стороны, при освещении сферической волной имеем

$$M = f_x(a_y - f_y)/(f_y(a_x - f_x)), \quad (8)$$

где  $a_x$  и  $a_y$  — расстояния от точечного источника до линз, действующих соответственно в направлениях  $x$  и  $y$ . Условие создания изображения точечного источника в фурье-плоскости выполнено для двух положений обеих линз [2]. Поэтому для АФП со сферическим освещением возможны два разных положения линз, следовательно, возможны четыре отличающиеся конфигурации АФП. В случае, показанном на рис. 1, б, получаем коэффициент  $M > 1$ . Когда линзы с такими же фокальными расстояниями имеют другое положение, что значит  $a_x > a_x'$  и  $a_y < a_y'$ , тогда для коэффициента анаморфотности  $M$  выполняется соотношение  $0 < M < 1$ .

На рис. 2 приведены графики зависимости азимутальной частоты  $\gamma$  от угла поворота  $\alpha$  для разных значений коэффициента как большие, так и меньшие единицы. Подобные же графики изображают зависимость между нелинейно увеличенными азимутальными частотами в АФП и равномерно распределенными азимутальными частотами в сферическом фурье-преобразователе. Как видно на рис. 2, с формальной точки зрения изменения  $\gamma(\alpha)$  для значений коэффициента  $M$  меньше, чем единица,

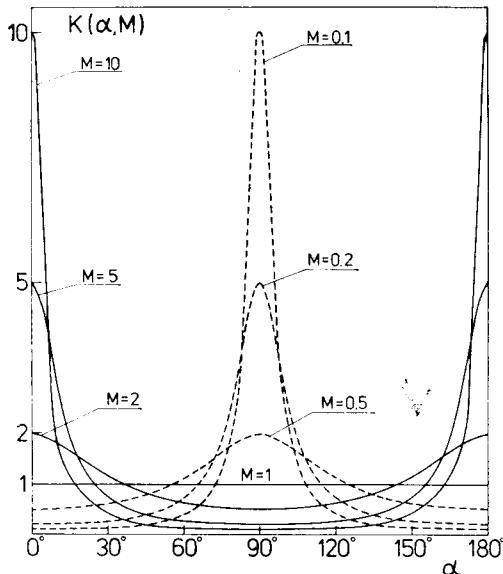


Рис. 2

эквивалентны повороту системы координат на угол  $\pi/2$ , что соответствует обмену низших индексов  $x$  и  $y$  в формулах (7) и (8).

**Угловое увеличение аноморфотного фурье-спектра.** Аноморфотное фурье-преобразование было введено из-за необходимости углового спектрального анализа с повышенной точностью по сравнению с точностью, достигаемой при помощи классического фурье-преобразования. В этом случае коэффициент углового увеличения  $K(\alpha, M)$ , определенный в [5], является параметром большой практической важности и имеет вид

$$K(\alpha, M) = \frac{d\varphi}{d\alpha} = \frac{M}{1 + (M^2 - 1) \sin^2 \alpha}. \quad (9)$$

Его графики для разных значений коэффициента  $M$  показаны на рис. 3. При  $M > 1$  получаем  $K > 1$  для углов  $\alpha$ , которые изменяются в пределах от  $-\alpha_0$  до  $\alpha_0$ . В случае  $0 < M < 1$  находим  $K > 1$  для углов  $\alpha$ , которые изменяются в пределах от  $\pi/2 - \alpha_0$  до  $\pi/2 + \alpha_0$ . Значение границы  $\alpha_0$  углового интервала дано как

$$|\alpha_0| = \arcsin \sqrt{1/(1+M)}. \quad (10)$$

Чем больше коэффициент  $M$  отличается от единицы, тем меньше граничный угол  $\alpha_0$ , следовательно, тем меньше угловой интервал с  $K > 1$ , который используется для точных угловых спектральных измерений.

Повышенная точность угловых измерений возможна благодаря аноморфотности спектра. Отбор проб (образцов) из углового спектра производится через узкую клиновидную маску с угловой протяженностью  $\beta$ . Такая маска, используемая для выборки аноморфотного спектра, становится относительно уже. Ее эффективная угловая протяженность зависит от  $K(\alpha, M)$  как

$$\beta_{eff} = \beta/K(\alpha, M). \quad (11)$$

Угловые интервалы  $\Delta(M)$ , где коэффициент  $K(\alpha, M) > 1$ , показаны на рис. 4. Их ширина посчитана для одного положительного или отрицательного порядка дифракции и разных значений  $M$ , как больших, так и меньших единицы. Угловые протяженности этих интервалов равны  $2\alpha_0$  для  $M > 1$  и  $\pi - 2\alpha_0$  для  $0 < M < 1$ . Для  $M = 1$  точность измерений постоянна по всему угловому спектру. Однако угловые рабочие интервалы, в которых коэффициент углового увеличения  $K(\alpha, M)$  постоянен по величине с точностью до 10 %, являются более узкими. Эти ин-

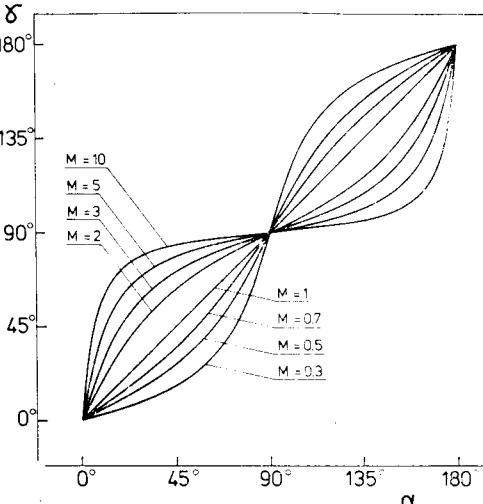


Рис. 3

тервалы, в которых возможны измерения с высочайшей и постоянной точностью, показаны на рис. 4 штриховой линией. Очень важно, что внутри рабочих интервалов нелинейное угловое увеличение аноморфотного спектра можно с хорошим приближением представить в виду маски с угловой протяженностью, равной  $\beta = 1^\circ$ , легко доступны на практике. Если для выборки использовать такие узкие маски, угловое увеличение спектра остается постоянным с точностью больше чем 1 % внутри поля зрения маски. Оптимальная установка для направленного спектрального анализа описана в [5]. Во время измерений клиновидная маска имела постоянное местоположение в направлении, в котором действует линза с более длинным фокусным расстоянием, по при этом предмет должен вращаться.

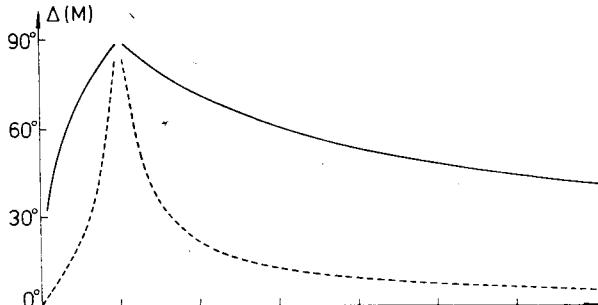
Выполнение вышеуказанной работы было возможно благодаря финансовой помощи от CAICYT (grant 3226/83) Министерства образования и науки (Испания).

Один из авторов (Т. Ш.) благодарит испанское правительство за стипендию в мае 1988 г. в университете в Валенсии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Szoplik T., Kosek W., Ferreira C. Nonsymmetric Fourier transforming with an anamorphic system // Appl. Opt.—1984.—23, N 6.—P. 905.
2. Andrés P., Ferreira C., Bonet E. Fraunhofer diffraction pattern from apertures illuminated with nonparallel light in nonsymmetrical Fourier transformers // Appl. Opt.—1985.—24, N 10.—P. 1549.
3. Szoplik T., Arsenault H. H. Rotation-variant optical data processing using the 2-D non-symmetric Fourier transform // Ibid.—N 2.—P. 168.
4. Andrés P., Ferreira C., Chałasinska-Macukow K., Pons A. 2-D anamorphic coherent optical processor // Acta Polytechnica Scandinavica.—1985.—149, N 1.—P. 233.
5. Szoplik T., Chałasinska-Macukow K., Kosek J. Accuracy of spectral analysis with an anamorphic Fourier transformer // Appl. Opt.—1986.—25, N 2.—P. 188.
6. Szoplik T., Arsenault H. H. Shift and scale-invariant anamorphic Fourier correlator using multiple circular harmonic filters // Appl. Opt.—1985.—24, N 19.—P. 3179.
7. Bonet E., Ferreira C., Andrés P., Pons A. Nonsymmetrical Fourier correlator to increase the angular discrimination in character recognition // Opt. Commun.—1986.—58, N 2.—P. 155.
8. Millán M. S., Ferreira C., Pons A., Andrés P. Application of anamorphic systems to directional pseudocolour encoding // Opt. Eng.—1988.—27, N 2.—P. 129.
9. Gaskill J. D. Linear Systems, Fourier Transform, and Optics.—N. Y.: Wiley, 1978.

*Поступила в редакцию 15 августа 1988 г.*



на практике. Если для выборки использовать такие узкие маски, угловое увеличение спектра остается постоянным с точностью больше чем 1 % внутри поля зрения маски. Оптимальная установка для направленного спектрального анализа описана в [5]. Во время измерений клиновидная маска имела постоянное местоположение в направлении, в котором действует линза с более длинным фокусным расстоянием, по при этом предмет должен вращаться.

Выполнение вышеуказанной работы было возможно благодаря финансовой помощи от CAICYT (grant 3226/83) Министерства образования и науки (Испания).

Один из авторов (Т. Ш.) благодарит испанское правительство за стипендию в мае 1988 г. в университете в Валенсии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Szoplik T., Kosek W., Ferreira C. Nonsymmetric Fourier transforming with an anamorphic system // Appl. Opt.—1984.—23, N 6.—P. 905.
2. Andrés P., Ferreira C., Bonet E. Fraunhofer diffraction pattern from apertures illuminated with nonparallel light in nonsymmetrical Fourier transformers // Appl. Opt.—1985.—24, N 10.—P. 1549.
3. Szoplik T., Arsenault H. H. Rotation-variant optical data processing using the 2-D non-symmetric Fourier transform // Ibid.—N 2.—P. 168.
4. Andrés P., Ferreira C., Chałasinska-Macukow K., Pons A. 2-D anamorphic coherent optical processor // Acta Polytechnica Scandinavica.—1985.—149, N 1.—P. 233.
5. Szoplik T., Chałasinska-Macukow K., Kosek J. Accuracy of spectral analysis with an anamorphic Fourier transformer // Appl. Opt.—1986.—25, N 2.—P. 188.
6. Szoplik T., Arsenault H. H. Shift and scale-invariant anamorphic Fourier correlator using multiple circular harmonic filters // Appl. Opt.—1985.—24, N 19.—P. 3179.
7. Bonet E., Ferreira C., Andrés P., Pons A. Nonsymmetrical Fourier correlator to increase the angular discrimination in character recognition // Opt. Commun.—1986.—58, N 2.—P. 155.
8. Millán M. S., Ferreira C., Pons A., Andrés P. Application of anamorphic systems to directional pseudocolour encoding // Opt. Eng.—1988.—27, N 2.—P. 129.
9. Gaskill J. D. Linear Systems, Fourier Transform, and Optics.—N. Y.: Wiley, 1978.

*Поступила в редакцию 15 августа 1988 г.*