

Второй алгоритм также показал высокую надежность распознавания формы объекта (вероятность правильной работы составляет 0,998). Однако этот алгоритм имеет быстроедействие выше в 3—5 раз по сравнению с первым алгоритмом распознавания за счет значительного сокращения перерабатываемой информации. Описанный вариант СТЗ более пяти лет успешно эксплуатируется в ТИАСУРе и других учреждениях страны. Стоимость СТЗ (включая ЭВМ) около 13 тыс. руб.

Таким образом, описанная СТЗ проста и отличается от известных [1, 2] более широкими возможностями, например, за счет подключения СТЗ к вычислительной сети и удобством обслуживания вследствие вывода изображения на черно-белый или цветной монитор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писаревский А. Н., Черняевский А. Ф., Афанасьев Г. К. и др. Системы технического зрения.—Л.: Машиностроение, 1988.
2. Матвеев В. И., Староверов Ю. Г. Подутоновая система технического зрения // Микропроцессорные средства и системы.—1987.—№ 2.
3. Техническое зрение роботов/Под ред. А. Нью: пер. с англ. Д. Ф. Миронова; под ред. Г. П. Катуса.—М.: Машиностроение, 1987.
4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ.—М.: Мир, 1982.—Кн. 2.
5. Андреев Ю. А., Белоглазов Н. Н., Кориков А. М. и др. Корреляционно-экстремальные видеосенсорные системы для роботов.—Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1986.
6. Кориков А. М., Сырямкин В. И., Титов В. С. Корреляционные зрительные системы роботов.—Томск: Радио и связь, Томское отд-ние, 1990.

Поступило в редакцию 7 июня 1989 г.

УДК 621.391.1

В. Е. ФАРБЕР

(Москва)

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОШИБОК АМПЛИТУДНОГО КВАНТОВАНИЯ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Введение. На выходе цифровых систем переработки информации неизбежно возникают дополнительные ошибки, связанные с ограниченностью разрядной сетки цифровых устройств и обусловленные процессами квантования по уровню как значений входных процессов, так и результатов выполнения реализующих систему арифметических операций. Для обоснованного выбора максимально допустимого шага квантования или минимально необходимого количества двоичных разрядов в разрядной сетке цифрового устройства следует оценить результирующее значение ошибок квантования (ОК) на выходе цифровой системы, причем для возможности проведения вероятностной оценки такого значения нужно знать числовые характеристики ОК.

В настоящей работе рассмотрен один из возможных методов определения числовых характеристик ОК, результаты которого в отличие от применяемого на практике метода [1, 2] справедливы как для непрерывного, так и для дискретного распределения квантуемого процесса (КП). Для случая, когда КП дискретен по уровню, дан анализ числовых характеристик ОК и приведены условия, при выполнении которых они не зависят от вероятностных характеристик квантуемого процесса.

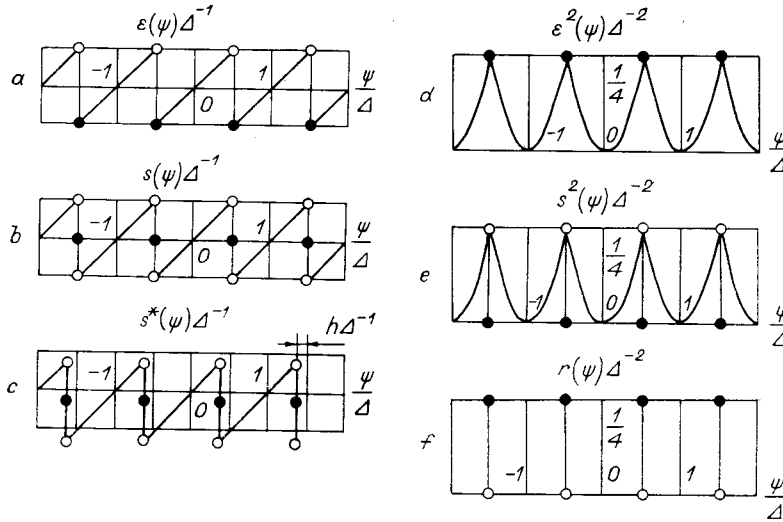
1. Методы определения числовых характеристик ошибок квантования. Зависимость значений ОК $\varepsilon(\psi)$ при нашем широком применении на практике способе округления до ближайшего целого от значений КП ψ имеет вид

$$\varepsilon(\psi) = \psi - \Delta E\{\psi\Delta^{-1} + 0,5\}, \quad (1)$$

где Δ — шаг квантования; $E\{\cdot\}$ — операция выделения целой части. Эта зависимость, а также зависимость

$$\varepsilon^2(\psi) = \frac{\Delta^2}{12} - \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \cos \frac{2\pi}{\Delta} k\psi \quad (2)$$

изобразены на рисунке, а, д.



Математическое ожидание $m_\varepsilon(t)$ и дисперсия $\sigma_\varepsilon^2(t)$ ОК, а также взаимная дисперсия $K_{\psi\varepsilon}(t)$ ОК и КП определяются следующими выражениями [3]:

$$m_\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\psi) w_1(\psi, t) d\psi; \quad (3a)$$

$$\sigma_\varepsilon^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2(\psi) w_1(\psi, t) d\psi - m_\varepsilon^2(t); \quad (3б)$$

$$K_{\psi\varepsilon}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi \varepsilon(\psi) w_1(\psi, t) d\psi - m_\psi(t) m_\varepsilon(t), \quad (3в)$$

где $w_1(\psi, t)$ — одномерная плотность распределения КП; $m_\psi(t)$ — математическое ожидание КП.

В [1] при определении числовых характеристик (ЧХ) ОК использовалась замена $\varepsilon(\psi)$ характеристикой

$$s(\psi) = \frac{\Delta}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{2\pi}{\Delta} k\psi, \quad (4)$$

совпадающей с $\varepsilon(\psi)$ всюду, кроме точек разрыва, имеющих место в случае, когда

$$\psi = (k + 0,5)\Delta, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

Зависимости $s(\psi)$ и

$$s^2(\psi) = \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n}}{mn} \sin \frac{2\pi}{\Delta} m\psi \sin \frac{2\pi}{\Delta} n\psi \quad (6)$$

от ψ изображены на рисунке, *b, e*.

Нетрудно видеть, что такая замена не приведет к ошибкам в определении числовых характеристик ОК только лишь в случае, когда вероятность попадания значений КП в точки разрыва функции $\varepsilon(\psi)$ равна нулю, что имеет место, например, при непрерывном по уровню распределении КП.

Если КП дискретен по уровню и может принимать значения только из набора дискретных уровней

$$\psi = \tau\Delta_\mu, \quad \Delta_\mu = \Delta/\mu \quad (\tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \mu = 2, 3, 4, \dots), \quad (7)$$

то может иметь место выполнение условия (5) с конечной вероятностью и для определения числовых характеристик ОК следует рассмотреть прохождение КП не через нелинейную зависимость $\varepsilon(\psi)$, а через зависимость, изображенную на рисунке, *c*:

$$s^*(\psi) = -h + \frac{\Delta}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{2\pi}{\Delta} k(\psi + h), \quad (8)$$

$$0 < h < \Delta_\mu/2. \quad (9)$$

Эта ситуация имеет место в силу того, что $s^*(\psi)$ не совпадает с $\varepsilon(\psi)$ только в диапазонах

$$(k + 0,5)\Delta - h \leq \psi < (k + 0,5)\Delta, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (10)$$

в которые согласно (7) не попадают значения КП. Рассмотренный метод использован в [4, 5] при проведении исследований числовых характеристик ОК, дискретизил с учетом (2), (4) и (6)

$$\begin{aligned} \varepsilon(\psi) = & \frac{\Delta}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{2\pi}{\Delta} k\psi - \frac{\Delta}{6} - \frac{2\Delta}{\pi^2} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\kappa}}{\kappa^2} \cos \frac{2\pi}{\Delta} \kappa\psi + \\ & + \frac{2\Delta}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n}}{mn} \sin \frac{2\pi}{\Delta} m\psi \sin \frac{2\pi}{\Delta} n\psi. \end{aligned} \quad (11б)$$

2. Определение и анализ числовых характеристик ошибок квантования. Подставляя соотношения (2) и (11) в (3) и учитывая, что

$$\begin{aligned} \sin x &= j \frac{\exp(-jx) - \exp(jx)}{2}, \\ \cos x &= \frac{\exp(jx) + \exp(-jx)}{2}, \end{aligned}$$

для определения числовых характеристик ОК получим выражения:

$$\begin{aligned} m_{\varepsilon}(t) = & -\frac{\Delta}{6} + j\lambda^{-1} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \Theta_{1\psi}(\lambda m, t) - \frac{\Delta}{\pi^2} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \Theta_{1\psi}(\lambda m, t) - \\ & - \frac{\Delta}{2\pi^2} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n}}{mn} \Theta_{1\psi}\{\lambda(m+n), t\}; \end{aligned} \quad (12а)$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2(t) = \frac{\Delta^2}{12} + 2\lambda^{-2} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \Theta_{1\psi}(\lambda m, t) - m_{\varepsilon}^2(t); \quad (12б)$$

$$\begin{aligned} K_{\psi\varepsilon}(t) = & \lambda^{-1} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \Theta'_{1\psi}(\lambda m, t) + j \frac{\Delta}{\pi^2} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \Theta'_{1\psi}(\lambda m, t) + \\ & + j \frac{\Delta}{2\pi^2} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n}}{mn} \Theta'_{1\psi}\{\lambda(m+n), t\} - m_{\psi}(t) \left\{ \frac{\Delta}{6} + m_{\varepsilon}(t) \right\}. \end{aligned} \quad (12в)$$

Здесь $\Theta_{1\psi}(\cdot)$ — одномерная характеристическая функция КП; $\lambda = 2\pi/\Delta$:

$$\Theta'_{1\psi}(\omega_1, t) = \left. \frac{\partial}{\partial \omega} \Theta_{1\psi}(\omega, t) \right|_{\omega=\omega_1}.$$

Аналогично можно получить выражения для определения двумерных ЧХ таких, как корреляционная функция $K_{\varepsilon\varepsilon}(t_1, t_2)$ ОК и взаимная корреляционная функция $K_{\psi\varepsilon}(t_1, t_2)$ ОК и КП.

Отметим, что если в (3) вместо $\varepsilon(\psi)$ подставить $s(\psi)$, задаваемую соотношением (4), и провести интегрирование, то полученные выражения для определения числовых характеристик ОК будут проще (12). Так, например, для нахождения математического ожидания ОК нетрудно получить [4]:

$$m_s(t) = j \frac{\Delta}{2\pi} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \Theta_{1\psi}\left(\frac{2\pi}{\Delta} m, t\right). \quad (13)$$

Однако, как указывалось выше, полученные таким образом выражения будут справедливы только лишь в случае, когда вероятность выполнения условия (5) равна нулю. Проиллюстрируем это на конкретном примере.

Пусть с вероятностью, равной единице, имеет место выполнение условия (5). При этом

$$\Theta_{1\psi}(\omega, t) = \exp\{j\omega(k + 0,5)\Delta\}, \quad \varepsilon\{(k + 0,5)\Delta\} = -\frac{\Delta}{2}, \quad (14)$$

и, следовательно, в данном случае

$$m_\varepsilon(t) = -(\Delta/2). \quad (15)$$

Согласно выражению (12а)

$$m_\varepsilon(t) = -\frac{\Delta}{6} - \frac{\Delta}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} = -\frac{\Delta}{2},$$

ком-либо целом $\mu > 1$ выполняются два условия [10].

$$\Theta_{1\psi}\left(\frac{2\pi}{\Delta}n, t\right) = 0 \text{ при } n \neq \tau\mu \text{ и } \Theta_{1\psi}\left(\frac{2\pi}{\Delta}n, t\right) = 1 \text{ при } n = \tau\mu; \quad (16)$$

$$\Theta'_{1\psi}\left(\frac{2\pi}{\Delta}n, t\right) = 0 \text{ при } n \neq \tau\mu \text{ и } \Theta'_{1\psi}\left(\frac{2\pi}{\Delta}n, t\right) = jm_\psi(t) \text{ при } n = \tau\mu, \quad (17)$$

где $\tau, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Тогда из (12) можно определить, что числовые характеристики ОК равны $m_\varepsilon(t) = 0$ при μ нечетном и $m_\varepsilon(t) = -(\Delta/2\mu)$ при μ четном:

$$\sigma_\varepsilon^2(t) = \frac{\Delta^2(\mu^2 - 1)}{12\mu^2}; \quad K_{\psi\varepsilon}(t) = 0$$

— и не зависят от вероятностных характеристик КП, что согласуется с результатами, полученными в [6] для способа округления до ближайшего целого при четном μ . Преимущество предложенного в настоящей работе метода состоит в том, что при проведении суммирования не надо все время помнить о том, что величина не ограничивается диапазоном (9).

Примеры физически реализуемых случайных процессов, удовлетворяющих условиям (16) и (17), приведены в [6], где показано, что они включают в себя как частный случай при $\mu \rightarrow \infty$ известное из теории квантования по уровню соотношение [1]

$$\Theta_{1\psi}(\omega, t) \equiv 0 \text{ при } |\omega| \geq \omega_0, \text{ где } \omega_0 < 2\pi/\Delta,$$

и, следовательно, охватывают более широкий класс процессов, при квантовании которых числовые характеристики возникающих ошибок не зависят от вероятностных характеристик КП.

Заключение. Итак, суть рассмотренного в работе метода состоит в доопределении в точках разрыва с помощью игольчатой функции $r(\psi)$ (11а) разложения в ряд Фурье $s(\psi)$ (4) нелинейной периодической зависимости ОК $\varepsilon(\psi)$ (1) от значений квантуемого процесса ψ . Нетрудно заметить, что этот метод может быть с успехом применен при исследовании ЧХ случайных процессов на выходе ряда других типов нелинейных преобразователей информации, характеристики которых допускают разложение в ряд Фурье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефимов В. М. Квантование по времени при измерении и контроле.— М.: Энергия, 1969.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1969.
3. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления.— М.: Сов. радио, 1963.
4. Лившиц Н. А., Фарбер В. Е. Об ошибках амплитудного квантования при округлении с использованием дискретного по уровню стохастического корректирующего сигнала // *АиТ.*— 1977.— № 6.
5. Лившиц Н. А., Фарбер В. Е. Сравнительное исследование числовых характеристик ошибок счета ЦВУ при различных модификациях способа округления до ближайшего целого // *Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ.*— 1977.— Вып. 6.
6. Лившиц Н. А., Фарбер В. Е. Числовые характеристики ошибок амплитудного квантования // *АиТ.*— 1978.— № 12.

Поступило в редакцию 27 июля 1990 г.