

- бражений // АСУ и приборы автоматки.— 1987.— Вып. 83.
 3. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.— М.: Наука, 1971.
 4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1975.— Кн. 2.

Поступила в редакцию 13 июля 1988 г.

УДК 681.3

П. А. ЧОЧИА
 (Москва)

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ГИСТОГРАММЫ

Многие методы цифровой обработки одномерных и двумерных сигналов, например дискретизованных звуковых сигналов или изображений, основаны на предварительном вычислении гистограммы и порядковых статистик по скользящему фрагменту вокруг обрабатываемого элемента, значения которых в дальнейшем используются для определения параметров преобразования [1—3]. Из порядковых статистик наиболее часто используется медиана [4]. Быстродействие известных алгоритмов, обеспечивающих такие вычисления [5—9], недостаточно высоко и существенно зависит от размеров фрагмента [10]. Одним из подходов к достижению высокой скорости вычислений является разработка процессоров на основе сортирующих сетей [10, 11], однако для построения они требуют использования большого числа сортирующих элементов.

Ниже предлагается достаточно простой параллельный алгоритм, который при мультипроцессорной реализации обеспечивает вычисление гистограммы и порядковых статистик цифрового сигнала за конечное и сравнительно небольшое число операций, не зависящее от размеров фрагмента.

В дальнейшем будем рассматривать двумерный цифровой сигнал, квантованный на K уровней, однако описываемый алгоритм может быть применен и для аналогичного одномерного сигнала.

Пусть каждый элемент цифрового сигнала принимает значение, равное одному из K уровней квантования в диапазоне $0 \leq k < K$. Скользящая гистограмма $G(W_{mn}; k)$ представляет собой дискретную функцию от k , указывающую число элементов исходного сигнала уровня k , попадающих в прямоугольный фрагмент W_{mn} , размеры которого H строк по L элементов в строке (реальные H и L могут составлять величину до 20—50 и более). Положение фрагмента определяется координатами текущего обрабатываемого элемента; для простоты будем считать, что оно задается координатами левого верхнего угла фрагмента (m, n) . Под интегральной гистограммой $F(W_{mn}; k)$ понимается сумма

$$F(W; k) = \sum_{i=0}^k G(W; i), \quad (1)$$

а порядковые статистики $R(W; q)$, где $0 \leq q \leq HL$, представляют собой зависимость вида

$$R(W; q) = k, \text{ если } F(W; k-1) < q \leq F(W; k). \quad (2)$$

Формирование гистограммы по фрагменту W_{mn} требует, вообще говоря, HL операций на элемент сигнала. Значительно более быстродействующими являются способы скользящего формирования гистограммы, в ко-

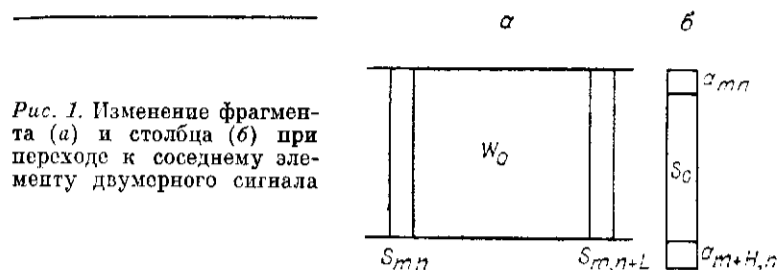


Рис. 1. Изменение фрагмента (а) и столбца (б) при переходе к соседнему элементу двумерного сигнала

торых при переходе от элемента (m, n) к элементу $(m, n + 1)$ используются результаты, полученные на предыдущем шаге.

Наиболее известен алгоритм [5], основанный на том, что при скользящем переходе от фрагмента $W_{m,n}$ к фрагменту $W_{m,n+1}$ (рис. 1, а) из $W_{m,n}$ исключается столбец элементов $S_{m,n}$ и добавляется столбец элементов $S_{m,n+L}$, а центральное множество элементов W_0 сохраняется. Алгоритм состоит в следующем. При переходе от $W_{m,n}$ к $W_{m,n+1}$ из имеющейся гистограммы $G(W_{m,n}; k)$ вычитаются единицы в позициях $a_{m,n}, \dots, a_{m+H-1,n}$, соответствующих значениям элементов левого столбца $S_{m,n}$, и прибавляются единицы в позициях $a_{m,n+L}, \dots, a_{m+H-1,n+L}$, соответствующих значениям элементов правого столбца $S_{m,n+L}$. Порядковые статистики определяются по гистограмме путем последовательного прибавления (вычитания) соседних значений гистограммы и сравнением сформированных сумм со значениями искомым порядковым статистик. Данный алгоритм при переходе от точки (m, n) к точке $(m, n + 1)$ требует выполнения $2H(1+t) + ct$ операций, где t — число искомым порядковым статистик.

В [6, 7] рассматривается алгоритм, согласно которому одновременно формируются Q гистограмм по числу разрядов значения сигнала ($Q = \log_2 K$). Число операций, требуемых на формирование t порядковых статистик, составляет величину $Q(2H + t)$. В [8] для подсчета медианы по фрагменту осуществляется формирование гистограмм одновременно по нескольким (в среднем $\log_2 H$) полосам. Требуемое число операций приблизительно равно $2H + (1 + z)\log_2 H$, где z — среднее значение разности медиан для фрагментов $W_{m,n}$ и $W_{m,n+1}$. Подробно различные алгоритмы вычисления гистограмм и порядковых статистик рассмотрены в [10].

Алгоритмы вычисления медианы, реализуемые на основе сортирующих сетей [11], позволяют осуществлять обработку данных в темпе поступления. Недостаток их состоит в существенных аппаратных затратах: требуется $N(N - 1)/2$ сортирующих элементов, где N — число элементов данных во фрагменте. Так, для фрагмента размером 10×10 потребовалось бы построить вычислительную структуру с 50 000 сортирующих элементов.

Перейдем к рассмотрению предлагаемого алгоритма. Его отличие состоит в том, что во всех операциях участвуют не сами значения элементов сигнала, а их гистограммы по фрагментам и столбцам и даже гистограммы отдельных элементов. Это позволяет проводить вычисления независимо для всех K уровней квантования сигнала и как следствие осуществить их распараллеливание для K процессорных элементов. Основу алгоритма составляют следующие соотношения, в которых действия осуществляются над значениями гистограмм по фрагментам $W_{m,n}$ и столбцам $S_{m,n}$ (см. рис. 1, а):

$$G(W_{m,n}; k) = G(W_0; k) + G(S_{m,n}; k); \quad (3)$$

$$G(W_{m,n+1}; k) = G(W_{m,n}; k) - G(S_{m,n}; k) + G(S_{m,n+L}; k). \quad (4)$$

Аналогично для столбца элементов $S_{m,n}$ (см. рис. 1, б) при переходе от строки m к строке $m + 1$ исключается элемент $a_{m,n}$, добавляется элемент $a_{m+H,n}$ и сохраняется центральная часть столбца S_0 :

$$G(S_{m,n}; k) = G(S_0; k) + G(a_{m,n}; k); \quad (5)$$

$$G(S_{m+1,n}; k) = G(S_{mn}; k) - G(a_{mn}; k) + G(a_{m+n,n}; k). \quad (6)$$

Отметим, что гистограмма $G(a_{mn}; k)$ одного элемента a_{mn} содержит единицу в позиции $k = a_{mn}$ и нули в остальных точках.

Таким образом, для пересчета гистограммы при переходе от точки (m, n) к точке $(m, n+1)$ необходимо выполнить действия, описываемые формулами (4) и (6) для каждого из уровней квантования цифрового сигнала k , т. е. всего $4K$ операций.

Выражения (3)–(6) останутся также справедливыми в том случае, если вместо гистограмм $G(W; k)$ и $G(S; k)$ подставить интегральные гистограммы $F(W; k)$ и $F(S; k)$ (1):

$$F(S_{m+1,n}; k) = F(S_{mn}; k) - F(a_{mn}; k) + F(a_{m+n,n}; k); \quad (7)$$

$$F(W_{m,n+1}; k) = F(W_{mn}; k) - F(S_{mn}; k) + F(S_{m,n+L}; k). \quad (8)$$

В этом случае гистограмма $G(W; k)$ может быть получена как разность соседних значений интегральной гистограммы:

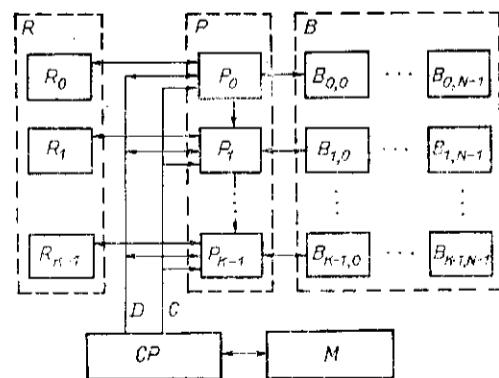
$$G(W; k) = F(W; k) - F(W; k-1). \quad (9)$$

Значения порядковых статистик вида $R(W; q)$ (2) при заданном q находятся следующим путем: а) устанавливается $u(k) = 1$, если $F(W; k) \geq q$, и $u(k) = 0$ в остальных случаях; б) определяется значение k , для которого выполняется условие несовпадения соседних значений: $u(k) \neq u(k-1)$.

Возможность распараллеливания алгоритма состоит в том, что гистограмма $F(W; k)$ может рассматриваться как K -мерный вектор и вычисления по формулам (7)–(9) могут производиться одновременно для всех K уровней квантования сигнала. Тем самым количество требуемых операций уменьшается до 4, что по порядку величины в H раз меньше, чем у последовательного алгоритма [5]. При реальных размерах фрагмента $H = 20-50$ и более такое новышение быстродействия весьма ощутимо.

Параллельный алгоритм может быть реализован на мультипроцессоре, структурная схема которого показана на рис. 2. Мультипроцессор содержит блок P из K процессорных элементов, каждый из которых осуществляет вычисления для отдельного уровня сигнала, блок регистров R и блок памяти гистограмм по столбцам B , включающий матрицу памяти из KN элементов, где N — длина строки обрабатываемого сигнала; управление работой и синхронизацией элементарных процессоров осуществляется управляющим процессором CP , обеспечивающим также обработку и обмен данными, находящимися во внешней (оперативной) памяти M . Управление процессорными элементами, а также обмен данными между ними и управляющим процессором происходит через шины C и D .

Перейдем к рассмотрению алгоритма скользящего вычисления гистограммы. Рассмотрим момент времени, когда вычислена интегральная гистограмма $F(W_{mn}; k)$ по фрагменту W_{mn} . Каждый элемент памяти B_{kn}



содержит значение гистограммы $F(S_{mn}; k)$ по столбцу S_{mn} , соответствующее уровню квантования k . Тем самым вся гистограмма по столбцу S_{mn} содержится в столбце элементов памяти $B_{0n}, \dots, B_{K-1,n}$. Каждый из регистров R_k содержит сумму значений элементов $B_{kn}, \dots, B_{k,n+L-1}$. Таким образом, все регистры вместе составляют вектор значений гистограммы $F(W_{mn}; k)$ по фрагменту W_{mn} .

Рис. 2. Блок-схема мультипроцессора

Для пересчета гистограммы по формуле (8) необходимо вычесть из вектора R_0, \dots, R_{k-1} вектор $B_{0n}, \dots, B_{k-1,n}$ и прибавить вектор $B_{0,n+l}, \dots, B_{k-1,n+l}$. Эти действия выполняются одновременно всеми процессорами блока P , что составляет два такта.

Пересчет гистограммы по столбцам $F(S_{mn}; k)$ при переходе от столбца S_{mn} к столбцу $S_{m+1,n}$ осуществляется следующим образом. В регистры блока P первоначально заносится вектор $B_{0n}, \dots, B_{k-1,n}$. На шину данных D подается значение элемента сигнала a_{mn} , которое берется из внешней памяти M . Каждый из элементарных процессоров P_k сравнивает значение на шине с имеющимся номером процессора k и вычитает единицу из B_{kn} , если $k \leq a_{mn}$. Затем на шину D подается значение сигнала $a_{m+1,n}$ и процессор P_k прибавляет к ранее полученному значению единицу, если $k \leq a_{m+1,n}$. Полученный результат записывается в тот же столбец $B_{0n}, \dots, B_{k-1,n}$. Эта процедура требует четырех тактов; таким образом, полный цикл пересчета гистограммы в расчете на один элемент требует шести тактов управляющего процессора CP независимо от размеров фрагмента.

В дальнейших вычислениях необходим обмен данными между соседними процессорами. Будем предполагать, что каждый из процессоров P_{k-1} может передать некоторое значение z_{k-1} соседнему процессору P_k . Тогда в силу (9) формирование гистограммы $G(W; k)$ происходит за две операции: а) в качестве z_k передается значение из регистра R_k ; б) вычисляется разность R_k и z_{k-1} .

Вычисление значения порядковых статистик (2) осуществляется следующим образом. На шину D подается требуемое значение q , которое сравнивается каждым из процессоров P_k со значением в регистре R_k , и формируется параметр x_k , равный единице, если $R_k \geq q$, и нулю в противном случае; значение x_k выдается в качестве z_k . Далее каждый процессор P_k сравнивает значения x_k и z_{k-1} и, если $x_k \neq z_{k-1}$, на шину выдается значение номера процессора k , которое считывается управляющим процессором CP . Это условие выполняется только для одного из процессоров P_k , а значит, интерференция исключена. Для определения значения порядковой статистики по уже вычисленной интегральной гистограмме достаточно четырех тактов.

Таким образом, общее число тактов, требуемых для пересчета интегральной гистограммы и определения значений t порядковых статистик, не зависит от размеров фрагмента и равно $6 + 4t$. Полученные значения являются параметрами преобразования сигнала a_{mn} , находящегося в памяти M , которое выполняется управляющим процессором CP . Рассмотренный параллельный алгоритм может быть использован для разработки мультипроцессора, обеспечивающего обработку сигнала в темпе поступления данных.

Разработка такого мультипроцессора является вполне разрешимой задачей, поскольку реальное число уровней квантования сигналов, для которых требуется подобная обработка (звуковых, видеосигналов и пр.), сравнительно невелико и, как правило, не превышает величины $K = 256$. Сами же процессорные элементы должны выполнять лишь простейшие арифметико-логические операции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Scollar I., Weidner B., Huang T. S. Image enhancement using the median and the interquartile distance // Computer Vision, Graphics, Image Proces.— 1984.— 25, N 2.— P. 236.
2. Чочиа П. А. Обработка и анализ изображений на основе двухмасштабной модели.— М., 1986.— (Препр./АН СССР. ИППИ).
3. Kim V., Yaroslavskii L. P. Rank algorithms for picture processing // Computer Vision, Graphics, Image Proces.— 1986.— 35, N 3.— P. 234.
4. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений.— М.: Мир, 1981.

5. **Puang T. S., Yang G. J., Tang G. Y.** A fast two-dimensional median filtering algorithm // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Proces.— 1979.— ASSP-27, N 1.— P. 13.
6. **Ataman E., Aatre V. K., Wong K. M.** A fast method for real-time median filtering // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Proces.— 1980.— ASSP-28, N 4.— P. 415.
7. **Danielsson P.-E.** Getting the median faster // Computer Graphics Image Proces.— 1981.— 17, N 1.— P. 71.
8. **Кронрод М. А.** Несколько задач обработки изображений // Вопросы кибернетики.— Вып. 38: Иконика. Цифровая обработка и фильтрация изображений.— М.: ВНИИТИ, 1978.
9. **Кучеренко К. И., Очин Е. Ф.** Мультипроцессорная система медианной фильтрации

Поступила в редакцию 13 июля 1988 г.
