

$= 1,0$ и $f_m = 5-21$ лин/м значение T изменяется от 40 до 580 мс, а при $e_1 = z = 0,5$ и $f_m = 5-40$ лин/мм — от 11,6 до 700 мс.

Таким образом, временные затраты на преобразование изображений по предложенному методу увеличиваются от 11,6 до 700 мс (для $c = 0,12$). При этом выигрыш в быстродействии будет изменяться от 670 до 11 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Casasent D., Psaltis D. Position, rotation and scale invariant optical correlator // Appl. Opt.— 1976.— 15, N 7.
2. Sawchuk A. Space-variant image recognition by coordinate transformation // JOSA.— 1974.— 64, N 2.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений.— М.: Мир, 1982.— Т. 1.
4. Василенко Г. И., Цибулькин Л. М. Голографические распознающие устройства.— М.: Радио и связь, 1985.
5. А. с. 1550504 СССР. Устройство для преобразования координат изображений/ В. Л. Пержу.— Оpubл. 15.03.90, Бюл. № 10.
6. Casasent D., Chen J. Nonlinear local image preprocessing using coherent optical techniques // Appl. Opt.— 1983.— 22, N 6.

Поступило в редакцию 24 ноября 1987 г.

УДК 621.317.3 : 550.837.81.08

С. В. БАЙДИКОВ, Н. С. ИВАНОВ, А. В. ЛЕВЧЕНКО, А. И. ЧЕЛОВЕЧКОВ
(Свердловск)

АЛГОРИТМЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ ДЛЯ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

Возрастающие требования к точности и помехоустойчивости электроразведочной аппаратуры заставляют искать наиболее эффективные алгоритмы обработки измеряемых сигналов.

Известно, что для выделения полезного сигнала на фоне флуктуационной помехи с нормальным законом распределения и нулевым математическим ожиданием наиболее эффективен метод накопления (среднего арифметического) [1]. Однако, как показывает практика электроразведки, наряду с флуктуационными помехами с нормальным законом распределения, имеются более редкие, но большие по величине импульсные помехи с неизвестным законом распределения и переменными вероятностными характеристиками. Вопросу оценивания полезного сигнала в этих условиях посвящен ряд работ.

В [2] рекомендуется для обработки электроразведочного сигнала использовать метод медианы. В [3] утверждается, однако, что целесообразнее использовать медиану Ходжеса — Лемана, и предлагается модифицированный алгоритм ее определения, позволяющий связать объем вычислений. Эффективность метода проверяется моделированием на ЭВМ, но сравнение проводится не с методом медианы, а с методом накопления.

Моделирование в [3] и ряде других работ осуществляется исходя из предположения, что суммарные помехи имеют плотность распределения

$$p(y, \varepsilon) = \frac{1 - \varepsilon}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_1^2}\right) + \varepsilon h(y),$$

где $h(y)$ — симметричная плотность распределения — обычно гауссова. Указанная модель помехи также предполагает, что принятый сигнал содержит небольшую флуктуационную помеху с приблизительно нормальным распределением $N(0, \sigma_1^2)$, но иногда с вероятностью ε сигнал зашумлен аномальной импульсной помехой, имеющей гораздо большую, чем σ_1^2 , дисперсию σ_2^2 . Однако предположение о симметричном распределении импульсных помех не всегда обосновано. Это прежде всего подтверждается при анализе импульсных помех типа «лестница» [4]. Такие помехи вызываются, например, сменной режимов работы электродвигателей поездов при ускорении или торможении, когда период полезного сигнала гораздо меньше длительности одного переходного режима электропоезда.

© 1990 Байдилов С. В., Иванов Н. С., Левченко А. В., Человечков А. И.

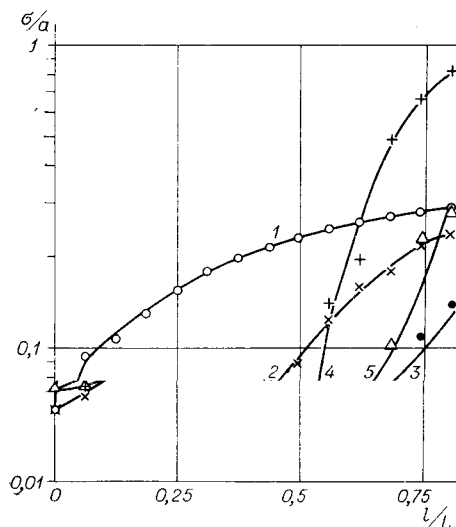


Рис. 1

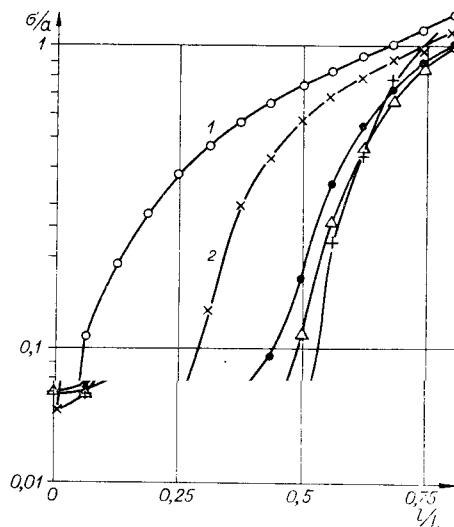


Рис. 2

В настоящей работе проверка различных алгоритмов обработки тоже осуществляется моделированием на ЭВМ, но при аномальных помехах, имеющих как симметричную, так и асимметричную плотность распределения. В первом случае аномальная помеха изображается случайными числами с нормальным распределением

$N(0, \sigma_2^2)$, во втором — упомянутые числа берутся по модулю их величины. При моделировании в качестве полезного сигнала принимается постоянный сигнал a . Используются L отсчетов этого сигнала. Из них l случайно взятых отсчетов суммируются с аномальной помехой, а остальные $L-l$ отсчетов — с небольшой флуктуационной помехой, изображенной случайными числами с нормальным распределением $N(0, \sigma_1^2)$. Полученные последовательности n_1, n_2, \dots, n_L обрабатываются с применением различных алгоритмов. Затем опыты повторяются с теми же a, l, L , но с другими случайными числами и другими пораженными отсчетами и т. д. Проводится статобработка результатов. В качестве показателя эффективности алгоритмов используются среднее квадратичное отклонение оценок σ , а также максимальное наблюдаемое отклонение оценки (размах) относительно исходного сигнала a , нормированные к этому исходному сигналу при фиксированных $L, l, \sigma_1^2, \sigma_2^2$.

Типичные полученные при моделировании зависимости σ/a от l/L приведены на рис. 1 для симметричной и на рис. 2 для асимметричной аномальных помех при $a = 1, \sigma_1 = 0,1, \sigma_2 = 2, L = 32$. Кривые 1—3 получены соответственно для метода накопления, медианы Ходжеса — Лемана и медианы. Приведенные кривые и опыты при других σ_2, L показывают, что метод медианы Ходжеса — Лемана, хотя и выигрывает у метода простого накопления, но при большом числе аномальных помех, поражающих более 10—20 % отсчетов, проигрывает методу медианы. Анализ размаха оценок приводит к такому же выводу.

Данный результат закономерен. Действительно, если грубую ошибку содержат l отсчетов из L , то при $l < 0,5L$ медианой обязательно будет отсчет, не содержащий грубой ошибки. Процедура же Ходжеса — Лемана приводит к ряду из $0,5L(L+1)$ членов, причем в получении $0,5l(2L-l+1)$ членов участвуют отсчеты с грубой ошибкой. Легко убедиться, например, подстановкой в предыдущее выражение, что уже при $l \geq 0,3L + 0,2$ более половины членов ряда Ходжеса — Лемана образованы с участием отсчетов, содержащих грубую ошибку. Следовательно, медиана такого ряда может быть сильно искажена.

Таким образом, при использовании медианы Ходжеса — Лемана усложнение вычислительной процедуры при сравнительно большом уровне помех не ведет к повышению точности, поэтому с рекомендациями работы [3] можно согласиться только при условии редкого появления аномальных помех, что не всегда наблюдается на практике.

Если аномальными помехами поражено менее половины отсчетов, эффективность метода медиан можно существенно улучшить. Исходный временной ряд под-

вергается предварительной цензуре по методу попарного сравнения [4]. По мере появления отсчетов n_i для каждой пары отсчетов проверяется неравенство

$$|n_i - n_{i+1}| < \delta \min(|n_i|, |n_{i+1}|),$$

где δ — допустимое расхождение значений в паре. Если неравенство не выполняется, то указанная пара отсчетов бракуется и участия в определении медианы не принимает. Задав $\delta \approx (2-4)\sigma_1/a$, можно получить заметное увеличение точности. Результаты применения указанной процедуры для $\delta = 3\sigma_1/a$ изображены кривыми 4 на рис. 1, 2. Если δ увеличивать, то отбраковка аномальных отсчетов прекратится и результаты приближаются к результатам метода медианы. Если δ уменьшать, то начинают браковаться пары отсчетов, не затронутые аномальными помехами, и результаты резко ухудшаются.

При практическом использовании алгоритма ни величина сигнала a , ни дисперсия флуктуационной помехи σ_1 заранее не известны. Поэтому предложена процедура автоматического подбора δ . Начальная величина δ берется заведомо заниженной. Проводится процедура попарного сравнения с подсчетом числа отобранных пар. Если отобрано меньше 25 % общего числа пар, то δ увеличивается, скажем, в 1,5 раза. Процедура повторяется, пока после очередного повторения число отобранных пар не превысит 25 %. Увеличим после этого δ в 4 раза, и она попадет примерно в оптимальные пределы, если аномальных помех мало, и будет несколько завышенной, если их много. С итоговой δ_* проведем окончательный отбор пар и найдем у полученного ряда медиану m . Результаты работы алгоритма представлены на рис. 1, 2 кривыми 5, которые на начальном участке действительно совпадают с кривыми 4.

Можно получить дальнейшее небольшое улучшение результатов, если еще раз провести процедуру отбора из первоначального ряда n_1, n_2, \dots, n_L , используя полученные выше δ_* и медиану m по неравенству

$$|n_i - m| < \delta_* |m|.$$

Отсчеты, по которым неравенство выполняется, образуют отобранный ряд, по которому, в свою очередь, определяется медиана — окончательный ответ.

Последний алгоритм, а также метод медианы и метод накопления реализованы в виде программ в экспериментальном образце геофизического микропроцессорного измерителя величины вызванной поляризации и испытаны в полевых условиях. Прибор в каждом измерении получил по 16 отсчетов соответствующих сигналов и, по желанию оператора, обрабатывал их по любому из трех упомянутых алгоритмов, или одни и те же исходные отсчеты обрабатывались последовательно по всем трем алгоритмам. Вычислялись значения вызванной поляризации. Кроме того, для оценки достоверности результатов в методе попарного сравнения фиксировались δ_* и процент отобранных отсчетов. Для метода медианы определялась по формуле из [5] 95 %-ная доверительная граница для погрешности измерения, выражаемая в процентах от результата (медианы) m :

$$u = \left| \frac{200 (n(0,75) - n(0,25))}{m \sqrt{L}} \right|, \quad (*)$$

где $n(0,75)$ и $n(0,25)$ — квантили (стыбы) ранжированного ряда из L отсчетов.

Всего прибором снято 92 погонных километра профилей установкой среднего градиента. Для сравнения алгоритмов на отдельных точках проводились серии из нескольких измерений подряд с обработкой результатов по трем алгоритмам. Типичные ряды результатов кажущейся поляризуемости, полученные на двух точках, изображены в таблице, из которой видно, что метод накопления дал сильно вынавшие значения в четвертом, пятом измерениях на точке 1 и первом, втором, четвертом, седьмом, девятом — на точке 2. Методом попарного сравнения получено сравнительно большое отклонение только в девятом измерении точки 2, а методом медианы — в пятом на точке 1 и четвертом, седьмом на точке 2.

Алгоритм	Номер измерения								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Точка 1</i>									
Накопление	7,03	7,16	7,07	35,1	-41,5	7,14	7,16	7,19	—
Попарное сравнение	7,03	7,03	7,04	7,12	7,18	7,14	7,17	7,22	—
Медиана	7,03	7,03	7,04	7,15	3,77	7,14	7,17	7,22	—
u в % от медианы	0,8	1,2	1,3	67	220	1,3	2,3	2,1	—
<i>Точка 2</i>									
Накопление	9,84	3,50	1,10	1,24	1,07	1,04	20,1	1,12	-12,7
Попарное сравнение	1,10	1,07	1,10	1,10	1,07	1,03	1,02	1,02	1,33
Медиана	1,02	1,07	1,09	1,22	1,05	1,07	1,59	1,10	1,02
u в % от медианы	63	12	17	4,6	5,4	24	89	41	96

Для проверки применимости формулы (*) в каждой точке, где проводились серии измерений (до 36 измерений подряд), по значениям, полученным методом медиан, брались средний арифметический результат. При его определении сильно отклонившиеся значения исключались. Так, в точке 1 не учитывалось пятое измерение, а в точке 2 — четвертое, седьмое. Затем по каждому измерению, включая не учитываемые при определении среднего, находилось отклонение от среднего и проверялось, укладывается ли оно в определенную автоматически для этого измерения по формуле (*) 95%-ную доверительную границу погрешности. Процент попаданий в 95%-ные доверительные интервалы по различным точкам колебался от 80 до 100 %, составив в среднем 93 %, что показывает допустимость применения формулы (*) для оценки достоверности полученных методом медианы результатов.

В методе попарного сравнения отклонившиеся измерения уверенно отбраковывались по резкому увеличению значения δ_* .

И по результатам полевых испытаний, и по результатам моделирования метод попарного сравнения выглядит несколько предпочтительнее, чем метод медианы, хотя окончательный категорический вывод делать преждевременно: нужны более длительные испытания в полевых условиях, в том числе при больших уровнях помех. Оба упомянутых метода показали себя гораздо более помехоустойчивыми, чем метод накопления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харкевич А. А. Борьба с помехами.— М.: Гос. издат. физ.-мат. лит-ры, 1963.
2. Дрейзин Ю. А. О применении метода накопления в электромагнитных исследованиях // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1982.— № 2.
3. Мариненко В. А., Мариненко М. А., Тишин П. И. Применение алгоритмов нелинейной фильтрации для статистической обработки геоэлектрических сигналов // Автометрия.— 1987.— № 3.
4. Человечков А. И., Яковлев А. А., Добронравов М. Ю. Алгоритм цифровой фильтрации сигналов для электроразведки // Электротехнические исследования на рудных месторождениях.— Свердловск: УрО АН СССР, 1988.— Деп. в ВИНТИ 18.01.88, № 387—888.
5. Парзен Э. Перспективы использования функции плотности квантилей для устойчивого оценивания // Устойчивые статистические методы оценки данных.— М.: Машиностроение, 1984.

Поступило в редакцию 28 июня 1989 г.

УДК 621.317

О. Н. СИЗЫХ
(Красноярск)

ОБ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ФУНКЦИЙ КЛАССОВ ВИНЕРА И ХАРДИ В ПРОИЗВЕДЕНИИ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ РЕШЕТКИ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ

В прикладной математике и физике часто встречается проблема восстановления функций из класса Винера W_α (т. е. такой функции $f(t_1, t_2)$ из $L^2[\mathbb{R}^2]$, двумерное преобразование Фурье * которой

$$\widehat{f}(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t_1, t_2) \exp(-2\pi i(x_1 t_1 + x_2 t_2)) dt_1 dt_2$$

обращается в нуль вне некоторого квадрата $|x_j| \leq \alpha, j = 1, 2$ по ее значениям (отсчетам) в узлах решетки в полярных координатах. Во многих случаях это наиболее естественный способ задания исходных данных.

Для равномерной решетки в полярной системе координат известная теорема Котельникова неверна [4]. Это подтверждает и такой простой пример. Пусть

$$F(x_1, x_2) = \widehat{\varphi}(x_1, x_2) \prod_{n=1}^s \left(x_1 - x_2 \operatorname{tg} \frac{2\pi n}{s} \right),$$

где $\widehat{\varphi}(x_1, x_2)$ — преобразование Фурье финитной функции φ с носителем $\{x: |x_j| \leq \alpha, j = 1, 2\}$, имеющей абсолютно интегрируемые в \mathbb{R}^2 частные производные $(s+2)$ -го

* Именно такой вид преобразования Фурье используют стандартные программы для ЭВМ [1—3].