

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ

УДК 621.372.853.5

СИРО Ф. ВАСКЕС СОАРЕС де ФРЕЙТАС,
А. А. ЕГОРОВ, И. В. ЧЕРЕМИСКИН
(Москва)

К ВОПРОСУ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
НЕРЕГУЛЯРНОСТЕЙ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Как известно [1—5], анализ рассеянного в тонкопленочном волноводе (ТВ) света позволяет весьма точно определить статистические характеристики шероховатых поверхностей и неоднородностей сред волновода. Однако обычно для такого анализа используется решение двумерной задачи рассеяния света на цилиндрических нерегулярностях, которое иногда необоснованно используется для вычисления характерных величин реальных трехмерных нерегулярностей.

В настоящей работе для специально выбранных условий измерений получена формула для мощности света, рассеянного в определенном направлении с учетом трехмерного характера нерегулярностей ТВ. Существенной частью этой формулы является решение двумерной задачи рассеяния, получаемой одним из известных способов (например, [2—5]). Вычисленные по этой формуле значения рассеянной мощности могут быть использованы для определения статистических характеристик нерегулярностей ТВ.

Рассмотрим рассеяние падающей волноводной моды в тонкопленочном волноводе, содержащем статистические (случайные) нерегулярности (рис. 1). Задача может быть решена с помощью теории возмущений при условии малости нерегулярностей ТВ. Пусть в каждом из слоев ТВ диэлектрическая проницаемость записывается в виде

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 + \delta(x, y, z)], \quad (1)$$

где ε_0 — диэлектрическая постоянная в каждом из слоев ТВ, уравнение $\delta(x, y, z) = f(x)g(y)h(z)$ описывает малые случайные нерегулярности и удовлетворяет условию

$$\delta(x, y, z) \ll 1. \quad (2)$$

Нерегулярности могут представлять собой неровности границ раздела ТВ, малые по амплитуде по сравнению с длиной волны, и/или отклонения показателя преломления от среднего значения, малые по сравнению с показателем преломления соответствующего слоя.

Уравнение, описывающее монохроматическое электромагнитное поле частоты ω в каждом из слоев ТВ, записывается в виде [2]

$$\Delta \bar{E} + \nabla \left(\bar{E} \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \right) + \omega^2 \mu \varepsilon \bar{E} = 0. \quad (3)$$

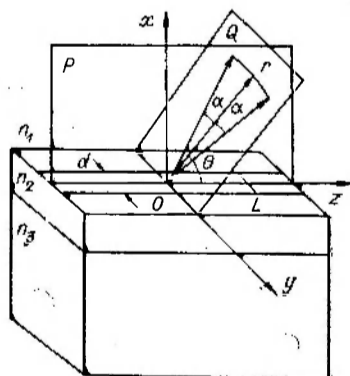


Рис. 1

Поле \vec{E} можно представить в виде суммы полей падающей волноводной моды (волны) \vec{E}_0 и поля рассеянной волны \vec{E}_p :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p.$$

Ввиду малости нерегулярностей и при достаточной ограниченности длины нерегулярного участка ТВ поле рассеянной волны будет значительно меньше поля падающей волны:

$$|\vec{E}_p| \ll |\vec{E}_0|. \quad (4)$$

Полагая для простоты, что в волноводе может распространяться только низшая волноводная ТГ-мода, имеющая компоненты $E_{0x} = E_{0z} = 0$ и $E_{0y}(x, z) \neq 0$, и пренебрегая членами второго порядка малости, уравнение (3) можно записать в виде

$$\Delta E_{px} + \omega^2 \mu \epsilon_0 E_{px} = -\frac{\partial^2 \delta}{\partial x \partial y} E_{0y} - \frac{\partial \delta}{\partial y} \frac{\partial E_{0y}}{\partial x}; \quad (5.1)$$

$$\Delta E_{py} + \omega^2 \mu \epsilon_0 E_{py} = -\omega^2 \mu \epsilon_0 \delta E_{0y} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2} E_{0y}; \quad (5.2)$$

$$\Delta E_{pz} + \omega^2 \mu \epsilon_0 E_{pz} = -\frac{\partial^2 \delta}{\partial y \partial z} E_{0y} - \frac{\partial \delta}{\partial y} \frac{\partial E_{0y}}{\partial z}, \quad (5.3)$$

где μ — магнитная проницаемость; $\omega \sqrt{\mu \epsilon_0} = n_i k_0$, n_i — показатель преломления i -го слоя волновода; $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны света в вакууме.

Представим $g(y)$ в виде интеграла Фурье:

$$g(y) = \frac{d}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(K_y) \exp(-iK_y y) dK_y. \quad (6)$$

Здесь d — ширина (трека) падающей волноводной моды. Подставим (6) в (5). Таким образом, зависящая от y часть диэлектрической проницаемости заменена гармоническими решетками с волновыми векторами K_y и спектром $g(K_y)$, которые возбуждают световые волны, рассеиваемые под углами $\alpha = \arcsin(k_y/n_i k_0)$ к плоскости падения, т. е. к плоскости, содержащей падающий волноводный луч и перпендикуляр к плоскости волновода (см. рис. 1, плоскость P).

Пусть $g(y)$ описывает случайные нерегулярности с характерной пространственной частотой K_{0y} и интервалом корреляции $B_y = K_{0y}^{-1} \sim \sim k_0^{-1}$. Для получения решений уравнений (5), соответствующих рассеянию света в направлениях, близких к плоскости падения (в эксперименте это направления, удовлетворяющие условию (12)), выделим в (6) интеграл, содержащий лишь малый интервал пространственных частот $(-\Delta K_y, \Delta K_y)$ с

$$\Delta K_y \ll K_{0y} \sim k_0, \quad (7)$$

и подставим полученную урезанную по спектру функцию

$$g(y, \Delta K_y) = \begin{cases} g(y), & |K_y| \leq \Delta K_y; \\ 0, & |K_y| > \Delta K_y \end{cases} \quad (8)$$

в (2) и (5) вместо $g(y)$. Тем самым с помощью (7), (8) на нерегулярности ТВ, которые являются источниками возбуждения рассеянных волн, налагается условие плавности изменений по направлению y . Поэтому в уравнениях (5) члены, содержащие производные по y , оказываются величинами первого и более высокого порядка малости по $\Delta K_y/k_0$ по сравнению с нулевым порядком других членов и ими можно пренебречь. Тогда решения уравнений (5) будут содержать лишь волновые векторы $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ с компонентами

$$|k_y| \leq |\Delta K_y| \ll n_i k_0, \quad (9)$$

которые соответствуют рассеянию на малые углы α (см. рис. 1). В ука-

занпом приближении уравнения (5.1) и (5.3) не содержат источников возбуждения рассеянных волн и не представляют интереса, а (5.2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 E_y = 0, \quad (10)$$

где $n^2 = \epsilon_0 [1 + \tilde{\delta}(x, y, z)]$ и $\tilde{\delta}(x, y, z) = f(x)g(y, \Delta K_y)h(z)$. Таким образом, при условиях (2), (7)–(9) уравнение (5.2) приближенно можно рассматривать как двумерное. В предельном случае отсутствия перегибностей в направлении оси y , т. е. при $\Delta K_y \rightarrow 0$, спектральная плотность $g(K_y)$ представляется функцией Дирака $\delta_D(K_y)$ и уравнение (5.2) точно переходит в (10) с $g(y, \Delta K_y) = 1$. В таком виде (10) обычно используется при решении задач о рассеянии света на нерегулярностях в плоском ТВ [2–5].

Переход от уравнений (5) к (10) при малых углах α соответствует тому, что интенсивность рассеянного света в дальней зоне в первом приближении не зависит от α и поле рассеяния практически остается поляризованным, т. е. $E_{py} \gg E_{px}, E_{pz}$. Именно это обстоятельство дает возможность представить решение уравнений (5) E_{py}^{3D} (трехмерный случай) как произведение решения двумерного уравнения $E_{py}^{2D}(r, \Theta)$ в плоскости падения P и решения $\psi(r, \alpha)$ в плоскостях Q , перпендикулярных плоскости падения и включающих область источников рассеяния (см. рис. 1). В принятых обозначениях r — модуль радиуса вектора, проведенного из центра области нерегулярностей к точке наблюдения, который ввиду малости угла α приближенно одинаков в обеих функциях E_{py}^{2D} и ψ , описывающих поле рассеяния $E_{py}^{3D}(r, \alpha, \Theta) = \psi(r, \alpha) E_{py}^{2D}(r, \Theta)$. Поле в каждом из двумерных решений оказывается пропорциональным $r^{-1/2}$ в соответствии с цилиндрической геометрией, а интенсивность рассеянного света в трехмерном рассмотрении естественно пропорциональна r^{-2} . Применимость разделения переменных в представлении E_{py}^{3D} является следствием условий (2), (7)–(9). При этом фазовый член в одном из двумерных решений выпадает.

Физически $E_{py}^{3D} = \psi E_{py}^{2D}$ соответствует тому, что полученная при решении однородной по y задачи плоская, рассеянная под определенным углом Θ волна расходится из-за ограничения ширины падающего волноводного пучка света и модуляции диэлектрической проницаемости. В простейшем случае отсутствия зависимости от y нерегулярности ТВ ограничение ширины пучка приводит к апертурной расходимости, как в задачах о дифракции плоской волны на щели или на прямоугольном отверстии [2, 6]. Зависимость от y нерегулярности ТВ является дополнительным источником расходимости. Поле ψ в этом случае может быть получено по аналогии с решением задачи о дифракции плоской волны на щели [2], если принять, что амплитуда этой волны модулирована в соответствии с $g(y, \Delta K_y)$. Тогда, полагая, что двумерное решение для поля $E_{py}^{2D}(r, \Theta)$ и мощности рассеянного света $\Delta P^{2D}(r, \Theta)$ известно [2–5], для ограниченной шириной $d \gg \lambda$ и падающей TE_0 -волны в ТВ, содержащем по направлению y нерегулярности вида $g(K_y) \cos K_y y$, напряженность поля рассеянного света в дальней зоне при условиях (2), (7)–(9) записывается в виде

$$E_{py}^{3D}(r, \alpha, \Theta) = (2\pi)^{-3/2} k_z (kr)^{-1/2} d \exp[-i(kr - \pi/4)] \times \\ \times E_{py}^{2D}(r, \Theta) \int_{-\Delta K_y}^{\Delta K_y} g(K_y) \left[\frac{\sin(K_y + k_y) d/2}{K_y + k_y} + \frac{\sin(K_y - k_y) d/2}{K_y - k_y} \right] dK_y. \quad (11)$$

Для однородного в направлении y ТВ $g(K_y) = g(0) \delta_D(K_y)$ и $\psi(r, \alpha)$ в (11) имеет такой же вид, как и в решении задачи о дифракции плоской монохроматической волны на щели в непрозрачном экране с глав-

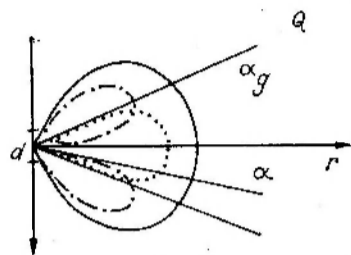


Рис. 2

ным лепестком индикатрисы рассеяния (диаграммы направленности) света в плоскости Q в пределах дифракционного угла $\alpha_g = \lambda/d$ (рис. 2, пунктирная линия) [2]. При фиксированном $K_y \neq 0$ индикатриса рассеяния имеет вид, представленный на рис. 2 штрихпунктирной линией, и при нерегулярностях вида $g(y, \Delta K_y)$ — сплошной линией. Для однородного в направлении y ТВ при $d \rightarrow \infty$ $E_{py}^{3D} \rightarrow E_{py}^{2D}(r, \theta)$. При этом

следует учесть, что мощность в двумерном приближении отнесена к единице длины.

В эксперименте обеспечение условий (7)–(9) сводится к ограничению наблюдаемого рассеяния малыми углами $\alpha \leq \Delta K_y/n_i k_0$, которое может быть достигнуто установкой в дальней зоне щелевой диафрагмы, удовлетворяющей условию

$$s/r = \Delta K_y/n_i k_0, \quad (12)$$

где s — ширина щелевой диафрагмы, расположенной параллельно плоскости падения. При выполнении условия (12) и, следовательно, (7)–(9) уравнения (5), как было показано, сводятся к уравнению (10).

Мощность света, рассеянного на нерегулярностях ТВ в направлениях α, θ при условиях (2), (7)–(9), (12), определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta P^{3D}(\alpha, \theta) d\alpha d\theta \cong \pi^{-3} d |g(K_y = 0)|^2 \left[\text{si}^2 \left(\frac{\Delta K_y d}{2} + \pi \frac{d}{\lambda} \alpha \right) + \right. \\ \left. + \text{si}^2 \left(\frac{\Delta K_y d}{2} - \pi \frac{d}{\lambda} \alpha \right) \right] \pi \frac{d}{\lambda} \Delta P^{2D}(\theta) d\theta, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\text{si}(\dots)^*$ — интегральный синус; $\alpha \simeq k_y/k$; $\Delta P^{2D}(\theta)$ — мощность света, рассеянного в направлении θ и вычисленного в двумерном приближении. При этом в (13) не входит член, связанный с произведениями полей, рассеянных решетками K_y и $-K_y$, равный нулю ввиду случайного характера нерегулярностей ТВ.

Результат интегрирования по α может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \int_{-\alpha_1/2}^{\alpha_1/2} \Delta P^{3D}(\alpha, \theta) d\alpha d\theta \cong \pi^{-3} d |g(K_y = 0)|^2 \{ A^+ [\text{si}^2(A^+) + \text{si}^2(-A^+)] - \\ - A^- [\text{si}^2(A^-) + \text{si}^2(-A^-)] + 2 \cos A^+ [\text{si}(A^+) - \text{si}(-A^+)] - \\ - 2 \cos A^- [\text{si}(A^-) - \text{si}(-A^-)] \} \Delta P^{2D}(\theta) d\theta, \end{aligned} \quad (14)$$

где $A^+ = \frac{\Delta K_y d}{2} + \frac{\pi d \alpha_1}{\lambda}$; $A^- = \frac{\Delta K_y d}{2} - \frac{\pi d \alpha_1}{\lambda}$.

Мощность света, рассеянного в интервале углов $(-\alpha_g/2, \alpha_g/2)$ и $(\theta - \Delta\theta/2, \theta + \Delta\theta/2)$ при ограничении главными лепестками индикатрисы рассеяния, составляет

$$\int_{-\alpha_g/2}^{\alpha_g/2} d\alpha \int_{\theta - \Delta\theta/2}^{\theta + \Delta\theta/2} \Delta P^{3D}(\alpha, \theta) d\theta \cong d \Delta P^{2D}(\theta) \Delta\theta, \quad (15)$$

если $g(K_y = 0) = 1$ и $\Delta\theta$ мало. Таким образом, мощность света, рассеянного в пределах дифракционного угла α_g , равна значению, вычисленному на основе двумерного решения.

* $\text{si}(x) = \text{Si}(x) - \pi/2 = - \int_x^\infty (\sin x/x) dx$.

Если $\alpha_1 > \alpha_g$, то $\frac{\Delta K_y d}{2} = \frac{\pi d \alpha_1}{\lambda 2}$ и в фигурных скобках в (14) основную роль играет член

$$A^+ \operatorname{si}^2 \left(-A^+ \right) \cong \frac{\pi d}{\lambda} \alpha_1 \operatorname{si}^2 (-\infty) = \pi^3 \frac{\alpha_1}{\alpha_g}.$$

Приближение (16) справедливо для не слишком больших углов α_1 , соответствующих значениям K_y , удовлетворяющим условиям (7)–(9).

На основе (14), (16) может быть проведен анализ результатов измерений индикатрисы рассеяния света для реальных трехмерных нерегулярностей ТВ, определена функция спектральной плотности нерегулярностей и вычислены значения среднеквадратичных отклонений от среднего и интервалы корреляции нерегулярностей. Использование двумерных зависимостей $\Delta P^{2D}(\Theta)$ для рассеянной мощности без учета расходимости по α , обусловленной ограниченностью падающего пучка света и модуляцией диэлектрической проницаемости, может привести к неправильным результатам при расчетах среднеквадратичных значений нерегулярностей. Такие ошибки исключаются при использовании некоторых относительных параметров рассеянного излучения, в которых отношение α_1/α_g выпадает, например, при измерениях отношения мощностей рассеяния назад и вперед [2].

Ошибки, допускаемые при вычислениях по формулам (14), (16) из-за пренебрежения боковыми лепестками индикатрисы рассеяния, составляют менее 10%. С возрастанием угла α_1 увеличиваются ошибки, связанные с нарушением условий (7)–(9), (12) и с зависимостью спектральной плотности нерегулярностей от K_y . Поскольку чувствительность измерительной аппаратуры прямо связана с увеличением диафрагмы на приемнике и соответственно с увеличением угла α_1 , точность вычислений среднеквадратичных значений нерегулярностей, проведенных по формулам (14), (16) на основании результатов измерений $\Delta P^{3D}(\alpha, \Theta)$, зависит от вида спектральной плотности нерегулярности. Для лоренцевской функции спектральной плотности нерегулярности ТВ при углах $\alpha \ll 0,1$ и $B \sim \lambda$ ошибка при использовании указанных формул вместо точного решения трехмерной задачи рассеяния составляет менее 10%.

Таким образом, в настоящей работе рассмотрено рассеяние света на нерегулярностях тонкопленочного волновода, сосредоточенное вблизи плоскости надения. Получены приближенные формулы для рассеянной мощности с учетом ограниченности падающего пучка света и трехмерного характера нерегулярности ТВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сотин В. Е., Осовицкий А. И., Песнек Л. С., Челяев А. Ф. Использование волноводного рассеяния света для определения статистических характеристик шероховатых поверхностей // ОМП.— 1981.— № 7.
2. Маркузе Д. Оптические волноводы.— М.: Мир, 1974.
3. Miyahara S., Imai M., Asakura T. Radiation pattern of scattered light caused by refractive index fluctuations in an asymmetric dielectric slab waveguide // Wave Electronics.— 1977/1978.— 3.— P. 145.
4. Андлер Г., Егоров А. А., Черемискин И. В. Определение параметров шероховатости оптической поверхности по рассеянию в диэлектрическом волноводе // Оптика и спектроскопия.— 1984.— 56, вып. 4.
5. Сиро Ф., Васкес С. де Ф., Черемискин И. В. Исследование излучения, рассеянного на случайных неоднородностях показателя преломления в тонкопленочном волноводе // Автометрия.— 1988.— № 5.
6. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны.— М.: Радио и связь, 1988.

Поступила в редакцию 24 октября 1989 г.