4. **Большев Л. Н.** Обнаружение грубых ошибок в результатах наблюдений // Междунар. летняя школа по теории вероятностей и математической статистике. - Варна: БАН, 1974.
5. **Убайдуллаева М.** Об отбраковке резко выделяющихся наблюдений // Теория вероятностей и ее применение.— 1974.— **19**, № 4.
6. **Тихонов В. И.** Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986.
7. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Радио и связь, 1989.
8. **Питербарг В. И.** Асимптотическая пуассоновость числа высоких выбросов и распределение максимума гауссовского однородного поля // Выбросы случайных полей.— М.: МГУ, 1972.

Поступила в редакцию 29 декабря 1990 г.

УДК 621.391.2 : 681.3 : 621.397

В. Н. ФИЛАТОВ

(Ленинград)

ПОИСКОВО-РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ФРАГМЕНТА ТЕЛЕВИЗИОННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Задача измерения координат фрагмента изображения для случая постоянства измеряемых параметров решалась в [1]. Оптимальная процедура измерения переменного во времени положения оптического сигнала была получена в [2, 3] на основе метода нелинейной фильтрации. Однако синтез проводился для непрерывного случая при условии высокого отношения сигнал/шум и для большого интервала наблюдения. В данной статье задача синтеза оптимального измерителя параметров движения фрагмента изображения решается без указанных ограничений и с учетом специфики формирования телевизионного сигнала.

Последовательность телевизионных изображений (кадров) представляет собой пространственно-временной дискретный сигнал, характеристики которого изменяются как в плоскости мишени телевизионного датчика, так и во времени.

В цифровом телевидении видеосигнал с выхода датчика подвергается операциям дискретизации и квантования. Если нумеровать отсчеты (дискреты) в кадре в соответствии с направлением движения развертывающей апертуры и записывать полученные последовательности отсчетов в запоминающее устройство, то модель входного сигнала в случае равномерного фона сюжета правомерно записать в виде уравнения наблюдения

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k),\ k] + \mathbf{n}_{н}(k), \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{\lambda}(k)$ — m-мерный вектор-столбец состояния фрагмента изображения; k — номер кадра; $\mathbf{u}$ и $\mathbf{s}$ представляют собой для изображения размером $M \times N$ элементов дискретизации MN-мерные вектор-столбцы входного сигнала и фрагмента; $\mathbf{n}_{н}$ — MN-мерный вектор-столбец шума наблюдения с характеристиками

$$E\{\mathbf{n}_{н}(k)\} = 0;$$

$$E\{\mathbf{n}_{н}(k)\,\mathbf{n}_{н}^{T}(j)\} = \mathbf{Q}_{н}(k)\,\delta(k,\ j),$$

E — значок усреднения по ансамблю; $\delta(k,\ j)$-дельта-функция Кронекера; $\mathbf{Q}_{н}(k)$ — положительно-определенная ковариационная матрица шума наблюдения размером $MN \times MN$.

Процесс изменения координат фрагмента в плоскости телевизионного изображения представим марковским, а уравнение состояния зап шем в виде

$$\boldsymbol{\lambda}(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(k)\boldsymbol{\lambda}(k)+\mathbf{n}_c(k), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\Phi}(k)$ — матрица перехода размером $m\times m$; $\mathbf{n}_c(k)$ — m-мерный вектор шума состояния с характеристиками

$$E\{\mathbf{n}_c(k)\}=0;$$

$$E\{\mathbf{n}_c(k)\mathbf{n}_c^T(j)\}=\mathbf{Q}_c(k)\,\delta(k,j),$$

$\mathbf{Q}_c(k)$ — положительно-определенная ковариационная матрица шума состояния.

Решение задачи проведем в рамках теории фильтрации дискретного марковского процесса по критерию максимума апостериорной вероятности [4]. Для этого выведем соотношение для апостериорного распределения искомого векторного параметра $\boldsymbol{\lambda}(k)$ с учетом записанных уравнений наблюдения (1) и состояния (2).

Обозначим последовательность значений вектора состояния $\lambda(0)$, $\lambda(1)$, $\lambda(2)$, ..., $\lambda(K)$ через $\mathbf{L}(k)$, а последовательность наблюдаемых векторов $\mathbf{u}(0)$, $\mathbf{u}(1)$, $\mathbf{u}(2)$, ..., $\mathbf{u}(K)$ через $\mathbf{U}(k)$ (K — число кадров наблюдения). Условные плотности вероятности $\mathbf{L}(k)$ при условии $\mathbf{U}(k)$ обозначим через $p[\mathbf{L}(k)\mid\mathbf{U}(k)]$. Предположим, что известна плотность вероятности $p[\lambda(0)]$, представляющая нормальный закон распределения со средним $\boldsymbol{\mu}_0$ и дисперсией $\mathbf{Q}_0$.

Используя методику в [4] и раскрывая множители формулы Байеса, получим выражение для апостериорной плотности вероятности фильтруемого параметра $\boldsymbol{\lambda}(k)$ в виде

$$\begin{aligned}p[\mathbf{L}(k)\mid\mathbf{U}(k)]=A_1\exp\Big\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}[(\mathbf{u}(k)-\mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k),k])^T\mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(k)(\mathbf{u}(k)-\\-\mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k),k])]-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}[\boldsymbol{\lambda}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]^T\mathbf{Q}_c^{-1}(\mathbf{k}-1)[\boldsymbol{\lambda}(k)-\\-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]-\frac{1}{2}[\boldsymbol{\lambda}(0)-\boldsymbol{\mu}_0]^T\mathbf{Q}_0^{-1}[\boldsymbol{\lambda}(0)-\boldsymbol{\mu}_0]\Big\},\end{aligned} \tag{3}$$

где A_1 — нормирующий коэффициент.

Логарифмируя выражение (3), придем к выражению для решающей функции (достаточной статистики)

$$\begin{aligned}Z[\boldsymbol{\lambda}(k)]=\sum_{k=1}^{K}\{\mathbf{u}(k)-\mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k),k]\}^T\mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(k)\{\mathbf{u}(k)-\mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k),k]\}+\\+\sum_{k=1}^{K}[\boldsymbol{\lambda}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]^T\mathbf{Q}_c^{-1}(k-1)[\boldsymbol{\lambda}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]+\\+[\boldsymbol{\lambda}(0)-\boldsymbol{\mu}_0]^T\mathbf{Q}_0^{-1}[\boldsymbol{\lambda}(0)-\boldsymbol{\mu}_0].\end{aligned} \tag{4}$$

Тогда операция максимизации выражения (3) сводится к минимизации решающей функции (4).

Формирование апостериорной плотности вероятности является достаточной первичной операцией в любой оптимальной системе. И если задача оптимальной фильтрации сводится к вычислению апостериорного распределения фильтруемого векторного параметра $\boldsymbol{\lambda}(k)$, то задача измерения — к фиксации такого значения $\widehat{\boldsymbol{\lambda}}(k)$, которое удовлетворяет такому критерию.

В случае больших выборок наблюдаемого сигнала и высокого отношения сигнал/шум возможна аппроксимация решающей функции (4) гладкой одноэкстремальной функцией. Тогда задачу фильтрации и измерения можно решить, например, с помощью метода инвариантного погружения [4].

Однако в случае небольшого интервала наблюдения, т. е. малых выборок наблюдаемого сигнала, при наличии сигналов от мешающих объектов и высоком уровне шума справедливость одноэкстремальной аппроксимации решающей функции (4) может быть нарушена. Поэтому следует искать более достоверное решение задачи измерения при реалистичном предположении о сложном многоэкстремальном характере полученной решающей функции. Используя положительные свойства подхода для синтеза неследящего измерителя [5], выполним решение задачи измерения с помощью поискового метода нахождения глобального экстремума решающей функции, которому соответствует искомая оценка $\widehat{\lambda}(k)$.

Предполагая, что интервалы между отсчетами в последовательности $\mathbf{L}(k)$ равны кадровому периоду, можно интерпретировать выражение для решающей функции (4) следующим образом. Функция (4) является в основном результатом сложения двух функций:

$$Z_{\text{ф}}[\boldsymbol{\lambda}(k)] = \sum_{k=1}^{K} \{\mathbf{u}(k) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k), k]\}^T \mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(k) \{\mathbf{u}(k) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k), k]\}; \tag{5}$$

$$Z_{\text{д}}[\boldsymbol{\lambda}(k)] = \sum_{k=1}^{K} [\boldsymbol{\lambda}(k) - \boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]^T \mathbf{Q}_{\text{c}}^{-1}(k-1)[\boldsymbol{\lambda}(k) - \boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)]. \tag{6}$$

Обращая внимание на вид этих функций, можно заметить, что функция (5) является мерой флуктуационных ошибок в определении положения объекта, а функция (6) — мерой динамических ошибок. Таким образом, достижение минимума миниморума решающей функции (4) состоит в нахождении компромиссного соотношения между двумя названными типами ошибок, а синтез в этом случае необходимо проводить по двум показателям качества. Нахождение нехудших систем из множества допустимых может быть осуществлено путем определения крайних точек левой нижней границы интересующей нас области значений показателей качества [6]. Для удобства нахождения этих точек представим функцию (4) в следующем виде:

$$\begin{aligned} Z[\boldsymbol{\lambda}(k)] &= \{\mathbf{u}(K) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(K), K]\}^T \mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(K)\{\mathbf{u}(K) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(K), K]\} + \\ &+ [\boldsymbol{\lambda}(K) - \boldsymbol{\Phi}(K-1)\boldsymbol{\lambda}(K-1)]^T \mathbf{Q}_{\text{c}}^{-1}(K-1)[\boldsymbol{\lambda}(K) - \boldsymbol{\Phi}(K-1)\boldsymbol{\lambda}(K-1)] + \\ &+ \sum_{k=1}^{K-1} \{\mathbf{u}(k) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k), k]\}^T \mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(k)\{\mathbf{u}(k) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(k), k]\} + \\ &+ \sum_{k=1}^{K-1} \{\boldsymbol{\lambda}(k) - \boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)\}^T \mathbf{Q}_{\text{c}}^{-1}(k-1)\{\boldsymbol{\lambda}(k) - \boldsymbol{\Phi}(k-1)\boldsymbol{\lambda}(k-1)\} + \\ &+ [\boldsymbol{\lambda}(0) - \boldsymbol{\mu}_0]^T \mathbf{Q}_0^{-1}[\boldsymbol{\lambda}(0) - \boldsymbol{\mu}_0] = Z[\boldsymbol{\lambda}(K)] + Z[\mathbf{L}(k-1)], \end{aligned}$$

причем

$$Z[\boldsymbol{\lambda}(K)] = Z_{\text{ф}}[\boldsymbol{\lambda}(K)] + Z_{\text{д}}[\boldsymbol{\lambda}(K)]; \tag{7}$$

$$Z_{\text{ф}}[\boldsymbol{\lambda}(K)] = \{\mathbf{u}(K) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(K), K]\}^T \mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(K)\{\mathbf{u}(K) - \mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(K), K]\}; \tag{8}$$

$$Z_{\text{д}}[\boldsymbol{\lambda}(K)] = [\boldsymbol{\lambda}(K) - \boldsymbol{\Phi}(K-1)\boldsymbol{\lambda}(K-1)]^T \mathbf{Q}_{\text{c}}^{-1}(K-1)[\boldsymbol{\lambda}(K) - \boldsymbol{\Phi}(K-1)\boldsymbol{\lambda}(K-1)]. \tag{9}$$

Если в K-м кадре производится текущее измерение, то при известном $\mathbf{L}(k-1)$, минимизирующем функцию $Z[\mathbf{L}(k-1)]$, оценка параметра $\boldsymbol{\lambda}(k)$ будет соответствовать минимуму миниморуму функции (7). Рассмотрим два предельных случая для определения границ области нахождения оптимальной системы.

Случай 1. Динамическая ошибка равна нулю. Из этого предположения следует, что оптимальной оценке соответствует глобальный минимум функции (8), так как $Z_{\text{д}}[\boldsymbol{\lambda}(K)] = 0$.

Преобразуем выражение для функции (8) с учетом того, что параметр $\boldsymbol{\lambda}(k)$ является неэнергетическим. В этом случае часть квадратичных составляющих может быть отнесена в постоянный множитель A_2, а билинейные формы могут быть приравнены друг к другу из-за диагонального вида матрицы $\mathbf{Q}_{\text{н}}(K)$. Тогда минимизация функции (8) эквивалентна максимизации (нахождению глобального максимума) функции

$$Z_{\Phi}[\boldsymbol{\lambda}(K)] = A_2\{\mathbf{u}^T(K)\mathbf{Q}_{\text{н}}^{-1}(K)\mathbf{s}[\boldsymbol{\lambda}(K), K]\}. \tag{10}$$

Алгоритм максимизации целевой функции (10) означает корреляционно-экстремальную внутрикадровую обработку входного наблюдаемого $\mathbf{u}$ и эталонного $\mathbf{s}$ двумерных массивов, осуществляемую с целью определения оценок координат фрагмента в текущем кадре k. Рассматривая последовательность кадров на всем интервале наблюдения, можно записать новые уравнения наблюдения и состояния для синтеза звена межкадровой обработки:

$$\mathbf{l}(k) = \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda}(k) + \mathbf{n}_{\text{в}}(k); \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}(k)\boldsymbol{\lambda}(k), \tag{12}$$

где $\mathbf{l}(k) = [l_x(k)\, l_y(k)]^T$ — вектор-столбец местоположения фрагмента на изображении, определяемый его проекциями $l_x(k)$, $l_y(k)$ на соответствующие оси координат; $n_{\text{в}}(k)$ — 2-мерный вектор флуктуационных ошибок измерения координат корреляционно-экстремальным алгоритмом с параметрами

$$E\{\mathbf{n}_{\text{в}}(k)\} = 0;$$

$$E\{\mathbf{n}_{\text{в}}(k)\,\mathbf{n}_{\text{в}}^T(j)\} = \mathbf{Q}_{\text{в}}\delta(k, j);$$

$$\mathbf{Q}_{\text{в}} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix};$$

σ_x^2, σ_y^2 — дисперсии оценок координат внутри кадра по осям X и Y соответственно; $\mathbf{H}$ — матрица перехода размерностью $2 \times m$. Если

$$\boldsymbol{\lambda}(k) = [l_x(k)\,\dot{l}_x(k)\,\ddot{l}_x(k)\,l_y(k)\,\dot{l}_y(k)\,\ddot{l}_y(k)]^T,$$

где элементами вектора являются координаты фрагмента на изображении и их производные, то

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение состояния (12), представляющее собой алгоритм одношаговой экстраполяции, следует из равенства нулю функции (9).

Случай 2. Флуктуационная ошибка равна нулю. Этот гипотетический случай предполагает ТВ-изображения, практически лишенные шума, что создает условия для бесконечно точного совмещения эталонного и текущего массивов. Равенство нулю функции (8) означает, что минимизация решающей функции (7) сводится теперь к минимизации функции (9), т. е. к критерию минимума среднеквадратической ошибки.

Для данного случая новые уравнения наблюдения и состояния примут несколько иной вид по сравнению с уравнениями (11), (12):

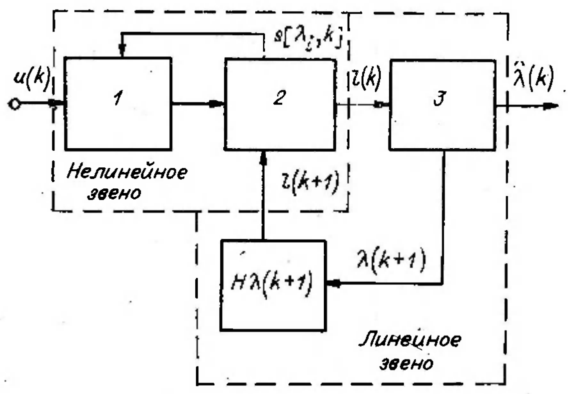
$$\mathbf{l}(k) = \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda}(k);$$

$$\boldsymbol{\lambda}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}(k)\boldsymbol{\lambda}(k) + \mathbf{n}_c(k).$$

Определив две крайние точки области нахождения нехудших систем, можно утверждать, что с учетом принятых предположений оптимальная структура межкадровой обработки может быть синтезирована исходя из следующих уравнений наблюдения и состояния:

$$\mathbf{l}(k) = \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda}(k) + \mathbf{n}_{\text{в}}(k);$$

$$\boldsymbol{\lambda}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}(k)\boldsymbol{\lambda}(k) + \mathbf{n}_c(k).$$



Эти выражения при использовании критерия минимума среднеквадратической ошибки измерения позволяют синтез алгоритма межкадровой обработки свести к известному результату [7] — дискретному фильтру Калмана. Выражение для оценки вектора состояния будет иметь вид

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}(k)=\boldsymbol{\Phi}(k-1)\hat{\boldsymbol{\lambda}}(k-1)+\mathbf{R}(k)\,[\mathbf{l}(k)-\mathbf{H}\boldsymbol{\Phi}(k-1)\times\hat{\boldsymbol{\lambda}}(k-1)],$$

где $\mathbf{R}(k)$ — матричный оптимальный коэффициент усиления.

Таким образом, синтезированный нелинейный фильтр-измеритель представляет собой двухзвенную структуру, состоящую из нелинейного и линейного звеньев, а нелинейное звено — устройство, осуществляющее корреляционно-экстремальную внутрикадровую обработку сигнала с целью получения грубых оценок координат объекта. В качестве линейного звена выступает сглаживающий фильтр Калмана. Достоинством рекуррентной процедуры в фильтре Калмана является формирование на каждом шаге сигнала упреждения, который используется для выставления эталона в прогнозируемую точку, что приводит к уменьшению вероятности аномальных ошибок измерения и сокращению времени поиска в корреляционно-экстремальном алгоритме. Синтезированная структура алгоритма измерения параметра движения фрагмента на ТВ-изображении приведена на рисунке, где *1* — коррелятор, *2* — блок поиска максимума, *3* — сглаживающий фильтр Калмана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Векслер В. М., Казамаров А. А., Хорол Д. М.** Оптимальное измерение параметров оптических сигналов на фоне пространственных помех // АиТ.— 1975.— № 3.

2. **Баклицкий В. К.** Оптимальное измерение параметров оптического сигнала на фоне пространственно-временной помехи // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1977.— № 9.

3. **Баклицкий В. К., Бочкарев А. М., Мусьяков М. П.** Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации.— М.: Радио и связь, 1986.

4. **Сейдж Э., Мелс Дж.** Теория оценивания и ее применение в связи и управлении.— М.: Связь, 1976.

5. **Вопросы** статистической теории радиолокации/Под ред. Г. П. Тартаковского.— М.: Сов. радио, 1964.— Т. 2.

6. **Гуткин Л. С.** Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества.— М.: Сов. радио, 1975.

7. **Венгеров А. А., Щаренский В. А.** Прикладные вопросы оптимальной линейной фильтрации.— М.: Энергоиздат, 1982.

Поступила в редакцию 4 декабря 1987 г.